

Segunda edición

Diseño geométrico de carreteras

ECOE EDICIONES

James Cárdenas Grisales



James Cárdenas Grisales

Ingeniero Civil egresado de la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia. Realizó estudios de posgrado, con título de Especialista en Vías Terrestres en el Instituto de Vías de la Universidad del Cauca; con título de Master of Science en Ingeniería de Tránsito en la University of Maryland, College Park, Maryland, USA; y con título de Magíster en Ingeniería Industrial y de Sistemas en la Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Profesor titular jubilado de la Universidad del Valle, Cali, Colombia, de las asignaturas Ingeniería de Tránsito, Trazado Geométrico de Vías, y Análisis y Diseño de Intersecciones Urbanas. Profesor de planta de la Pontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia, de los cursos Diseño Geométrico de Vías, Ingeniería de Tránsito y Diseño Avanzado de Vías. Profesor visitante, catedrático de los temas Ingeniería de Tránsito Avanzado y Diseño Geométrico de Vías Avanzado, en los programas de posgrado en Vías, Tránsito y Transporte, en la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia; en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, Bogotá, Colombia; en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia; en la Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia; en la Universidad del Sinú, Montería, Colombia; y en la Universidad de Cartagena, Colombia.

Profesor visitante internacional, de las cátedras de Ingeniería de Tránsito y Diseño Geométrico de Carreteras y Vías Urbanas, en los Cursos Intensivos de Transporte que se desarrollan en las Repúblicas de México y Venezuela.

Ingeniero consultor, asesor y diseñador de proyectos viales, de tránsito y transporte, en una diversidad de entidades públicas y privadas, en el ámbito local, regional, nacional e internacional.

Diseño Geométrico de Carreteras

James Cárdenas Grisales

Catalogación en la publicación – Biblioteca Nacional de Colombia

Cárdenas Grisales, James

Diseño geométrico de carreteras / James Cárdenas Grisales – 2ª. ed. –
Bogotá : Ecoe Ediciones, 2013
544 p. – (Textos universitarios. Ingeniería)

Incluye bibliografía e índice temático

ISBN 978-958-648-859-4

1. Carreteras – Diseño 2. Ingeniería de carreteras I. Título II. Serie

CDD: 625.725 ed. 20

CO-BoBN– a835054

Colección: Ingeniería y arquitectura

Área: Ingeniería

Primera edición: Bogotá, D.C., octubre de 2002

Reimpresión: Bogotá, D.C., agosto de 2004

Reimpresión: Bogotá, D.C., abril de 2007

Reimpresión: Bogotá, D.C., octubre de 2008

Reimpresión: Bogotá, D.C., noviembre de 2010

Reimpresión: Bogotá, D.C., 2011

Segunda edición: Bogotá, abril de 2013

ISBN: 978-958-648-859-4

© James Cárdenas Grisales
E-mail: jamescg1@hotmail.com

© Ecoe Ediciones
E-mail: correo@ecoeediciones.com
www.ecoeediciones.com
Carrera 19 No. 63C-32, Pbx. 2481449, fax. 3461741

Coordinación editorial: Andrea Sierra Gómez

Autoedición: James Cárdenas Grisales

Diseño: Angélica García Reyes

Portada y fotografías: Juan David Cárdenas Angulo

Impresión: Equipos de Impresión

Teléfono: 7427711 Bogotá

Impreso y hecho en Colombia

DEDICATORIA:

<i>A Janet y Juan David</i>	la esencia de mi vida, mi adoración, la ternura, todo
<i>A José Arturo (†)</i>	porque de él también aprendí a sembrar un árbol
<i>A María Isaura (†)</i>	porque desde el cielo me tiene presente en sus oraciones
<i>A Margoth (†)</i>	por el recuerdo imborrable de mi linda hermana
<i>A mis Hermanos</i>	por su apoyo y el compartir conmigo, son mi orgullo

CONTENIDO

CONTENIDO.....	vii
LISTA DE TABLAS.....	xi
LISTA DE FIGURAS.....	xiii
PRÓLOGO.....	xix
INTRODUCCIÓN.....	xxi

Capítulo 1

LAS CARRETERAS.....	1
1.1 GENERALIDADES.....	1
1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS CARRETERAS.....	3
1.2.1 Según su función.....	3
1.2.2 Según el tipo de terreno.....	3
1.2.3 Según su competencia.....	6
1.2.4 Según sus características.....	7
1.3 CONCEPTO TRIDIMENSIONAL DE UNA VÍA.....	7

Capítulo 2

RUTAS Y LÍNEAS DE PENDIENTE.....	15
2.1 FASES DEL PROYECTO DE UNA CARRETERA.....	15
2.1.1 Fase 1. Prefactibilidad.....	15
2.1.2 Fase 2. Factibilidad.....	16
2.1.3 Fase 3. Diseños definitivos.....	17
2.2 SELECCIÓN DE RUTAS.....	18
2.3 EVALUACIÓN DEL TRAZADO DE RUTAS.....	20
2.4 LÍNEA DE PENDIENTE O DE CEROS.....	21
2.4.1 Concepto.....	21
2.4.2 Trazado de una línea de pendiente.....	22

2.5	PROBLEMAS PROPUESTOS.....	32
-----	---------------------------	----

Capítulo 3

	DISEÑO GEOMÉTRICO HORIZONTAL: PLANTA.....	37
3.1	CONCEPTOS.....	37
3.2	CURVAS CIRCULARES SIMPLES.....	38
3.2.1	Elementos geométricos que caracterizan una curva circular simple.....	38
3.2.2	Expresiones que relacionan los elementos geométricos.....	39
3.2.3	Expresión de la curvatura de una curva circular simple.....	42
3.2.4	Deflexión de una curva circular simple.....	48
3.2.5	Relación entre las coordenadas planas y las coordenadas polares.....	55
3.2.6	Otros métodos de cálculo y localización de curvas circulares simples.....	141
3.3	CURVAS CIRCULARES COMPUESTAS.....	145
3.3.1	Curvas circulares compuestas de dos radios.....	145
3.3.2	Curvas circulares compuestas de tres radios.....	159
3.4	ESTABILIDAD EN LA MARCHA, VELOCIDAD, CURVATURA, PERALTE Y TRANSICIÓN.....	174
3.4.1	Velocidad de diseño.....	174
3.4.2	Velocidad específica.....	176
3.4.3	Desplazamiento de un vehículo sobre una curva circular.....	188
3.4.4	Velocidad, curvatura, peralte y fricción lateral.....	192
3.4.5	Transición del peralte.....	199
3.5	CURVAS ESPIRALES DE TRANSICIÓN.....	230
3.5.1	Generalidades.....	230
3.5.2	La espiral de Euler o Clotoide como curva de transición.....	233
3.5.3	Ecuaciones de la Clotoide o espiral de transición.....	236
3.5.4	Elementos de enlace de una curva circular simple con espirales de transición Clotoides iguales.....	242
3.5.5	Longitud mínima de la espiral de transición.....	248
3.5.6	Longitud máxima de la espiral de transición.....	254
3.5.7	Longitud mínima de la curva circular central.....	254
3.6	ENTRETANGENCIAS HORIZONTALES.....	267

3.6.1	Entretangencia mínima.....	267
3.6.2	Entretangencia máxima.....	268
3.7	PROBLEMAS PROPUESTOS.....	268

Capítulo 4

	DISEÑO GEOMÉTRICO VERTICAL: RASANTE.....	307
4.1	CONCEPTO.....	307
4.2	ELEMENTOS GEOMÉTRICOS QUE INTEGRAN EL ALINEAMIENTO VERTICAL.....	308
4.2.1	Tangentes verticales.....	308
4.2.2	Curvas verticales.....	313
4.3	GEOMETRÍA DE LAS CURVAS VERTICALES PARABÓLICAS.....	313
4.3.1	Curvas verticales simétricas.....	313
4.3.2	Curvas verticales asimétricas.....	323
4.3.3	Coeficiente angular de una curva vertical.....	326
4.4	VISIBILIDAD EN CARRETERAS.....	358
4.4.1	Principios.....	358
4.4.2	Distancia de visibilidad de parada.....	358
4.4.3	Distancia de visibilidad de adelantamiento.....	367
4.4.4	Distancia de visibilidad de encuentro.....	371
4.4.5	Evaluación de la visibilidad de un proyecto en planos.....	372
4.5	CRITERIOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS LONGITUDES DE CURVAS VERTICALES.....	376
4.5.1	Longitud mínima de las curvas verticales con visibilidad de parada.....	376
4.5.2	Longitud mínima de las curvas verticales con visibilidad de adelantamiento.....	383
4.5.3	Longitud mínima de las curvas verticales con comodidad en la marcha.....	385
4.5.4	Longitud mínima de las curvas verticales con apariencia.....	386
4.5.5	Longitud máxima de las curvas verticales con control por drenaje.....	386
4.5.6	Longitud minimum de curvas verticales.....	387
4.6	PROBLEMAS PROPUESTOS.....	394

Capítulo 5

DISEÑO GEOMÉTRICO TRANSVERSAL: SECCIONES, ÁREAS Y VOLÚMENES.....	405
5.1 CONCEPTO.....	405
5.2 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS QUE INTEGRAN LA SECCIÓN TRANSVERSAL.....	405
5.3 SOBRE-ANCHO EN LAS CURVAS.....	410
5.3.1 Vehículos rígidos.....	411
5.3.2 Vehículos articulados.....	413
5.3.3 Transición del sobre-ancho.....	416
5.4 SECCIONES TRANSVERSALES TÍPICAS, POSICIÓN DE CHAFLANES Y ESTACAS DE CEROS.....	420
5.4.1 Secciones transversales típicas.....	420
5.4.2 Chaflanes o estacas de talud y estacas de ceros.....	420
5.4.3 Posición de los chaflanes.....	423
5.5 ANCHOS DE BANCA Y ÁREAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES.....	424
5.5.1 Anchos de banca.....	424
5.5.2 Áreas de las secciones transversales.....	431
5.6 VOLÚMENES DE TIERRA: CUBICACIÓN.....	447
5.7 MOVIMIENTO DE VOLÚMENES DE TIERRA Y DIAGRAMA DE MASAS.....	462
5.7.1 Transporte de material excavado.....	462
5.7.2 Representación del diagrama de masas.....	463
5.7.3 Factor de compensación en el movimiento de tierras.....	467
5.7.4 Uso del diagrama de masas.....	468
5.8 PROBLEMAS PROPUESTOS.....	477
BIBLIOGRAFÍA.....	493
ÍNDICE TEMÁTICO.....	495

LISTA DE TABLAS

Tabla 1.1	Tipos de terreno.....	4
Tabla 2.1	Valores del inverso del coeficiente de tracción.....	21
Tabla 2.2	Puntos, abscisas y cotas a lo largo de las rutas.....	26
Tabla 3.1	Cartera de tránsito o localización de una curva circular simple derecha.....	63
Tabla 3.2	Cartera de tránsito o localización de una curva circular simple izquierda.....	67
Tabla 3.3	Cartera de tránsito o localización de curvas circulares simples de distinto sentido.....	72
Tabla 3.4	Cartera de tránsito o localización de curvas circulares simples del mismo sentido.....	78
Tabla 3.5	Cartera de deflexiones para la curva circular.....	101
Tabla 3.6	Cartera de coordenadas para localización de la curva circular.....	108
Tabla 3.7	Cuadro de localización y elementos de las curvas horizontales.....	115
Tabla 3.8	Cartera de localización de la curva compuesta de dos radios.....	153
Tabla 3.9	Velocidades de diseño de tramos homogéneos, V_{TR}	176
Tabla 3.10	Velocidad específica de una curva horizontal V_{CH} , incluida en un tramo homogéneo con velocidad de diseño V_{TR}	181
Tabla 3.11	Diferencia entre la velocidad específica de la última curva horizontal del tramo anterior y la primera curva horizontal del tramo analizado, en Km/h.....	184
Tabla 3.12	Radios para deflexiones pequeñas.....	188
Tabla 3.13	Coeficientes de fricción transversal máximos, $f_{Tmáx}$	196
Tabla 3.14	Radios mínimos absolutos para peralte máximo $e_{máx}=8\%$ y fricción máxima, carreteras primarias y secundarias.....	196
Tabla 3.15	Radios mínimos absolutos para peralte máximo $e_{máx}=6\%$ y fricción máxima, carreteras terciarias.....	197
Tabla 3.16	Radios R , según velocidad específica V_{CH} y peralte e , para $e_{máx}=8\%$, carreteras primarias y secundarias.....	198
Tabla 3.17	Radios R , según velocidad específica V_{CH} y peralte e , para $e_{máx}=6\%$, carreteras terciarias.....	199
Tabla 3.18	Valores máximos y mínimos de la pendiente relativa de los bordes de la calzada con respecto al eje.....	202
Tabla 3.19	Factores de ajuste por el número de carriles rotados.....	204
Tabla 3.20	Clotoide de parámetro $K=8$	236

Tabla 3.21	Variación de la aceleración centrífuga.....	251
Tabla 3.22	Cartera de localización de la curva espiral-circular-espiral.....	264
Tabla 3.23	Cartera de localización de una curva circular por el método de las normales sobre la tangente.....	293
Tabla 3.24	Cartera de localización de una curva circular desde el <i>PC</i> y desde el <i>PI</i>	295
Tabla 4.1	Pendiente media máxima del corredor de ruta (%) en función de la velocidad de diseño del tramo homogéneo (V_{TR}).....	310
Tabla 4.2	Relación entre la pendiente máxima (%) en función de la velocidad específica de la tangente vertical (V_{TV}).....	310
Tabla 4.3	Longitud mínima de la tangente vertical.....	311
Tabla 4.4	Cartera de diseño de rasante, curva vertical convexa.....	331
Tabla 4.5	Cartera de diseño de rasante, curva vertical cóncava.....	333
Tabla 4.6	Coefficientes de fricción longitudinal para pavimentos húmedos.....	364
Tabla 4.7	Distancias de visibilidad de parada en tramos a nivel.....	366
Tabla 4.8	Distancias de visibilidad de parada en tramos con pendiente.....	367
Tabla 4.9	Elementos que conforman la distancia de visibilidad de adelantamiento en carreteras de dos carriles dos sentidos.....	370
Tabla 4.10	Mínimas distancias de visibilidad de adelantamiento en carreteras de dos carriles dos sentidos.....	370
Tabla 4.11	Oportunidades de adelantar por tramos de 5 kilómetros.....	371
Tabla 4.12	Valores mínimos de k_v para curvas verticales convexas y cóncavas con visibilidad de parada (criterio de seguridad).....	383
Tabla 5.1	Anchos recomendados de calzada en recta.....	407
Tabla 5.2	Anchos recomendados de bermas.....	408
Tabla 5.3	Valores recomendados para el bombeo.....	408
Tabla 5.4	Anchos mínimos recomendados de derechos de vía.....	410
Tabla 5.5	Dimensiones de los vehículos de tipo rígido en el cálculo del sobreancho.....	412
Tabla 5.6	Cartera de chaflanes en recta. Ejemplo 5.4.....	450
Tabla 5.7	Cartera de cubicación. Ejemplo 5.4.....	455
Tabla 5.8	Cartera de chaflanes y topografía. Ejemplo 5.5.....	455
Tabla 5.9	Áreas y volúmenes. Ejemplo 5.5.....	457
Tabla 5.10	Cartera de chaflanes. Ejemplo 5.6.....	458
Tabla 5.11	Cartera para elaborar la curva masa.....	469
Tabla 5.12	Cartera de chaflanes. Problema 5.2.....	477
Tabla 5.13	Cartera de chaflanes y topografía. Problema 5.3.....	479
Tabla 5.14	Cartera de chaflanes en recta. Problema 5.6.....	480
Tabla 5.15	Áreas. Problema 5.8.....	482
Tabla 5.16	Cartera de chaflanes y topografía. Problema 5.11.....	484
Tabla 5.17	Cartera de chaflanes y topografía. Problema 5.12.....	485

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Tipos de terreno en carreteras.....	6
Figura 1.2	Eje de una vía en el espacio tridimensional.....	10
Figura 1.3	Diseño geométrico en planta y en perfil del eje de una vía.....	12
Figura 2.1	Concepto de línea de pendiente.....	22
Figura 2.2	Línea de ceros en un plano.....	24
Figura 2.3	Estudio de rutas.....	25
Figura 2.4	Perfil longitudinal de rutas.....	26
Figura 2.5	Trazado de líneas de pendiente o de ceros.....	30
Figura 2.6	Perfil longitudinal de líneas de pendiente o de ceros.....	32
Figura 2.7	Estudio de rutas. Problema 2.1.....	33
Figura 2.8	Trazado de líneas de pendiente o de ceros. Problema 2.2.....	34
Figura 2.9	Pendiente ponderada máxima uniforme. Problema 2.3.....	35
Figura 3.1	Elementos geométricos de una curva circular simple.....	39
Figura 3.2	Curvatura por el sistema arco-grado.....	42
Figura 3.3	Curvatura por el sistema cuerda-grado.....	45
Figura 3.4	Relación entre los sistemas arco-grado y cuerda-grado.....	46
Figura 3.5	Concepto de ángulo de deflexión.....	49
Figura 3.6	Deflexión de una curva circular. Caso particular.....	51
Figura 3.7	Deflexión de una curva circular. Caso general.....	54
Figura 3.8	Coordenadas planas y coordenadas polares.....	56
Figura 3.9	Curva circular simple derecha.....	59
Figura 3.10	Curva circular simple izquierda.....	64
Figura 3.11	Curvas circulares simples de sentido contrario.....	68
Figura 3.12	Ejemplo 3.6.....	73
Figura 3.13	Deflexiones de curvas circulares simples del mismo sentido.....	74
Figura 3.14	Ejemplo 3.7.....	77
Figura 3.15	Curvas circulares simples del mismo sentido.....	79
Figura 3.16	Distancia entre los centros de las curvas.....	81
Figura 3.17	Curvas circulares de igual radio y entretangencia dada.....	82
Figura 3.18	Curva circular simple tangente a tres alineamientos.....	85
Figura 3.19	Ejemplo 3.10.....	88
Figura 3.20	Curva de radio dado y PI inaccesible.....	88
Figura 3.21	Ejemplo 3.11.....	91
Figura 3.22	Curva de tangente dada y PI inaccesible.....	91
Figura 3.23	Ejemplo 3.12.....	94

Figura 3.24	Curvas circulares de tangentes paralelas.....	95
Figura 3.25	Ejemplo 3.13.....	96
Figura 3.26	Coordenadas del centro de una curva circular.....	97
Figura 3.27	Ejemplo 3.14.....	99
Figura 3.28	Vías que se interceptan.....	100
Figura 3.29	Cálculo de una curva circular por coordenadas.....	103
Figura 3.30	Ejemplo 3.16.....	109
Figura 3.31	Localización de curvas horizontales circulares simples.....	110
Figura 3.32	Desplazamiento paralelo de la tangente de salida.....	116
Figura 3.33	Ejemplo 3.18.....	118
Figura 3.34	Ecuación de empalme curva a curva.....	119
Figura 3.35	Ejemplo 3.19.....	121
Figura 3.36	Ecuación de empalme curva a recta.....	121
Figura 3.37	Ejemplo 3.20.....	124
Figura 3.38	Ecuación de empalme entre una variante y una vía antigua.....	126
Figura 3.39	Ejemplo 3.21.....	129
Figura 3.40	Ecuación de empalme por desplazamiento de la tangente común.....	130
Figura 3.41	Ejemplo 3.22.....	134
Figura 3.42	Ecuación de empalme por rotación de la tangente común.....	134
Figura 3.43	Ejemplo 3.23.....	138
Figura 3.44	Ecuación de empalme entre dos vías inicialmente paralelas.....	139
Figura 3.45	Cálculo de una curva circular simple por normales a la tangente.....	142
Figura 3.46	Cálculo de una curva circular simple desde el PI.....	143
Figura 3.47	Curva circular compuesta de dos radios.....	146
Figura 3.48	Ejemplo de una curva circular compuesta de dos radios.....	149
Figura 3.49	Ejemplo 3.25.....	154
Figura 3.50	Ecuación de empalme con curvas circulares simples y compuestas.....	156
Figura 3.51	Elementos de una curva circular compuesta de tres radios.....	160
Figura 3.52	Caso general de una curva circular compuesta de tres radios.....	163
Figura 3.53	Casos de curvas circulares compuestas de tres radios.....	165
Figura 3.54	Ejemplo de una curva circular compuesta de tres radios.....	167
Figura 3.55	Ejemplo 3.27.....	169
Figura 3.56	Curvas circulares compuestas de dos y tres radios.....	171
Figura 3.57	Efecto de la inclinación transversal de la calzada sobre un vehículo circulando en curva.....	190
Figura 3.58	Caso $W_p = F_p$	191
Figura 3.59	Caso $W_p < F_p$	191
Figura 3.60	Caso $W_p > F_p$	192
Figura 3.61	Transición del peralte.....	201
Figura 3.62	Secciones transversales y perfil parcial de la transición del peralte.....	202
Figura 3.63	Disposición de los carriles que rotan respecto a su eje de rotación.....	204
Figura 3.64	Planta de la transición del peralte.....	207
Figura 3.65	Perfil longitudinal de la transición del peralte.....	208
Figura 3.66	Perfil parcial de la transición del peralte.....	211
Figura 3.67	Cotas de los bordes en secciones específicas.....	214

Figura 3.68	Cotas de bordes y abscisas en secciones específicas.....	217
Figura 3.69	Peralzado en curvas de diferente sentido.....	219
Figura 3.70	Cotas de bordes en secciones específicas.....	221
Figura 3.71	Peralzado en curvas de diferente sentido, con cambios de pendiente...	222
Figura 3.72	Abscisas y cotas de bordes en secciones específicas.....	224
Figura 3.73	Peralte en una curva compuesta de dos radios.....	226
Figura 3.74	Perfil del peralte en una curva compuesta de dos radios.....	228
Figura 3.75	Curvatura en el enlace de tramos rectos con una curva circular simple	231
Figura 3.76	Curvatura en el enlace de tramos rectos con curvas circulares compuestas.....	231
Figura 3.77	Trayectoria de los vehículos en una curva circular.....	232
Figura 3.78	Curvatura en enlace de tramos rectos con una curva circular con curvas de transición.....	233
Figura 3.79	La curva de transición entre la recta y el arco circular.....	234
Figura 3.80	Clotoide de parámetro $K=8$	236
Figura 3.81	Elementos de la Clotoide o espiral.....	237
Figura 3.82	Elementos de la curva simétrica Espiral-Circular-Espiral.....	243
Figura 3.83	Vehículo girando en curva.....	249
Figura 3.84	Longitud mínima de la espiral de acuerdo al peralte.....	252
Figura 3.85	Problema 3.5.....	270
Figura 3.86	Problema 3.6.....	271
Figura 3.87	Problema 3.7.....	272
Figura 3.88	Problema 3.8.....	273
Figura 3.89	Problema 3.9.....	274
Figura 3.90	Problema 3.10.....	275
Figura 3.91	Problema 3.11.....	276
Figura 3.92	Problema 3.12.....	277
Figura 3.93	Problema 3.13.....	277
Figura 3.94	Problema 3.14.....	278
Figura 3.95	Problema 3.15.....	279
Figura 3.96	Problema 3.16.....	280
Figura 3.97	Problema 3.17.....	281
Figura 3.98	Problema 3.18.....	282
Figura 3.99	Problema 3.19.....	283
Figura 3.100	Problema 3.20.....	283
Figura 3.101	Problema 3.21.....	284
Figura 3.102	Problema 3.22.....	285
Figura 3.103	Problema 3.23.....	286
Figura 3.104	Problema 3.24.....	287
Figura 3.105	Problema 3.25.....	288
Figura 3.106	Problema 3.26.....	288
Figura 3.107	Problema 3.27.....	289
Figura 3.108	Problema 3.28.....	290
Figura 3.109	Problema 3.29.....	291
Figura 3.110	Problema 3.30.....	292

Figura 3.111	Problema 3.32.....	294
Figura 3.112	Problema 3.37.....	296
Figura 3.113	Problema 3.38.....	297
Figura 3.114	Problema 3.42.....	300
Figura 3.115	Problema 3.43.....	301
Figura 3.116	Problema 3.44.....	302
Figura 3.117	Problema 3.45.....	303
Figura 3.118	Problema 3.46.....	303
Figura 3.119	Problema 3.48.....	305
Figura 3.120	Problema 3.49.....	306
Figura 4.1	La tangente vertical.....	308
Figura 4.2	Parábola de eje vertical, perfectamente simétrica.....	315
Figura 4.3	Diferencia algebraica entre las pendientes.....	319
Figura 4.4	Significado de i . Tipos de curvas verticales.....	321
Figura 4.5	Punto máximo de una curva vertical simétrica.....	322
Figura 4.6	Curva vertical asimétrica.....	324
Figura 4.7	Punto mínimo de una curva vertical asimétrica.....	325
Figura 4.8	Coefficiente angular de una curva vertical.....	327
Figura 4.9	Curva vertical convexa simétrica.....	329
Figura 4.10	Curva vertical cóncava simétrica.....	332
Figura 4.11	Curva vertical simétrica por un punto obligado.....	334
Figura 4.12	Ejemplo de punto máximo de una curva vertical simétrica.....	336
Figura 4.13	Curva vertical simétrica por un punto mínimo.....	338
Figura 4.14	Ejemplo 4.6.....	339
Figura 4.15	Curva vertical compuesta.....	340
Figura 4.16	Ejemplo 4.7.....	342
Figura 4.17	Curvas verticales simétricas que se cruzan.....	343
Figura 4.18	Ejemplo 4.8.....	344
Figura 4.19	Pendiente en una curva vertical restringida.....	344
Figura 4.20	Ejemplo 4.9.....	345
Figura 4.21	Curva vertical sobre una cota obligada.....	346
Figura 4.22	Ejemplo 4.10.....	347
Figura 4.23	Curvas verticales tangentes.....	348
Figura 4.24	Ejemplo 4.11.....	349
Figura 4.25	Rasantes que se cruzan, a desnivel.....	350
Figura 4.26	Ejemplo 4.12.....	352
Figura 4.27	Curva vertical en un paso inferior.....	352
Figura 4.28	Ejemplo 4.13.....	354
Figura 4.29	Máximos entre curvas verticales simétricas.....	354
Figura 4.30	Ejemplo de curva vertical asimétrica.....	356
Figura 4.31	Distancia de visibilidad de parada.....	359
Figura 4.32	Relación entre la velocidad, el tiempo y la distancia, en movimiento uniformemente desaccelerado.....	361
Figura 4.33	Distancia de visibilidad de adelantamiento en carreteras de dos carriles dos sentidos.....	368

Figura 4.34	Evaluación y medición de las distancias de visibilidad en carreteras.....	374
Figura 4.35	Curva vertical convexa con visibilidad de parada. Caso 1: $D_p > L_v$	376
Figura 4.36	Curva vertical convexa con visibilidad de parada. Caso 2: $D_p < L_v$	378
Figura 4.37	Curva vertical cóncava con visibilidad de parada. Caso 1: $D_p > L_v$	380
Figura 4.38	Curva vertical cóncava con visibilidad de parada. Caso 2: $D_p < L_v$	382
Figura 4.39	Longitud de una curva vertical convexa con base en criterios.....	388
Figura 4.40	Longitud de una curva vertical cóncava con base en criterios.....	392
Figura 4.41	Problema 4.1.....	394
Figura 4.42	Problema 4.2.....	395
Figura 4.43	Problema 4.5.....	397
Figura 4.44	Problema 4.7.....	398
Figura 4.45	Problema 4.11.....	400
Figura 4.46	Problema 4.13.....	401
Figura 4.47	Problema 4.14.....	402
Figura 4.48	Problema 4.15.....	403
Figura 5.1	Sección transversal típica mixta, pavimentada en recta.....	406
Figura 5.2	Sobre-ancho en las curvas, vehículos rígidos.....	412
Figura 5.3	Sobre-ancho en las curvas, vehículos articulados.....	414
Figura 5.4	Transición del sobre-ancho en las curvas.....	417
Figura 5.5	Secciones transversales típicas.....	420
Figura 5.6	Posición de las estacas de chaflanes y de ceros.....	422
Figura 5.7	Planta de chaflanes y ceros.....	423
Figura 5.8	Posición de los chaflanes.....	424
Figura 5.9	Ancho de banca en recta y en corte.....	426
Figura 5.10	Ancho de banca en recta y en terraplén.....	427
Figura 5.11	Ancho de banca en curva y en corte.....	428
Figura 5.12	Ancho de banca en curva y en terraplén.....	430
Figura 5.13	Ancho de banca en recta y sección mixta.....	431
Figura 5.14	Área sección homogénea simple en recta, por figuras geométricas y coordenadas.....	432
Figura 5.15	Área sección homogénea simple en recta, por las coordenadas de los vértices.....	434
Figura 5.16	Ancho de banca y área, por figuras geométricas y coordenadas.....	436
Figura 5.17	Ejemplo de cálculo del área por las coordenadas de los vértices.....	438
Figura 5.18	Área sección mixta simple en recta por las coordenadas de los vértices.....	439
Figura 5.19	Área sección mixta por las coordenadas de los vértices.....	440
Figura 5.20	Área sección homogénea simple en curva, por figuras geométricas.....	442
Figura 5.21	Área sección homogénea simple en curva, por chaflanes.....	443
Figura 5.22	Área sección homogénea simple en curva, por coordenadas de los vértices.....	444
Figura 5.23	Área sección homogénea simple en curva, por coordenadas.....	445
Figura 5.24	Área sección mixta compuesta en curva.....	446
Figura 5.25	Área sección mixta compuesta en curva, por chaflanes.....	447
Figura 5.26	El prismoide en carreteras.....	448

Figura 5.27	Prismoide, tronco de pirámide y pirámide.....	450
Figura 5.28	Abscisas, cotas de trabajo, chaflanes y ceros.....	451
Figura 5.29	Áreas de las secciones por el método de los chaflanes. Ejemplo 5.4....	452
Figura 5.30	Áreas de las secciones por el método de los chaflanes. Ejemplo 5.5....	456
Figura 5.31	Cálculo de ancho de banca, talud y área.....	458
Figura 5.32	Posición de chaflanes y cálculo de área.....	460
Figura 5.33	Perfil longitudinal y diagrama de masas.....	464
Figura 5.34	Propiedades del diagrama de masas.....	466
Figura 5.35	Ejemplo numérico del diagrama de masas.....	470
Figura 5.36	Distancia media de acarreo longitudinal.....	472
Figura 5.37	Problema 5.1.....	478
Figura 5.38	Problema 5.4.....	479
Figura 5.39	Problema 5.7.....	481
Figura 5.40	Problema 5.8.....	482
Figura 5.41	Problema 5.9.....	483
Figura 5.42	Problema 5.13.....	486
Figura 5.43	Problema 5.14.....	487
Figura 5.44	Problema 5.15.....	488
Figura 5.45	Problema 5.16.....	489
Figura 5.46	Problema 5.17.....	490
Figura 5.47	Problema 5.18.....	491

Prólogo



PRÓLOGO

Me es muy grato presentar a los profesionales de la ingeniería vial y a sus estudiantes universitarios, la publicación *Diseño Geométrico de Carreteras*, del profesor universitario y consultor nacional e internacional, ingeniero James Cárdenas Grisales.

Este libro recoge la amplia experiencia del ingeniero James Cárdenas, tanto en la docencia como en el ejercicio profesional en la ingeniería vial, y en especial en el diseño geométrico de carreteras. Como consecuencia de la excelente formación académica, la amplitud de conocimientos y experiencias, la voluntad, la disciplina y el acentuado sentido analítico del autor, el libro es, amplio en conceptos básicos, suficiente en la exposición de los elementos teóricos fundamentales, preciso en los criterios técnicos y científicos utilizados, y desde luego, didáctico con la aplicación práctica de todo lo anterior, mediante casos típicos de cada uno de los temas tratados, que con indicaciones precisas aclaran y afianzan los conceptos y criterios de diseño entregados.

La orientación que el autor da en la cátedra, el enfoque práctico del cual damos fe los conocedores de su actividad en el campo de la consultoría, es la filosofía que el colega James Cárdenas ha plasmado en este libro, cuyo conocimiento de éste por parte de los ingenieros, les permitirá resolver las dificultades, atender con éxito y con plena responsabilidad el compromiso de diseñar carreteras con los más altos estándares, para brindar a los usuarios mejores condiciones de operación, comodidad, economía y seguridad.

James Cárdenas Grisales, Vallecaucano de pura cepa, obtuvo el grado de Ingeniero Civil en 1974 en la Universidad del Cauca de Popayán

Colombia, el título de Especialista en Vías Terrestres en 1974 en el Instituto de Vías de la misma universidad, el título de Master of Science en Ingeniería de Tránsito en 1981 en la Universidad de Maryland de los Estados Unidos y el título de Magister en Ingeniería Industrial y de Sistemas en 1990 en la Universidad del Valle de Cali Colombia. Desde su graduación, se ha dedicado a la docencia y a la consultoría en las áreas de Diseño Vial, Tránsito y Transporte, lo cual le ha generado un amplio bagaje de experiencia en el diseño y solución de problemas de ingeniería vial, en numerosas y variadas regiones del país y del exterior, en las cuales sus virtudes y cualidades de recursividad en la aplicación de conceptos, de análisis para escudriñar el origen y las limitaciones de teorías, métodos y técnicas, de constancia y responsabilidad, le han dado un reconocido y merecido prestigio como docente y consultor.

Felicitaciones al Ingeniero James Cárdenas Grisales, por el meritorio y estimulante esfuerzo de escribir este libro, en el cual deja impresas sus experiencias y conocimientos adquiridos a lo largo de la docencia universitaria y la practica profesional.

IVÁN ALBERTO ESTRADA PAZ

Ingeniero Civil

Ex presidente de la Asociación de Ingenieros del Valle

Santiago de Cali, febrero de 2013

Introducción



INTRODUCCIÓN

En esta nueva edición de mi libro, *DISEÑO GEOMÉTRICO DE CARRETERAS*, quedan plasmados los resultados logrados en este fascinante campo de la ingeniería vial a lo largo de treinta y cinco años de experiencia profesional, tanto académica como práctica, y que hoy más que nunca llenan mi vida de una satisfacción y felicidad inconmensurables.

La experiencia académica, fundamentalmente lograda en el ámbito de pregrado, a través de la enseñanza de los cursos de Diseño Geométrico de Vías en las Facultades de Ingeniería de la Universidad del Valle y la Pontificia Universidad Javeriana de Cali; lo mismo que mediante la enseñanza de los cursos de Diseño Geométrico Avanzado de Vías en los programas de posgrado en la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito en Bogotá, la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en Bogotá, la Universidad del Norte en Barranquilla, la Universidad del Sinú en Montería y la Universidad de Cartagena en Cartagena; e igualmente, como profesor internacional de los temas de Diseño Geométrico de Vías Urbanas en los cursos intensivos de transporte urbano que se han venido desarrollando en las repúblicas de México y Venezuela.

La experiencia práctica, principalmente obtenida como asesor, consultor y diseñador de una gran cantidad de proyectos viales en el campo rural y urbano, nacionales e internacionales, en una diversidad de entidades privadas y oficiales.

Por lo anterior, este libro lo he escrito con el propósito de que sea consultado por estudiantes universitarios de pregrado y posgrado, profesores y profesionales practicantes de la ingeniería de vías,

convencido que con el desarrollo de una gran cantidad de ejemplos de casos típicos, se pueden aclarar y afianzar mejor los principios básicos adquiridos; los cuales aquí se presentan en forma completa con su sustentación teórica y con los criterios que los soportan, actualmente aceptados mundialmente y normalizados por el Instituto Nacional de Vías, del Ministerio de Transporte de Colombia. Adicionalmente, he confeccionado una serie de problemas propuestos, para que sean resueltos por el lector como una práctica final. También, he diseñado de manera especial todas las figuras del libro, para así transmitirle al lector mis ideas gráficas de forma real y proporcionada, de acuerdo con mi imaginación tridimensional.

De esta manera, el libro puede ser utilizado como texto guía en cualquier centro de educación superior nacional o extranjero, y como documento de consulta o de referencia en empresas consultoras y oficinas estatales que realicen proyectos viales.

Los temas del libro están divididos en cinco grandes capítulos. El capítulo 1, *Las carreteras*, define las carreteras, las clasifica y presenta su concepción tridimensional, ubicando al lector en el diseño geométrico. El capítulo 2, *Rutas y líneas de pendiente*, presenta los estudios de rutas y líneas de pendiente para casos de terrenos ondulados, montañosos y escarpados, donde se pueden presentar varias soluciones de trazados. El capítulo 3, *Diseño geométrico horizontal: planta*, analiza los diferentes elementos del diseño geométrico planimétrico y su relación con la estabilidad del vehículo en la marcha. El capítulo 4, *Diseño geométrico vertical: rasante*, aborda todos los elementos del diseño altimétrico longitudinal, su relación con la visibilidad, y presenta los diversos criterios para la elección de las longitudes óptimas de las curvas verticales. Por último, el capítulo 5, *Diseño geométrico transversal: secciones, áreas y volúmenes*, complementa la concepción tridimensional de la vía, a través del estudio de las secciones transversales, sus áreas, los volúmenes entre ellas y su compensación con el diagrama de masas.

En la preparación de esta nueva edición del libro, quiero expresar mis más afectivos agradecimientos: a las directivas de la Universidad del Valle y de la Pontificia Universidad Javeriana de Cali Colombia, por

haberme permitido a través de la enseñanza, la educación superior y la consultoría, estar en contacto a escala local, nacional e internacional con muchas personas estudiosas y practicantes de la ingeniería de vías. A mis estudiantes de pregrado y posgrado, por brindarme la oportunidad con la enseñanza de este tema, de producir una buena parte del contenido del texto. A mis compañeros profesores de las diversas universidades donde he enseñado, por sus elogios, críticas y sugerencias. A mis anteriores jefes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad del Valle, ingenieros Silvio Delvasto, Iván Enrique Ramos, Héctor Cadavid, Peter Thomson y Ricardo Ramírez, por sus estímulos, apoyo y constante colaboración. Hoy en día, al doctor Mauricio Jaramillo Decano Académico de la Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Javeriana de Cali y al ingeniero Diego Darío Pérez Director del Departamento de Ingeniería Civil e Industrial de la misma universidad, por sus excelentes comentarios. A mi colega y gran amigo el profesor Alexander García, con quien he compartido interesantes experiencias profesionales y académicas. A mis ex alumnas, amigas y colegas ingenieras Jackeline Murillo y Paola Andrea Cruz, por la revisión del texto y sus valiosas observaciones. A mis cuatro grandes amigos, colegas y ex alumnos, ingenieros Edgar Fonseca, Luis Carlos Moya, Mauricio Carvajal y Paúl Núñez, por sus siempre muy acertados puntos de vista profesionales y sus oportunas reflexiones en mis momentos difíciles. Al ingeniero Iván Estrada, ex Presidente de la Asociación de Ingenieros de Valle, por el intercambio de experiencias. A mi ex alumno, Walther Delgado, por su trabajo fino y nítido en la edición final en computador de todas las figuras del libro. En especial, a mi hijo Juan David Cárdenas Angulo por haber tenido siempre la paciencia y la actitud en el diseño fotográfico del libro, lo mismo que a mi hija Janet Cárdenas Angulo por sus lindos consejos; los dos siempre han sido y serán el gran impulso y el aliciente para seguir adelante. Y finalmente, a todas aquellas personas, que de una u otra manera me apoyaron, y que hoy convierten esta inmensa alegría en realidad.

JAMES CÁRDENAS GRISALES

Capítulo 1

Las carreteras



Capítulo 1

LAS CARRETERAS

1.1 GENERALIDADES

Una *carretera* es una infraestructura de transporte especialmente acondicionada dentro de toda una faja de terreno denominada derecho de vía, con el propósito de permitir la circulación de vehículos de manera continua en el espacio y en el tiempo, con niveles adecuados de seguridad y comodidad.

En el *proyecto integral* de una *carretera*, el *diseño geométrico* es la parte más importante ya que a través de él se establece su configuración geométrica tridimensional, con el fin de que la vía sea funcional, segura, cómoda, estética, económica y compatible con el medio ambiente.

Una vía será *funcional* de acuerdo a su tipo, características geométricas y volúmenes de tránsito, de tal manera que ofrezca una adecuada movilidad a través de una velocidad de operación suficiente.

La geometría de la vía tendrá como premisa básica la de ser *segura*, a través de un diseño simple, uniforme y consistente.

La vía será *cómoda* en la medida en que se disminuyan las aceleraciones de los vehículos y sus variaciones, lo cual se logrará ajustando las curvaturas de la geometría y sus transiciones a las velocidades de operación por las que optan los conductores a lo largo de los tramos rectos.

La vía será *estética* al adaptarla al paisaje, permitiendo generar visuales agradables a las perspectivas cambiantes, produciendo en el conductor un recorrido fácil.

La vía será *económica*, cuando cumpliendo con los demás objetivos, ofrece el menor costo posible tanto en su construcción como en su mantenimiento.

Finalmente, la vía deberá ser *compatible* con el *medio ambiente*, adaptándola en lo posible a la topografía natural, a los usos del suelo y al valor de la tierra, y procurando mitigar o minimizar los impactos ambientales.

Los factores o requisitos del diseño a tener en cuenta se agrupan en *externos* o previamente existentes, e *internos* o propios de la vía y su diseño.

Los *factores externos* están relacionados, entre otros aspectos, con la topografía del terreno natural, la conformación geológica y geotécnica del mismo, el volumen y características del tránsito actual y futuro, los valores ambientales, la climatología e hidrología de la zona, los desarrollos urbanísticos existentes y previstos, los parámetros socioeconómicos del área y la estructura de las propiedades.

Los *factores internos* del diseño contemplan las velocidades a tener en cuenta para el mismo y los efectos operacionales de la geometría, especialmente los vinculados con la seguridad exigida y los relacionados con la estética y armonía de la solución.

1.2 CLASIFICACIÓN DE LAS CARRETERAS^{[5,10]*}

1.2.1 Según su función

Determinada según la necesidad operacional de la carretera o de los intereses de la nación en sus diferentes niveles:

- ❶ **CARRETERAS PRIMARIAS O DE PRIMER ORDEN**
Son aquellas vías troncales, transversales y de accesos a las capitales de los Departamentos, que cumplen la función básica de integración de las principales zonas de producción y de consumo del país y de éste con los demás países. Este tipo de carreteras puede ser de calzadas divididas según las exigencias del proyecto, y deben ser siempre pavimentadas.
- ❷ **CARRETERAS SECUNDARIAS O DE SEGUNDO ORDEN**
Son aquellas vías que unen cabeceras municipales entre sí y/o que provienen de una cabecera municipal y conectan con una carretera Primaria. Las carreteras consideradas como Secundarias pueden funcionar pavimentadas o en afirmado.
- ❸ **CARRETERAS TERCIARIAS O DE TERCER ORDEN**
Son aquellas vías de acceso que unen cabeceras municipales con sus veredas, o que unen veredas entre sí. Las carreteras consideradas como Terciarias deben funcionar en afirmado. En caso de pavimentarse deben cumplir con las condiciones geométricas estipuladas para las carreteras Secundarias

1.2.2 Según el tipo de terreno

Determinada por la topografía predominante en el tramo en estudio. De allí que, a lo largo de una carretera pueden presentarse tramos homogéneos en diferentes tipos de terreno. Éstos se clasifican con base en las pendientes de sus laderas naturales en el entorno y transversalmente a la vía.

* Corresponde al número de orden en la Bibliografía

Las pendientes longitudinales y transversales del terreno son las inclinaciones naturales del terreno, medidas en el sentido longitudinal y transversal del eje de la vía. A su vez, la línea de máxima pendiente sobre el terreno natural, es la inclinación máxima del terreno natural en cualquier dirección, alrededor del entorno del eje de la vía.

En Colombia, los terrenos se clasifican en plano (*P*), ondulado (*O*), montañoso (*M*) y escarpado (*E*), de acuerdo con los parámetros que se indican en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1 Tipos de terreno

TIPO DE TERRENO	PENDIENTE MÁXIMA MEDIA DE LAS LÍNEAS DE MÁXIMA PENDIENTE DEL TERRENO (%) ⁽¹⁾	INCLINACIÓN TRANSVERSAL AL EJE DE LA VÍA, DEL TERRENO (°) ⁽²⁾
Plano (P)	0-5	0-6
Ondulado (O)	5-25	6-13
Montañoso (M)	25-75	13-40
Escarpado (E)	>75	>40

Fuente:

⁽¹⁾: Cárdenas Grisales James. *Diseño Geométrico de Carreteras*. Ecoe Ediciones. Bogotá. 2002.

⁽²⁾: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

De esta manera, se consideran las siguientes carreteras:

❶ CARRETERAS EN TERRENO PLANO

Es la combinación de alineamientos horizontal y vertical, que permite a los vehículos pesados mantener aproximadamente la misma velocidad que la de los vehículos livianos.

Exigen mínimo movimiento de tierras durante la construcción, por lo que no presentan dificultad ni en el trazado ni en la explanación. Las pendientes longitudinales de las vías son normalmente menores al 3%.

❷ CARRETERAS EN TERRENO ONDULADO

Es la combinación de alineamientos horizontal y vertical que obliga a los vehículos pesados a reducir sus velocidades significativamente por debajo de la de los vehículos livianos,

sin ocasionar que aquellos operen a velocidades sostenidas en pendiente por intervalos de tiempo prolongado.

Durante la construcción los movimientos de tierra son moderados, lo que permite alineamientos más o menos rectos, sin mayores dificultades en el trazado y explanación. Sus pendientes longitudinales se encuentran entre el 3% y el 6%.

③ CARRETERAS EN TERRENO MONTAÑOSO

Es la combinación de alineamientos horizontal y vertical que obliga a los vehículos pesados a circular a velocidades sostenidas en pendiente a lo largo de distancias considerables o durante intervalos frecuentes.

Generalmente requieren grandes movimientos de tierra durante la construcción, razón por la cual presentan dificultades en el trazado y en la explanación. Sus pendientes longitudinales predominantes se encuentran entre el 6% y el 8%.

④ CARRETERAS EN TERRENO ESCARPADO

Es la combinación de alineamientos horizontal y vertical que obliga a los vehículos pesados a operar a menores velocidades sostenidas en pendiente que aquellas a las que operan en terreno montañoso, para distancias significativas o a intervalos muy frecuentes.

Exigen el máximo movimiento de tierras durante la construcción, con muchas dificultades para el trazado y explanación, pues los alineamientos están prácticamente definidos por divisorias de aguas. Generalmente sus pendientes longitudinales son superiores al 8%.

En la Figura 1.1, se ilustra de manera esquemática un perfil transversal del terreno natural, donde se aprecian los diversos tipos de terreno y las secciones transversales que se pueden presentar más comúnmente: terraplenes para terrenos planos, mixtas de corte y terraplén para terrenos ondulados, cortes para terrenos montañosos, y cortes en divisorias de aguas con túneles para terrenos escarpados.

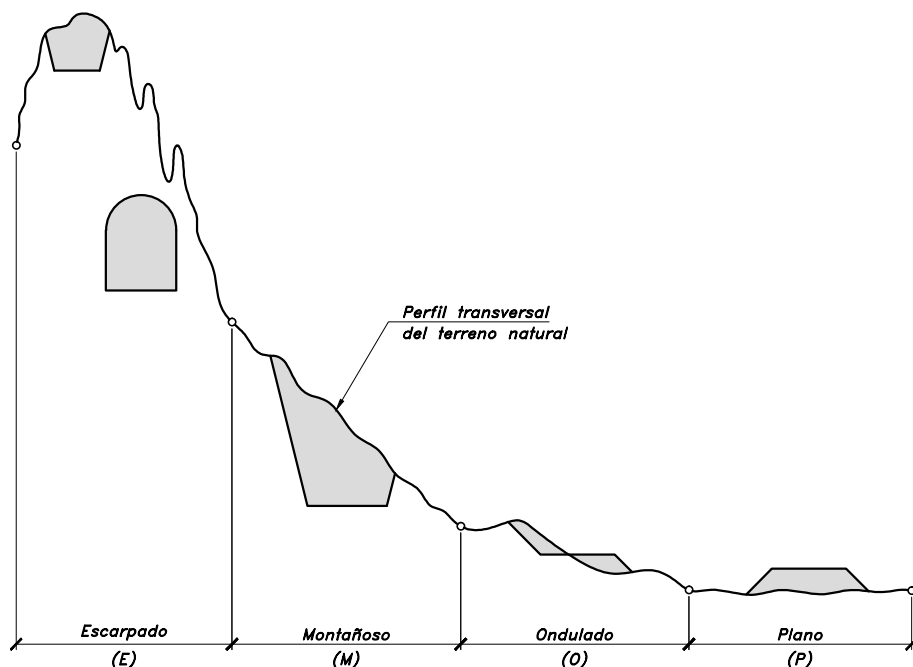


Figura 1.1 Tipos de terreno en carreteras

1.2.3 Según su competencia

Las carreteras se clasifican según se encuentren a cargo de una determinada administración:

- ❶ CARRETERAS NACIONALES**

Son aquellas que están, ya sea directamente bajo la administración del Instituto Nacional de Vías INVIAS, o que se encuentran concesionadas bajo la administración de la Agencia Nacional de Infraestructura ANI. Forman la red primaria de carreteras.
- ❷ CARRETERAS DEPARTAMENTALES**

Son aquellas de propiedad de los Departamentos. Forman la red secundaria de carreteras.

- ③ **CARRETERAS VEREDALES O CAMINOS VECINALES**
Son aquellas vías a cargo del Instituto Nacional de Vías y de los municipios. Forman la red terciaria de carreteras.
- ④ **CARRETERAS DISTRITALES Y MUNICIPALES**
Son aquellas vías urbanas y/o suburbanas y rurales a cargo del Distrito o Municipio.

1.2.4 Según sus características

- ① **AUTOPISTAS**
Son vías de calzadas separadas, cada una con dos o más carriles y con control total de accesos. Las entradas y salidas de las autopistas se realizan únicamente a través de intersecciones a desnivel comúnmente llamadas distribuidores o intercambiadores.
- ② **CARRETERAS MULTICARRILES**
Son carreteras divididas o no, con dos o más carriles por sentido y con control parcial de accesos. Las entradas y salidas se realizan a través de intersecciones a desnivel y a nivel.
- ③ **CARRETERAS DE DOS CARRILES**
Constan de una sola calzada de dos carriles, uno por cada sentido de circulación, con intersecciones a nivel y acceso directo desde sus márgenes.

1.3 CONCEPTO TRIDIMENSIONAL DE UNA VÍA

El diseño y la construcción de una vía se inicia con el establecimiento de las *rut*as o *corredores* favorables que conecten los extremos del proyecto y unan puntos intermedios de paso obligado, actividades que se desarrollan en la llamada *Fase 1* de *Prefactibilidad*. Teniendo en cuenta los factores externos que afectan el diseño, en esta primera etapa predominan los criterios económicos vinculados a las longitudes

de las soluciones y al costo de las obras de explanación, de arte (puentes, viaductos, muros) y túneles.

Una vez seleccionada la ruta más favorable, se inician propiamente las etapas del *diseño geométrico*, que le dan la forma física más apropiada a la carretera, adaptada a todos los requisitos, intentando satisfacer al máximo los distintos objetivos del diseño.

Este diseño se realiza, pasando por la *Fase 2 de Factibilidad* o de anteproyecto, en la cual se decide continuar o no con el proyecto dependiendo de su rentabilidad. Si éste resulta rentable se debe continuar con la *Fase 3* con la elaboración de los *Diseños Definitivos* de la carretera, que incluye los diseños detallados, tanto geométricos como de todas las estructuras y obras complementarias que se requieran, de tal forma que se pueda materializar la carretera a través de su construcción.

Como la carretera es una superficie transitable, continua y regular, ubicada en un espacio *tridimensional*, la reducción de su forma geométrica a un modelo matemático igualmente tridimensional resulta compleja y, por lo tanto, poco empleada.

Por lo tanto, en casi todos los diseños se realizan dos análisis bidimensionales complementarios del eje de la vía, prescindiendo en cada caso de una de las tres dimensiones.

Así, si no se toma en cuenta la dimensión vertical (altura o cota), resultará el *alineamiento en planta* o *diseño geométrico horizontal*, que es la proyección del eje de la vía sobre un plano horizontal.

La forma del alineamiento en planta es una sucesión continua y cambiante de direcciones, rumbos o azimutes a lo largo del eje. Las formas geométricas horizontales que se utilizan para la definición del trazado son rectas y curvas circulares o espirales de transición.

Ahora, si se toma en cuenta la dimensión longitudinal del alineamiento en planta, definido anteriormente y, junto con ella, se considera la cota, resultará el *perfil longitudinal* o *diseño geométrico*

vertical, que es la proyección del eje real o espacial de la vía sobre una superficie vertical paralela al mismo.

La forma del perfil longitudinal es una sucesión continua y cambiante de pendientes a lo largo del eje. Las formas geométricas verticales que se utilizan para la definición del trazado son rectas contiguas de pendientes uniformes enlazadas con curvas verticales parabólicas.

Finalmente, si se considera el ancho de la vía asociado a su eje, resultarán las *secciones transversales* sucesivas, compuestas por la calzada, las bermas, las cunetas y los taludes laterales; completándose así la concepción tridimensional de la vía.

En la Figura 1.2 se muestra el eje de una vía ubicado en el espacio tridimensional.

Inicialmente, obsérvese que se tienen tres planos verticales rectangulares plegados a 90° , cada uno de largo $8x$ y alto $4y$. De acuerdo con la posición de la dirección Norte (N), el primer plano tiene una dirección hacia el Este, el segundo plano hacia el Sur y el tercer plano hacia el Este de nuevo.

A lo largo de estos tres planos se desarrolla la poligonal espacial $ABCDEF$, la cual presenta quiebres en los puntos B , C , D y E . Dicha poligonal cambia de rumbo en los puntos C y E , lo mismo que cambia de pendiente en los puntos B , D y E . Así, de manera especial, se aprecia que el punto de quiebre E presenta tanto un cambio de rumbo como de pendiente.

Considerando cada uno de los tramos rectos de esta poligonal, se tiene:

Tramo AB :

Rumbo: hacia el Este

Pendiente: $+\frac{3y}{4x}$

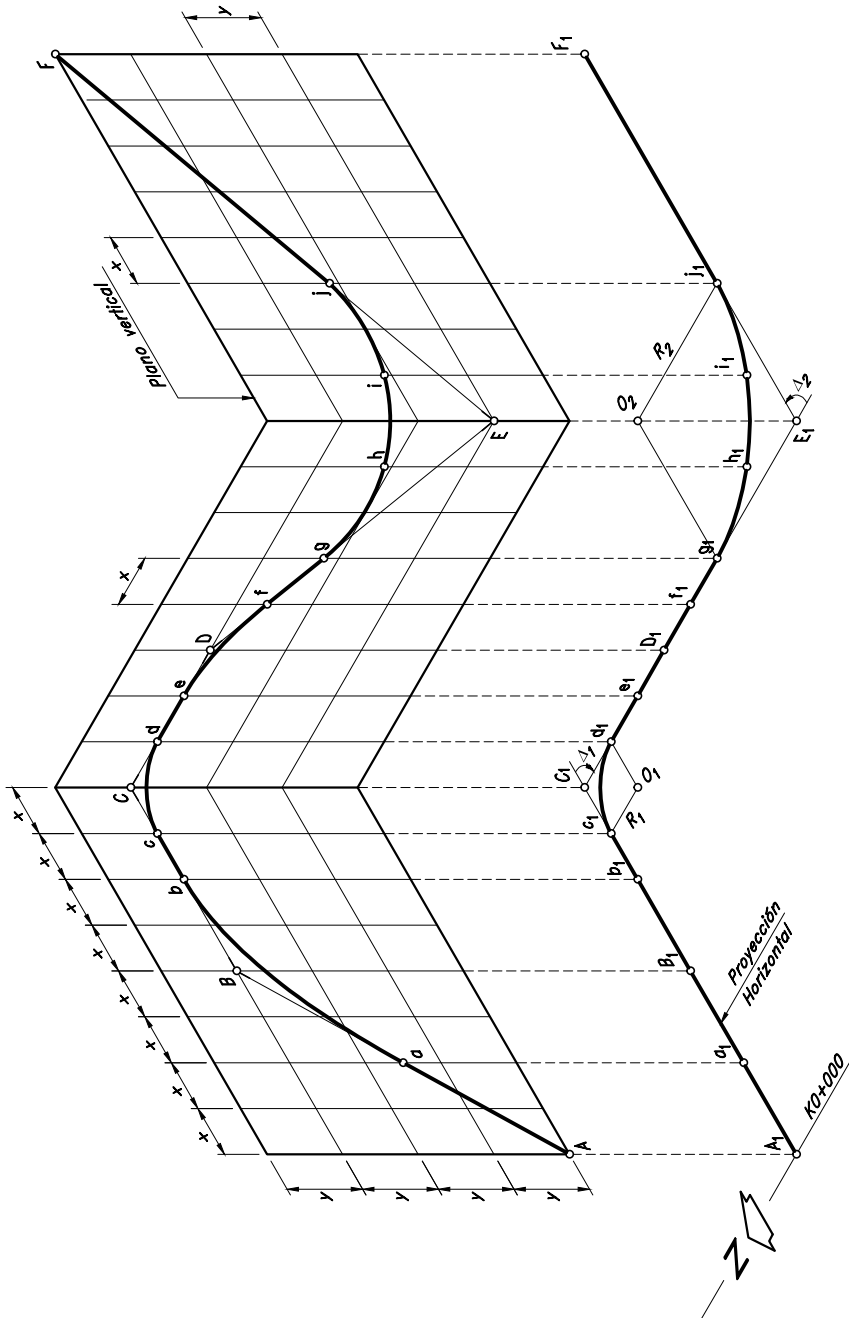


Figura 1.2 Eje de una vía en el espacio tridimensional

Tramo BC:

Rumbo: hacia el Este

Pendiente: $\frac{0}{4x} = 0$

Tramo CD:

Rumbo: hacia el Sur

Pendiente: $\frac{0}{3x} = 0$

Tramo DE:

Rumbo: hacia el Sur

Pendiente: $-\frac{2y}{5x}$

Tramo EF:

Rumbo: hacia el Este

Pendiente: $+\frac{3y}{8x}$

Si la poligonal espacial forma parte del eje de la vía, será necesario enlazar los tramos rectos en los puntos de quiebre con curvas en el espacio. Tal como se mencionó anteriormente si se prescinde de las alturas se tendrá el *diseño geométrico horizontal*, representado en la parte inferior de la Figura 1.2 como la proyección horizontal, convirtiéndose la poligonal espacial en la proyección $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$, que al insertar las curvas horizontales circulares en C_1 de radio $R_1=x$ y en E_1 de radio $R_2=3x$, generan el *diseño en planta* del eje de la vía según $A_1C_1d_1g_1j_1F_1$, tal como se aprecia también en la parte superior de la Figura 1.3.

De esta manera, partiendo de A_1 como punto origen de abscisa $K0+000$, se tendrá para el punto final F_1 la abscisa siguiente:

$$\text{Abscisa de } F_1 = \text{Abscisa de } A_1 + A_1C_1 + C_1d_1 + d_1g_1 + g_1j_1 + j_1F_1$$

$$A_1C_1 = 7x$$

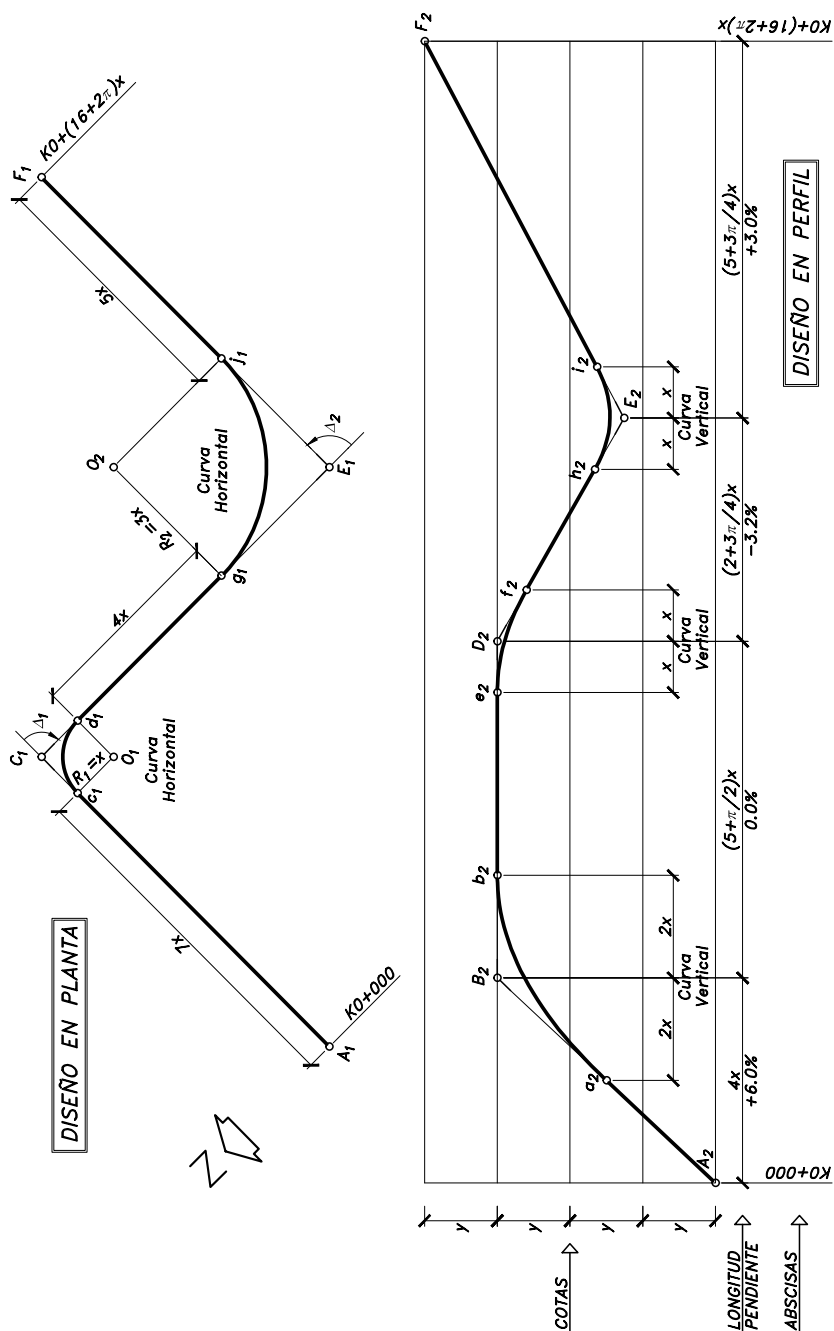


Figura 1.3 Diseño geométrico en planta y en perfil del eje de una vía

$$c_1 d_1 = \frac{2\pi R_1}{4} = \frac{2\pi x}{4} = \frac{\pi x}{2}$$

$$d_1 g_1 = 4x$$

$$g_1 j_1 = \frac{2\pi R_2}{4} = \frac{2\pi(3x)}{4} = \frac{3\pi x}{2}$$

$$j_1 F_1 = 5x$$

$$\text{Abscisa de } F_1 = K0 + 000 + 7x + \frac{\pi x}{2} + 4x + \frac{3\pi x}{2} + 5x = K0 + (16 + 2\pi)x$$

Suponiendo que el valor numérico de x es de 50 metros, la abscisa de F_1 será:

$$\begin{aligned}\text{Abscisa de } F_1 &= K0 + (16 + 2\pi)x = K0 + (16 + 2\pi)50 = K0 + 1114.159 \\ &= K1 + 114.159\end{aligned}$$

De igual manera, en la parte inferior de la Figura 1.3, se muestra el *diseño en perfil* del eje de la vía según $A_2 a_2 b_2 c_2 f_2 h_2 j_2 F_2$, obtenido al insertar curvas verticales parabólicas en los puntos B_2 , D_2 y E_2 respectivamente. Así mismo, si el valor numérico de y es de 4 metros, las pendientes correspondientes a los tramos $A_2 B_2$, $B_2 D_2$, $D_2 E_2$ y $E_2 F_2$ son +6.0%, 0.0%, -3.2% y +3.0%, tal como se indican.

Capítulo 2

Rutas y líneas de pendiente



Capítulo 2

RUTAS Y LÍNEAS DE PENDIENTE

2.1 FASES DEL PROYECTO DE UNA CARRETERA^[10]

El diseño de una carretera nueva de Primer Orden o Primaria se realiza, tal como se mencionó en el primer capítulo, por fases o etapas, en las que se tiene la posibilidad de evaluar progresivamente la viabilidad económica del proyecto. De manera general, los propósitos y actividades de cada fase son:

2.1.1 Fase 1. Prefactibilidad

Aquí se identifican uno o varios corredores de ruta posibles, se realiza el prediseño aproximado de la carretera a lo largo de cada corredor y, recurriendo a costos obtenidos en proyectos con condiciones similares, se realiza la evaluación económica preliminar. En términos simples, la evaluación económica consiste en comparar, a lo largo de un período de análisis económico, la suma del costo inicial de

construcción, el costo del mantenimiento rutinario y el costo del mantenimiento periódico, con los beneficios que se obtendrían, representados mayoritariamente en los ahorros en los costos de la operación vehicular.

El objetivo concreto de la Fase 1, es establecer si el proyecto ofrece posibilidades de ser viable económicamente, es decir, si supera umbrales preestablecidos para indicadores como la relación Beneficio/Costo (B/C) o la Tasa Interna de Retorno (TIR). Si la evaluación económica no es satisfactoria en ninguno de los corredores estudiados, se archiva el proyecto. En caso contrario, se debe continuar afinando los estudios en la siguiente fase, en el corredor que presente la mayor rentabilidad.

2.1.2 Fase 2. Factibilidad

En el corredor seleccionado se debe diseñar en forma definitiva el eje en planta de la carretera. La posición de dicho eje deberá ser compatible con el cumplimiento de las especificaciones geométricas tanto del perfil longitudinal como de las secciones transversales y de todas las estructuras y obras complementarias que se requieran.

Con la trayectoria definitiva en planta del eje de la carretera y con los prediseños del eje en perfil longitudinal, de las secciones transversales, de las obras de drenaje superficial y subterráneo, de las estructuras como puentes y muros de contención, del pavimento, etc., se procede a la evaluación económica final. Esta evaluación se realiza con un mayor grado de confiabilidad por cuanto en esta fase ya se cuenta con elementos suficientes tanto para elaborar el presupuesto con menor incertidumbre como para cuantificar los costos de la operación vehicular.

El objetivo concreto de la Fase 2 es la decisión final de continuar o no con el proyecto dependiendo de su rentabilidad. Si éste resulta rentable se debe continuar con la elaboración de los diseños definitivos de la carretera a partir del eje ya definido.

2.1.3 Fase 3. Diseños definitivos

Aquí se elaboran los diseños detallados, tanto geométricos como de todas las estructuras y obras complementarias que se requieran, de tal forma que se pueda localizar y materializar la carretera a través de su construcción.

En el otro extremo de la jerarquía vial se encuentran las carreteras Terciarias, cuya construcción pretende básicamente desarrollar zonas potencialmente productivas u ofrecer posibilidades de bienestar a núcleos de población atrasados por la carencia de una vía de comunicación terrestre. En ambos casos, la decisión de construir la carretera es de carácter eminentemente político, respetando, claro está, el orden de las prioridades, establecido por las autoridades gubernamentales.

Una vez tomada la decisión de construir la carretera, se procede a la elaboración de los diseños, de manera continua, hasta su nivel de detalle. La metodología para una carretera Terciaria nueva es una versión simplificada y en una sola etapa del método que se desarrolla en tres fases cuando se trata de carreteras Primarias. El método de diseño por *localización directa* solo se recomienda cuando el trazado sea en terreno plano.

Con relación a las carreteras Secundarias, es poco frecuente el caso de construir una carretera nueva con el carácter de Secundaria. Por lo general estas carreteras son el resultado del mejoramiento continuo que en el transcurso de los años se realiza a carreteras que originalmente fueron Terciarias. El método de diseño de rectificaciones y mejoras de carreteras existentes, es una adaptación del método aplicable a carreteras Terciarias y sus actividades obviamente dependen de la naturaleza y magnitud de los trabajos a realizar en cada caso particular.

Es conveniente enfatizar que las decisiones asociadas al diseño geométrico deben ser tomadas en estrecha concordancia con las condiciones prevalecientes en cuanto a la geología, la geotecnia, la

hidrología e hidráulica de cauces, las facilidades para el emplazamiento y construcción de las estructuras viales e intersecciones, las fuentes de materiales y las afectaciones al medio ambiente.

2.2 SELECCIÓN DE RUTAS

Se entiende por *ruta* aquella franja de terreno, de ancho variable, comprendida entre dos puntos obligados extremos y que pasa a lo largo de puntos obligados intermedios, dentro de la cual es factible realizar la localización del trazado de una carretera. Los *puntos obligados* son aquellos sitios extremos o intermedios por los que necesariamente deberá pasar la vía, ya sea por razones técnicas, económicas, sociales o políticas; como por ejemplo: poblaciones, áreas productivas, puertos, puntos geográficos como valles y depresiones, etc.

La identificación de una ruta a través de estos puntos obligados o de *control primario* y su paso por otros puntos intermedios de menor importancia o de *control secundario*, hace que aparezcan varias rutas alternas. Son ejemplos de puntos de control secundario: caseríos, cruces de ríos y cañadas, cruces con otras vías, zonas estables, bosques, etc.

Para todas las rutas alternas, es necesario llevar a cabo la actividad denominada *selección de ruta*, la cual comprende una serie de trabajos preliminares que tienen que ver con acopio de datos, estudio de planos, reconocimientos aéreos y terrestres, poligonales de estudio, etc. A la ruta seleccionada se le realizará el levantamiento topográfico de su corredor.

El *acopio de datos* se refiere a la obtención de la información básica en la zona de estudio, relacionada con la topografía, la geología, la hidrología, el drenaje y los usos de la tierra. Estos factores constituyen los mayores controles en el diseño, localización y construcción de la futura vía. Igualmente, deberá obtenerse información sobre la

actividad económica y social de la región. Las principales fuentes de información para la obtención de estos datos, son entre otras: el Ministerio de Transporte, el Instituto Nacional de Vías, el DANE, el IGAC, el CIAF, la CVC, las Oficinas de Planeación, las Oficinas de Valorización, las Secretarías de Obras Públicas, etc.

El *estudio de planos* forma parte del llamado análisis de la información existente. Básicamente consiste en la elaboración de los croquis de las rutas sobre planos, cartas geográficas o fotografías aéreas, a escalas muy comunes como 1:100000, 1:50000, 1:25000, identificando sobre ellos la información obtenida anteriormente, especialmente los puntos obligados de control primario, ya que éstos guían la dirección general a seguir de una ruta específica. De esta manera y con la identificación también de los puntos de control secundario, es posible señalar sobre los planos varias rutas alternas o franjas de estudio.

Se deben considerar como mínimo los siguientes aspectos: la estabilidad geológica, las pendientes naturales del terreno, la estabilidad geotécnica, el patrón de drenaje, el número de cauces mayores, opciones de sitios de cruce de líneas divisorias de aguas (puntos secos) y ponteaderos, posibilidad de fuentes de materiales y zonas de vida o ecosistemas.

Se puede presentar que por las características topográficas de la zona, no sea evidente el desarrollo de algún corredor en especial. Para ayudar a delimitarlo con más precisión se debe establecer, sobre restituciones, los puntos secundarios de control y entre ellos trazar una línea de ceros provisional.

Mediante los *reconocimientos aéreos y terrestres* se realiza un examen general de las rutas o franjas de terreno que han quedado previamente determinadas y marcadas sobre los croquis en la base cartográfica. Su finalidad es la de identificar aquellas características que hacen una ruta mejor a las otras, cuantificar los costos posibles de construcción de la futura carretera por cada ruta, determinar los efectos que tendrá la carretera en el desarrollo económico de la región y estimar los efectos destructivos que puedan producirse en el paisaje

natural. Igualmente, se aprovecha el reconocimiento, para obtener datos complementarios de la zona en estudio.

Una vez establecidas, en forma definitiva, las fronteras entre tramos homogéneos, se debe trazar la línea de ceros en el terreno con el propósito de verificar si es posible conectar los puntos extremos del tramo, es decir sus fronteras. Para hacer posible el replanteo, se toma como base la línea de ceros trazada en los croquis, para cada una de las rutas posibles.

Las *poligonales de estudio* permiten recoger todos aquellos detalles necesarios que dan a conocer cuál ruta es la que ofrece un mejor trazado. Estas poligonales deben levantarse en forma rápida y con una precisión no muy alta. Es así como, sus lados se pueden medir a cinta o a taquimetría, los rumbos se determinan con brújula, las alturas con barómetro y las pendientes con niveles de mano.

Finalmente, sobre la ruta seleccionada, se debe realizar el *levantamiento topográfico del corredor*, a través del establecimiento de una poligonal cuyos vértices serán bases de topografía a partir de las cuales, mediante radiación, se toman las coordenadas de puntos del terreno. El ancho de la faja de terreno a levantar en cada sector del corredor será definido por los ingenieros a cargo del diseño en función de las características topográficas del sitio.

2.3 EVALUACIÓN DEL TRAZADO DE RUTAS

Como se mencionó anteriormente, la mejor ruta entre varias alternas, que permita enlazar dos puntos extremos o terminales, será aquella que de acuerdo a las condiciones topográficas, geológicas, hidrológicas y de drenaje, ofrezca el menor costo con el mayor índice de utilidad económica, social y estética. Por lo tanto, para cada ruta será necesario determinar, en forma aproximada, los costos de construcción, operación y conservación de la futura carretera a proyectar, para así compararlos con los beneficios probables esperados.

Existen diversos métodos de *evaluación de rutas* y trazados alternos, con los cuales se podrá hacer la mejor selección. Dentro de éstos, se encuentra el Método de Bruce^[4], en el cual se aplica el concepto de longitud virtual. Compara, para cada ruta o trazado alternativo, sus longitudes, sus desniveles y sus pendientes, tomando en cuenta únicamente el aumento de longitud correspondiente al esfuerzo de tracción en las pendientes. Se expresa así:

$$x_0 = x + k \sum y \quad (2-1)$$

Donde:

x_0 = Longitud resistente (m).

x = Longitud total del trazado (m).

$\sum y$ = Desnivel o suma de desniveles (m).

k = Inverso del coeficiente de tracción.

En la Tabla 2.1 aparecen los valores de k para los distintos tipos de superficie de rodamiento.

Tabla 2.1 Valores del inverso del coeficiente de tracción

TIPO DE SUPERFICIE	VALOR MEDIO DE k
Carretera en tierra	21
Macadam	32
Pavimento asfáltico	35
Pavimento rígido	44

2.4 LÍNEA DE PENDIENTE O DE CEROS

2.4.1 Concepto

La *línea de pendiente* es aquella línea que, pasando por los puntos obligados del proyecto, conserva la pendiente uniforme especificada y que de coincidir con el eje de la carretera, éste no aceptaría cortes ni rellenos, razón por la cual también se le conoce con el nombre de *línea de ceros*.

Es una línea que al ir a ras del terreno natural, sigue la forma de éste, convirtiéndose en una línea de mínimo movimiento de tierra. Por lo tanto, cualquier eje vial de diseño que trate de seguirla lo más cerca posible, será un eje económico, desde este punto de vista.

2.4.2 Trazado de una línea de pendiente

En la isometría del terreno natural con curvas de nivel cada 5 metros, ilustrada en la Figura 2.1, considérese los puntos *A* y *B* sobre las curvas de nivel sucesivas 205 y 210. La pendiente de la línea recta *AB*, que los une, es:

$$\text{Pendiente de } AB = \tan \alpha = \frac{BC}{AC} \quad (2-2)$$

Luego, si se quiere mantener una línea de pendiente uniforme igual a $\tan \alpha$, la distancia horizontal necesaria para pasar de una curva de nivel a otra será:

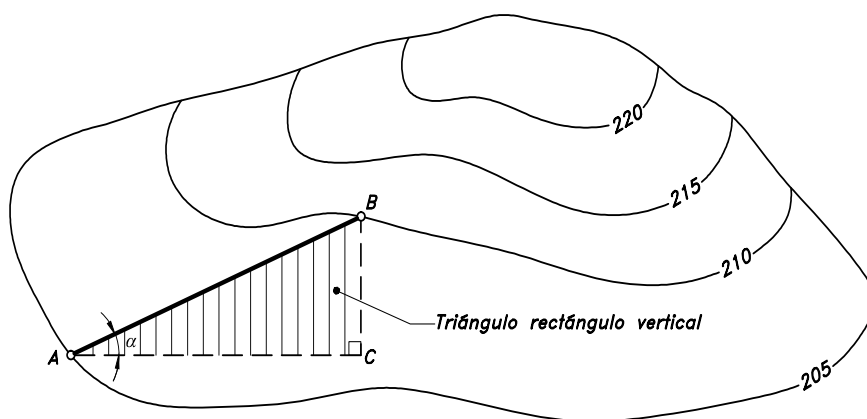


Figura 2.1 Concepto de línea de pendiente

$$AC = \frac{BC}{\tan \alpha} \quad (2-3)$$

Donde:

AC = Distancia horizontal entre curvas de nivel sucesivas, o abertura del compás.

BC = Diferencia de nivel entre curvas o equidistancia.

$\tan \alpha$ = Pendiente de la línea recta AB . Corresponde a la pendiente de la línea de ceros.

Por lo tanto, también puede decirse que:

$$a = \frac{\text{Equidistancia}}{p} \quad (2-4)$$

Donde, a es la abertura del compás y p es la pendiente uniforme de la línea de ceros.

De esta manera, la distancia AC o a , en metros, reducida a la escala del plano, se podrá trazar con un compás de puntas secas a partir del punto inicial, materializándose así una serie de puntos sobre curvas sucesivas, cuya unión constituye la línea de ceros, tal como se muestra en la Figura 2.2.

En términos generales, en el trazado de una línea de ceros, se pueden presentar dos casos: El primero, consiste en llevar desde un punto inicial una línea de ceros de pendiente uniforme sin especificar el punto final o de llegada. El segundo, consiste en trazar una línea de ceros a través de dos puntos obligados. En este último caso será necesario estimar la pendiente máxima que une los dos puntos, la cual deberá ser comparada con la pendiente máxima permitida por las normas. Mediante el Ejemplo 2.2 y el Problema 2.2 se podrá ejercitar el trazado de líneas de ceros según estos dos casos.

La línea de ceros en el terreno se lleva marcándola en la dirección general requerida, pasando por los puntos de control y por los lugares

más adecuados. Para tal efecto, se emplean miras, jalones y clisímetros (niveles de mano Locke o Abney).

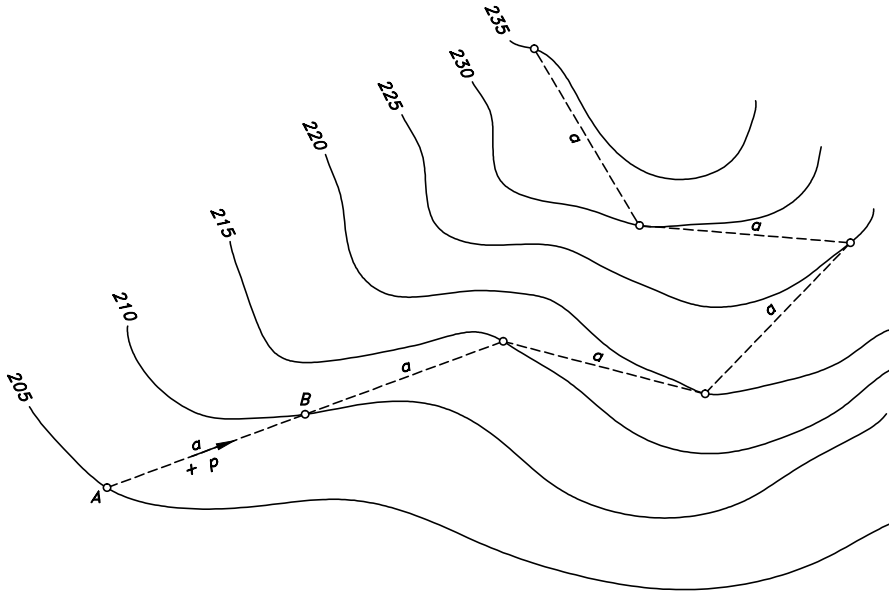


Figura 2.2 Línea de ceros en un plano

EJEMPLO 2.1: Estudio de Rutas

Datos:

En el plano de la Figura 2.3, dibujado a la escala dada con curvas de nivel de equidistancia 50 metros, se identifican los puntos A y B.

Realizar:

Un estudio de las posibles rutas que unan los puntos A y B.

Solución:

Sobre el plano dado se han trazado tres posibles rutas, mediante la identificación de los puntos de paso a, b, c, d, f, g, h, i, de control primario y secundario. Tales rutas son:

Ruta 1= AabcB, siguiendo la parte alta.
 Ruta 2= AdefB, siguiendo la parte media.
 Ruta 3= AghiB, siguiendo la parte baja.

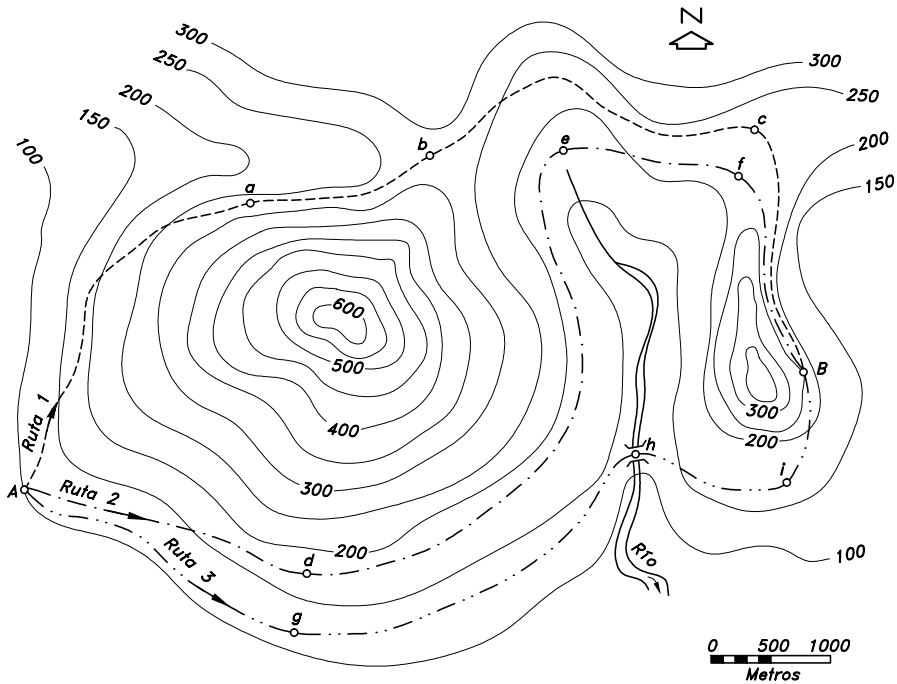


Figura 2.3 Estudio de rutas

En la Tabla 2.2, para cada una de las rutas trazadas aparecen sus puntos, abscisas y cotas.

Con el propósito de realizar una evaluación preliminar más precisa, es necesario elaborar un perfil longitudinal de las rutas, como se muestra en la Figura 2.4, calculado así:

Ruta 1:

Tramo Aa:

$$\text{Desnivel} = 275 - 100 = 175\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 3400\text{m}$$

$$Pendiente = \frac{175}{3400} = +0.051 \equiv +5.1\%$$

Tabla 2.2 Puntos, abscisas y cotas a lo largo de las rutas

RUTAS	PUNTOS	ABSCISAS	COTAS
Ruta 1	A	K0+000	100
	a	K3+400	275
	b	K5+000	290
	c	K8+100	240
	B	K10+200	250
Ruta 2	A	K0+000	100
	d	K2+400	180
	e	K7+500	170
	f	K9+000	210
	B	K10+800	250
Ruta 3	A	K0+000	100
	g	K2+600	120
	h	K6+000	110
	i	K7+300	165
	B	K8+300	250

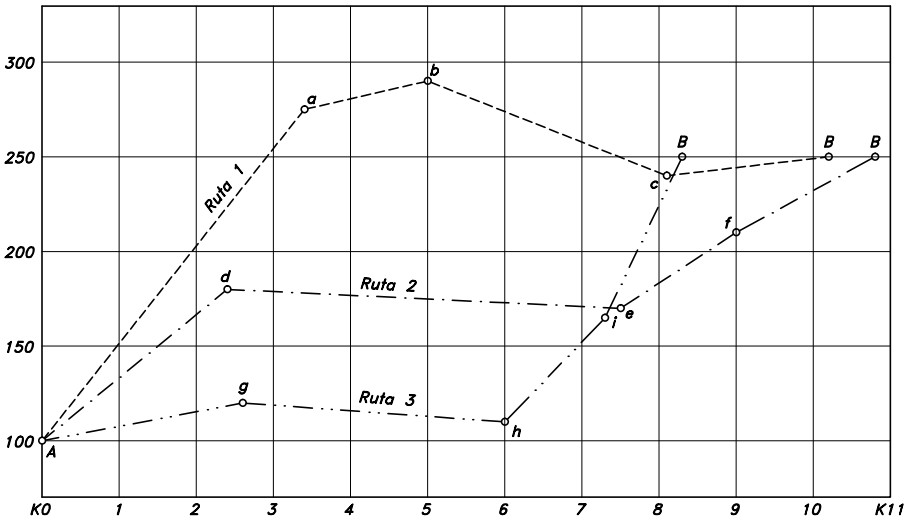


Figura 2.4 Perfil longitudinal de rutas

Tramo ab:

$$\text{Desnivel} = 290 - 275 = 15\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 1600\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{15}{1600} = +0.009 \equiv +0.9\%$$

Tramo bc:

$$\text{Desnivel} = 240 - 290 = -50\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 3100\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{-50}{3100} = -0.016 \equiv -1.6\%$$

Tramo cB:

$$\text{Desnivel} = 250 - 240 = 10\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 2100\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{10}{2100} = +0.005 \equiv +0.5\%$$

Ruta 2:Tramo Ad:

$$\text{Desnivel} = 180 - 100 = 80\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 2400\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{80}{2400} = +0.033 \equiv +3.3\%$$

Tramo de:

$$\text{Desnivel} = 170 - 180 = -10\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 5100\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{-10}{5100} = -0.002 \equiv -0.2\%$$

Tramo ef:

$$\text{Desnivel} = 210 - 170 = 40\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 1500\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{40}{1500} = +0.027 \equiv +2.7\%$$

Tramo fB:

$$\text{Desnivel} = 250 - 210 = 40\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 1800\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{40}{1800} = +0.022 \equiv +2.2\%$$

Ruta 3:Tramo Ag:

$$\text{Desnivel} = 120 - 100 = 20\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 2600\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{20}{2600} = +0.008 \equiv +0.8\%$$

Tramo gh:

$$\text{Desnivel} = 110 - 120 = -10\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 3400\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{-10}{3400} = -0.003 \equiv -0.3\%$$

Tramo hi:

$$\text{Desnivel} = 165 - 110 = 55\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 1300\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{55}{1300} = +0.042 \equiv +4.2\%$$

Tramo iB:

$$\text{Desnivel} = 250 - 165 = 85\text{m}, \quad \text{Distancia horizontal} = 1000\text{m}$$

$$\text{Pendiente} = \frac{85}{1000} = +0.085 \equiv +8.5\%$$

La evaluación preliminar de las tres rutas se hará con base en la comparación de sus longitudes, desniveles y pendientes. Para tal efecto, se supone que las vías a construir sobre estas rutas serán pavimentadas en concreto y que la pendiente recomendada es del 4%.

Por lo tanto, de acuerdo a la ecuación (2-1), para cada ruta se tienen las siguientes *longitudes resistentes*, x_0 :

Ruta 1:

$$\text{Desniveles perjudiciales por contrapendientes} = 175 + 15 + 10 = 200\text{m}$$

$$x = 10200\text{m}, \quad k = 44, \quad \sum y = 200\text{m}$$

$$x_0 = x + k \sum y = 10200 + 44(200) = 19000\text{m}$$

Ruta 2:

$$\text{Desniveles perjudiciales por contrapendientes} = 80 + 40 + 40 = 160\text{m}$$

$$x = 10800\text{m}, \quad k = 44, \quad \sum y = 160\text{m}$$

$$x_0 = x + k \sum y = 10800 + 44(160) = 17840\text{m}$$

Ruta 3:

$$\text{Desniveles perjudiciales por contrapendientes} = 20 + 55 + 85 = 160\text{m}$$

$$x = 8300\text{m}, \quad k = 44, \quad \sum y = 160\text{m}$$

$$x_0 = x + k \sum y = 8300 + 44(160) = 15340\text{m}$$

Ahora, si el análisis de longitudes resistentes se realiza en sentido contrario, esto es de B á A , como sería el caso de una carretera de dos direcciones, se tiene:

Ruta 1:

Desniveles por contrapendientes = 50m

Desniveles por exceso de pendientes = $(0.051 - 0.04)3400 = 37.4m$

$x_0 = x + k \sum y = 10200 + 44(50 + 37.4) = 14046m$

Ruta 2:

Desniveles por contrapendientes = 10m

Desniveles por exceso de pendientes = 0

$x_0 = x + k \sum y = 10800 + 44(10) = 11240m$

Ruta 3:

Desniveles por contrapendientes = 10m

Desniveles por exceso de pendientes = $(0.085 - 0.04)1000 + (0.042 - 0.04)1300$
= 47.6m

$x_0 = x + k \sum y = 8300 + 44(10 + 47.6) = 10834m$

Como puede observarse, para ambos sentidos, la ruta de menor resistencia es la *Ruta 3*, la cual se hace atractiva. Sin embargo, ella incorpora la construcción de un puente en el punto h , situación que elevaría los costos. Por lo tanto, si se trata de un proyecto económico, desde este punto de vista la mejor ruta será la *Ruta 2*.

EJEMPLO 2.2: Trazado de líneas de pendiente o de ceros

Datos:

La Figura 2.5 muestra un plano a la escala dada, de curvas de nivel de equidistancia 8 metros, sobre el cual se identifican dos puntos A y B .

Trazar:

Una línea de ceros entre los puntos A y B de pendiente uniforme máxima posible.

Solución:

Este es el caso de enlazar dos puntos obligados *A* y *B* con una sola pendiente, que necesariamente es la máxima posible. Una forma de determinarla y enlazarla se apoya en el uso de pendientes parciales entre los puntos dados, las cuales se trazan sucesivamente desde los puntos opuestos, la una ascendiendo y la otra descendiendo.

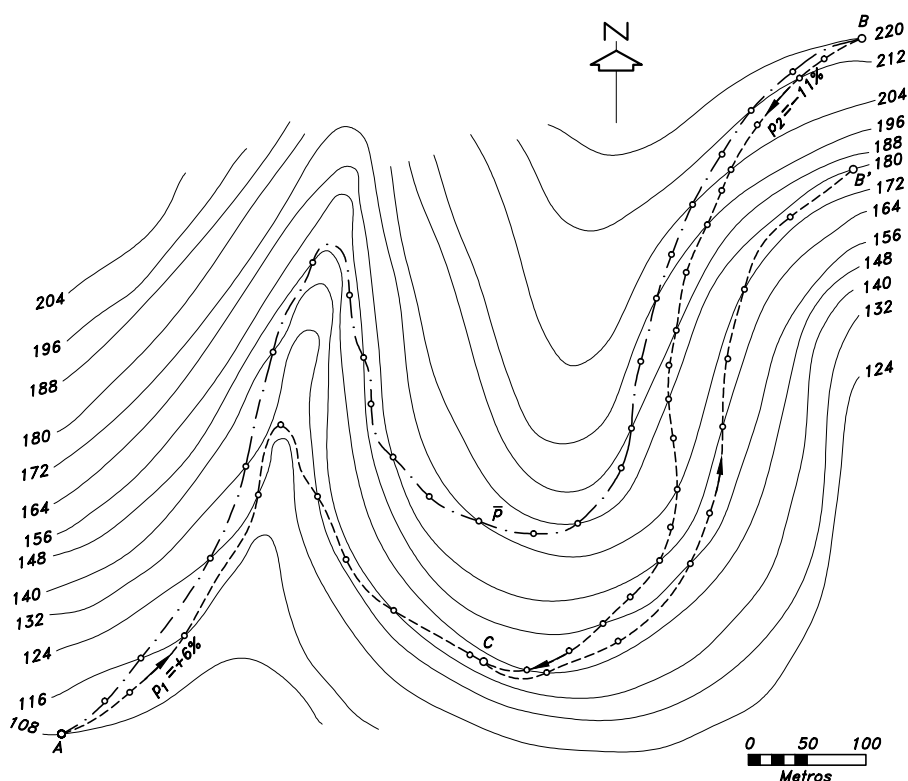


Figura 2.5 Trazado de líneas de pendiente o de ceros

Para este ejemplo, se supone una primera pendiente del $+6\%$ saliendo de *A*, esto es:

$$p_1 = 0.06$$

Por lo tanto, según la ecuación (2-4), la abertura del compás es:

$$a_1 = \frac{\text{Equidistancia}}{p_1} = \frac{8m}{0.06} = 133.333m$$

Suponiendo que existe una curva de nivel intermedia entre cada par de las dadas, la abertura del compás será de:

$$a_1 = \frac{4m}{0.06} = 66.667m$$

Con esta distancia a la escala del plano se traza la línea AB' , la cual como puede observarse pasa por debajo del punto B . Esto indica que la pendiente supuesta p_1 es menor que la máxima posible. En este momento es preciso suponer una segunda pendiente, mayor que la primera, por ejemplo, del -11% saliendo de B , esto es:

$$p_2 = -0.11$$

$$a_2 = \frac{4m}{0.11} = 36.364m$$

Con esta distancia y partiendo de B se traza esta segunda línea la cual encuentra en el punto C la primera línea.

Con el fin de visualizar mejor el cálculo de la pendiente máxima posible para la línea que une los puntos A y B es conveniente dibujar un perfil longitudinal de las líneas de pendiente parciales p_1 y p_2 , como se ilustra en la Figura 2.6, para las cuales:

Distancia horizontal entre A y C :	$x_1 = 611m$
Diferencia de nivel entre A y C :	$y_1 = p_1 x_1 = 0.06(611) = 36.660m$
Distancia horizontal entre C y B :	$x_2 = 685m$
Diferencia de nivel entre C y B :	$y_2 = p_2 x_2 = 0.11(685) = 75.350m$

De esta manera, la pendiente máxima posible \bar{p} es:

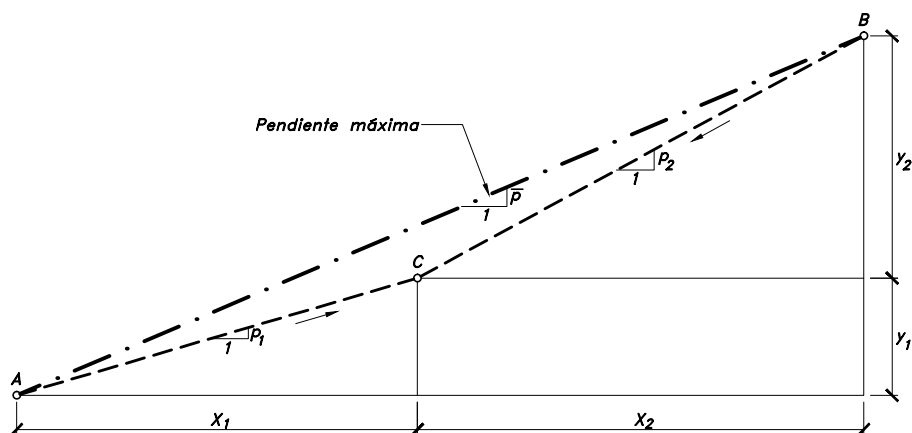


Figura 2.6 Perfil longitudinal de líneas de pendiente o de ceros

$$\bar{p} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 + x_2} = \frac{36.660 + 75.350}{611 + 685} = 0.0864 \equiv 8.64\%$$

Con una abertura del compás de:

$$\bar{a} = \frac{4m}{0.0864} = 46.296m$$

Abertura que a la escala del plano permite el trazado de la pendiente máxima posible, como se muestra en la Figura 2.5.

2.5 PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 2.1: Estudio de Rutas

Datos:

El plano de la Figura 2.7 está dibujado a la escala dada, con curvas de nivel de equidistancia 50 metros. Sobre él se identifican dos puntos extremos A y B.

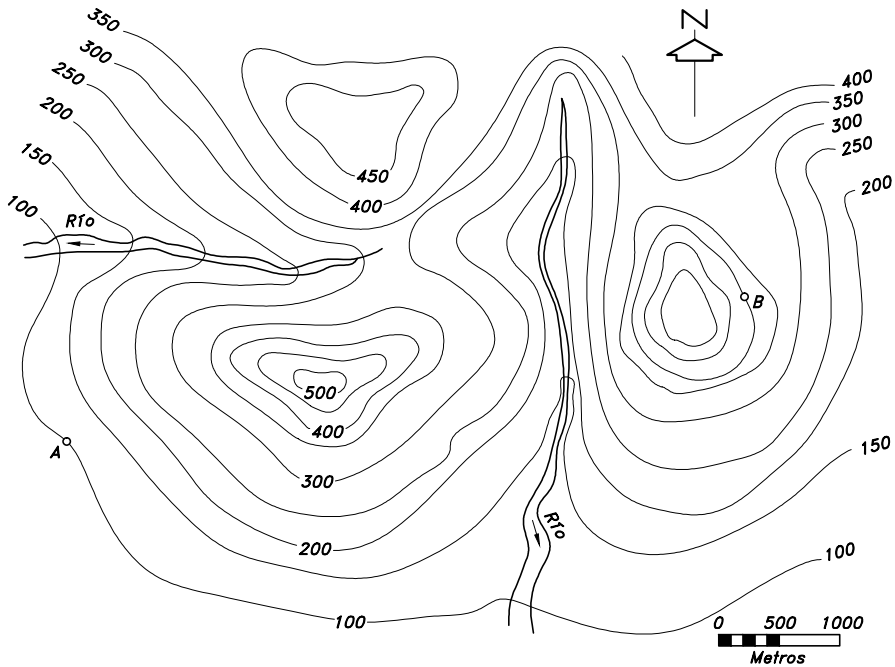


Figura 2.7 Estudio de rutas. Problema 2.1

Realizar:

Un estudio de las posibles rutas que unan los puntos *A* y *B*, suponiendo que las vías a construir a través de estas rutas serán pavimentadas en asfalto y que la pendiente recomendada es del 6%.

PROBLEMA 2.2: Trazado de líneas de pendiente o de ceros

Datos:

En el plano de la Figura 2.8, dibujado a la escala gráfica dada, con curvas de nivel de equidistancia 10 metros, se han identificado dos puntos *A* y *B*.

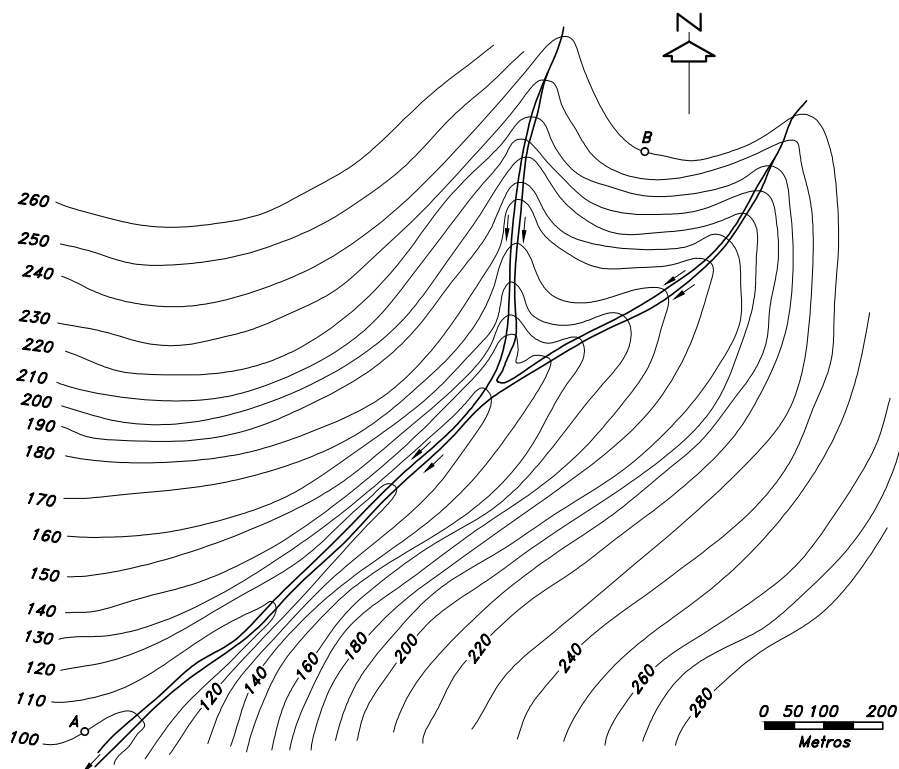


Figura 2.8 Trazado de líneas de pendiente o de ceros. Problema 2.2

Trazar:

- Una línea de ceros entre los puntos *A* y *B* de pendiente uniforme máxima posible.
- Una línea de ceros entre los puntos *A* y *B* de pendiente uniforme del 5%.

PROBLEMA 2.3: Pendiente ponderada máxima uniforme

Datos:

En el plano de la Figura 2.9, dibujado a la escala gráfica dada, con curvas de nivel de equidistancia 10 metros, se han identificado el

punto inicial *A* y el punto final *D*, lo mismo que los puntos intermedios *B* y *C*.

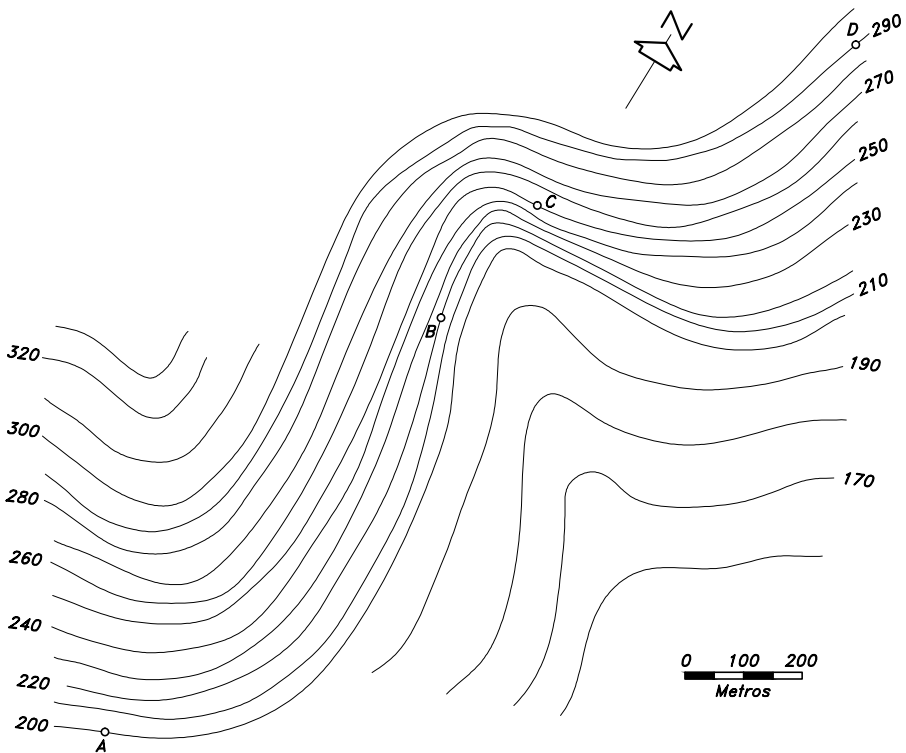


Figura 2.9 Pendiente ponderada máxima uniforme. Problema 2.3

Trazar:

- Líneas de pendiente uniforme máxima posible para cada tramo *AB*, *BC* y *CD*, independientemente.
- La pendiente uniforme máxima posible que una el punto *A* y el punto *D*. Para este trazado, ponderar las tres pendientes anteriores. Dibuje un perfil de pendientes.

Capítulo 3

Diseño geométrico horizontal: planta



Capítulo 3

DISEÑO GEOMÉTRICO HORIZONTAL: PLANTA

3.1 CONCEPTOS

De una manera *general* una *carretera* se puede concebir como un sistema que logra integrar beneficios, conveniencia, satisfacción y seguridad a sus usuarios; que conserva, aumenta y mejora los recursos naturales de la tierra, el agua y el aire; y que colabora en el logro de los objetivos del desarrollo regional, agrícola, industrial, comercial, residencial, recreacional y de salud pública.

En forma *particular*, el *diseño geométrico de carreteras* es el proceso de correlación entre sus elementos físicos y las características de operación de los vehículos, mediante el uso de las matemáticas, la física y la geometría. En este sentido, la carretera queda geométricamente definida por el trazado de su eje en planta y en perfil y por el trazado de su sección transversal.

El *diseño geométrico en planta* de una carretera, o *alineamiento horizontal*, es la proyección sobre un plano horizontal de su eje real o espacial. Dicho eje horizontal está constituido por una serie de tramos rectos denominados *tangentes*, enlazados entre sí por *curvas*.

3.2 CURVAS CIRCULARES SIMPLES

Las *curvas horizontales circulares simples* son arcos de circunferencia de un solo radio que unen dos tangentes consecutivas, conformando la proyección horizontal de las curvas reales o espaciales. Por lo tanto, las curvas reales del espacio no necesariamente son circulares.

3.2.1 Elementos geométricos que caracterizan una curva circular simple

En la Figura 3.1 aparecen los diferentes elementos geométricos de una curva circular simple. Tomando el sentido de avance de izquierda a derecha, dichos elementos son:

- PI = Punto de intersección de las tangentes o vértice de la curva.
- PC = Principio de curva: punto donde termina la tangente de entrada y empieza la curva.
- PT = Principio de tangente: punto donde termina la curva y empieza la tangente de salida.
- O = Centro de la curva circular.
- Δ = Ángulo de deflexión de las tangentes: ángulo de deflexión principal. Es igual al ángulo central subtendido por el arco $PC \cdot PT$.
- R = Radio de la curva circular simple.
- T = Tangente o subtangente: distancia desde el PI al PC o desde el PI al PT .
- L = Longitud de curva circular: distancia desde el PC al PT a lo largo del arco circular, o de un polígono de cuerdas.
- CL = Cuerda larga: distancia en línea recta desde el PC al PT .
- E = Externa: distancia desde el PI al punto medio de la curva A .
- M = Ordenada media: distancia desde el punto medio de la curva A al punto medio de la cuerda larga B .

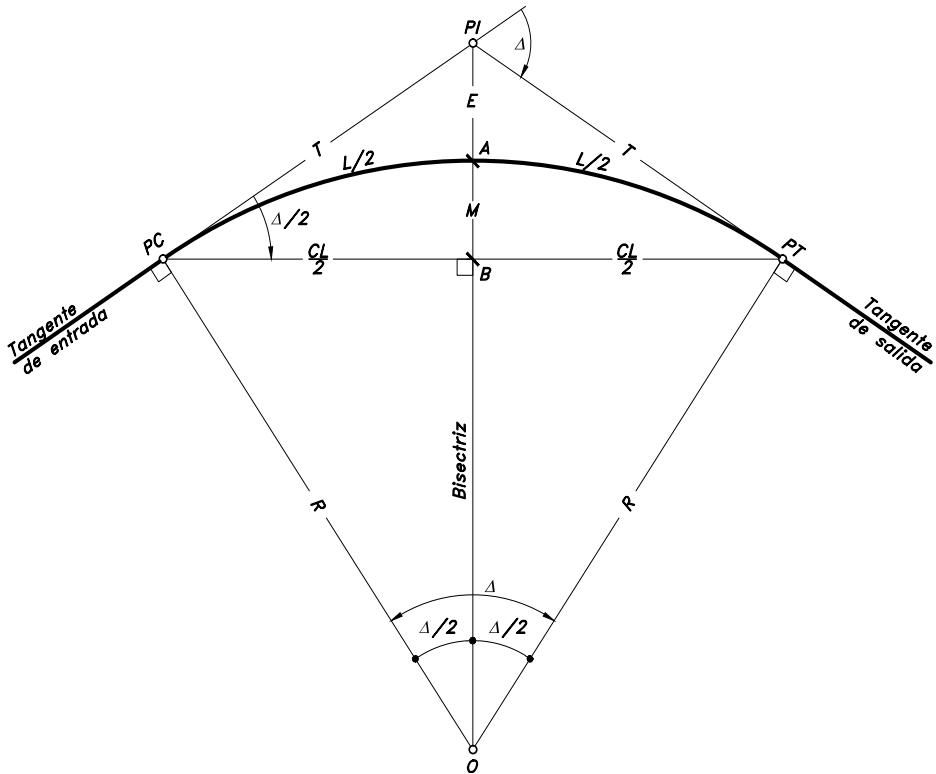


Figura 3.1 Elementos geométricos de una curva circular simple

3.2.2 Expresiones que relacionan los elementos geométricos

Los anteriores elementos geométricos se relacionan entre sí, dando origen a expresiones que permiten el cálculo de la curva. De acuerdo con la Figura 3.1 anterior, algunas de estas expresiones son:

T en función de R y Δ:

En el triángulo rectángulo $O \cdot PC \cdot PI$, se tiene:

$$\tan \frac{\Delta}{2} = \frac{PC \cdot PI}{O \cdot PC} = \frac{T}{R}, \text{ de donde,}$$

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} \quad (3-1)$$

R en función de T y Δ:

$$R = \frac{T}{\tan \frac{\Delta}{2}} \quad (3-2)$$

CL en función de R y Δ:

En el triángulo rectángulo $O \cdot B \cdot PC$, se tiene:

$$\sin \frac{\Delta}{2} = \frac{B \cdot PC}{O \cdot PC} = \frac{\frac{CL}{2}}{R}, \text{ de donde,}$$

$$CL = 2R \sin \frac{\Delta}{2} \quad (3-3)$$

E en función de R y Δ:

En el triángulo rectángulo $O \cdot PC \cdot PI$, se tiene:

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{O \cdot PC}{O \cdot PI}, \quad O \cdot PI = OA + A \cdot PI = R + E$$

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{R}{R + E}, \text{ de donde,}$$

$$E = R \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right) \quad (3-4)$$

E en función de T y Δ:

Reemplazando la ecuación (3-2) en la ecuación (3-4), se tiene:

$$E = \left(\frac{T}{\tan \frac{\Delta}{2}} \right) \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right), \text{ pero, } \tan \frac{\Delta}{2} = \frac{\sin \frac{\Delta}{2}}{\cos \frac{\Delta}{2}}$$

$$E = \left(\frac{T \cos \frac{\Delta}{2}}{\sin \frac{\Delta}{2}} \right) \left(\frac{1 - \cos \frac{\Delta}{2}}{\cos \frac{\Delta}{2}} \right)$$

$$E = \left(\frac{T}{\sin \frac{\Delta}{2}} \right) \left(1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right)$$

También se sabe que,

$$\sin 2\Delta = 2 \sin \Delta \cos \Delta \quad , \text{ entonces, } \sin \frac{\Delta}{2} = 2 \sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}$$

$$\cos 2\Delta = 2 \cos^2 \Delta - 1 \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$E = \left(\frac{T}{2 \sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}} \right) \left(1 - 2 \cos^2 \frac{\Delta}{4} + 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{T}{\sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}} \right) (2) \left(1 - \cos^2 \frac{\Delta}{4} \right)$$

$$E = \left(\frac{T}{\sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}} \right) \left(1 - \cos^2 \frac{\Delta}{4} \right) \quad , \text{ entonces,}$$

$$E = \left(\frac{T}{\sin \frac{\Delta}{4} \cos \frac{\Delta}{4}} \right) \left(\sin^2 \frac{\Delta}{4} \right) = \frac{T \sin \frac{\Delta}{4}}{\cos \frac{\Delta}{4}} \quad , \text{ esto es,}$$

$$E = T \tan \frac{\Delta}{4} \tag{3-5}$$

Men función de R y Δ:

En el triángulo rectángulo $O-B-PC$, se tiene:

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{OB}{O \cdot PC} = \frac{OA - AB}{O \cdot PC} = \frac{R - M}{R} \quad , \text{ de donde,}$$

$$M = R \left(1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right) \tag{3-6}$$

3.2.3 Expresión de la curvatura de una curva circular simple

La curvatura de un arco circular se fija por su radio R o por su grado G . Se llama *grado de curvatura* G al valor del ángulo central subtendido por un *arco* o *cuerda* de determinada longitud, escogidos como *arco unidad* s o *cuerda unidad* c . En nuestro medio, el arco unidad o la cuerda unidad usualmente es de 5, 10 y 20 metros.

❶ SISTEMA ARCO-GRADO

En este caso, según la Figura 3.2, el ángulo central G_s es subtendido por un arco unidad s .

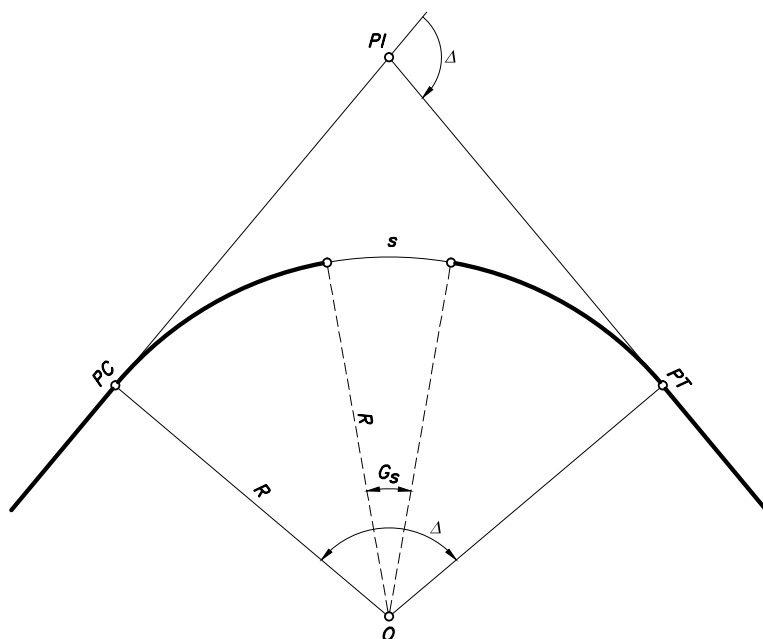


Figura 3.2 Curvatura por el sistema arco-grado

Matemática y geoméricamente, se sabe que la *curvatura* de una curva es inversa al radio, esto es, a mayor curvatura menor radio y a menor curvatura mayor radio. Esta curvatura se puede expresar así:

$$\text{Curvatura} = \frac{1}{R}$$

También se conoce que, para una curva circular de radio R , el arco s es igual al producto del radio R por el ángulo central G_s , esto es:

$s = RG_s$, para G_s expresado en radianes. Por lo tanto:

$$G_s = \frac{s}{R}$$

Ahora para el radio R expresado en metros y para un valor del arco s de 1 metro, se tiene:

$$G_{s=1} = \frac{1}{R}$$

Como puede observarse, este es el verdadero concepto de la curvatura de una curva; el inverso del radio. En otras palabras, el grado de curvatura $G_{s=1}$ de una curva de radio R , es el ángulo central correspondiente a un arco de 1 metro, el cual expresado en grados sexagesimales es:

$$G_{s=1} = \frac{1}{R} \text{radianes} \left(\frac{180^\circ}{\pi \text{radianes}} \right) = \frac{180^\circ}{\pi R}$$

De manera general, para cualquier arco s , relacionando ángulos centrales con arcos, se tiene que:

$$\frac{G_s}{s} = \frac{360^\circ}{2\pi R} \text{ , de donde,}$$

$$G_s = \frac{180^\circ s}{\pi R} \quad (3-7)$$

Para este sistema, la longitud de la curva L_s , es la del arco circular entre sus puntos extremos PC y PT .

Igualmente, relacionando arcos con ángulos centrales, se puede plantear que:

$$\frac{L_s}{\Delta} = \frac{s}{G_s}, \text{ de donde,}$$

$$L_s = \frac{s\Delta}{G_s} \quad (3-8)$$

Reemplazando la ecuación (3-7) en la (3-8), se tiene también que:

$$L_s = \frac{\frac{s\Delta}{180^\circ s}}{\frac{\pi R}{s\Delta}}, \text{ esto es,}$$

$$L_s = \frac{\pi R \Delta}{180^\circ} \quad (3-9)$$

A esta misma expresión también se puede llegar, relacionando la longitud de toda la circunferencia $2\pi R$ con su ángulo central de 360° , así:

$$\frac{L_s}{\Delta} = \frac{2\pi R}{360^\circ}, \text{ de donde, } L_s = \frac{\pi R \Delta}{180^\circ}$$

EJEMPLO 3.1: Curvatura de una curva circular

Datos:

Una de las curvas horizontales de una determinada carretera tiene un radio de 80 metros.

Calcular:

El grado de curvatura de dicha curva.

Solución:

Como se demostró anteriormente, el grado de curvatura $G_{s=1}$ de una curva de radio R , es el ángulo central correspondiente a un arco de 1 metro, esto es:

$$G_{s=1} = \frac{180^\circ}{\pi R} = \frac{180^\circ}{\pi(80m)} = 0.716197243^\circ / m = 0^\circ 42' 58.31'' / m$$

2 SISTEMA CUERDA-GRADO

En este caso, según la Figura 3.3, el ángulo central G_c es subtendido por una cuerda unidad c .

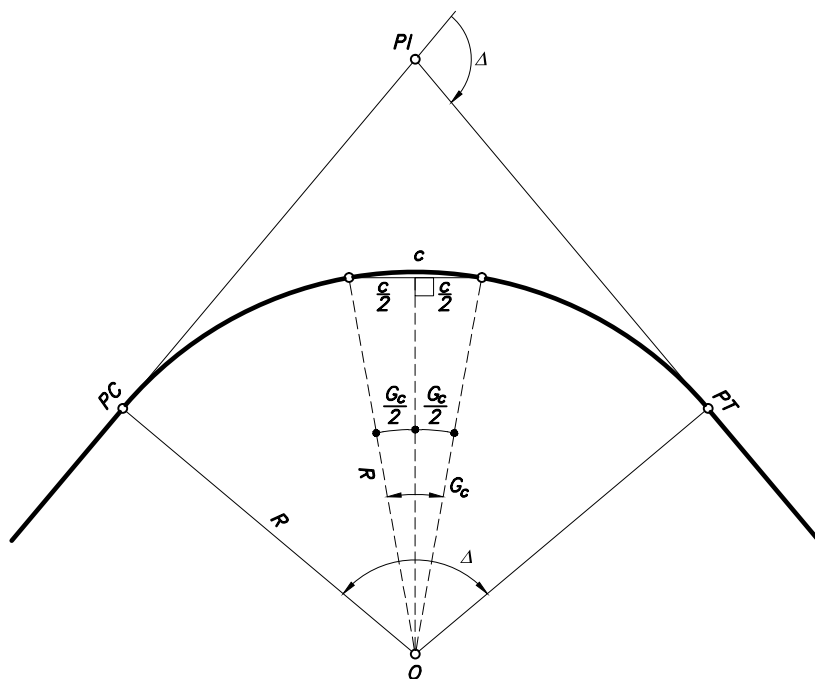


Figura 3.3 Curvatura por el sistema cuerda-grado

En uno de los dos triángulos formados, se tiene:

$$\operatorname{sen} \frac{G_c}{2} = \frac{\frac{c}{2}}{R}, \text{ de donde,}$$

$$G_c = 2 \operatorname{arcsen} \frac{c}{2R} \quad (3-10)$$

Esta expresión para G_c es la que tradicionalmente se le ha conocido como grado de curvatura de una curva circular de radio R , bajo el sistema cuerda-grado, la cual variará según el valor de la cuerda unidad c .

Para este sistema, la longitud de la curva L_c es la de una poligonal inscrita en ella desde el PC al PT , cuyos lados son cuerdas. De esta manera, si se relacionan cuerdas a ángulos centrales, se puede plantear que:

$$\frac{L_c}{\Delta} = \frac{c}{G_c} \quad , \text{ de donde,}$$

$$L_c = \frac{c\Delta}{G_c} \quad (3-11)$$

EJEMPLO 3.2: Relación entre los sistemas arco-grado y cuerda-grado

Mediante este ejemplo, se explica la relación que existe entre los sistemas arco-grado y cuerda-grado. Para tal efecto, supóngase que se tiene un ángulo de deflexión principal $\Delta=120^\circ$ y un radio $R=42m$.

En la Figura 3.4, se ilustra la relación que existe entre los sistemas arco-grado y cuerda grado.

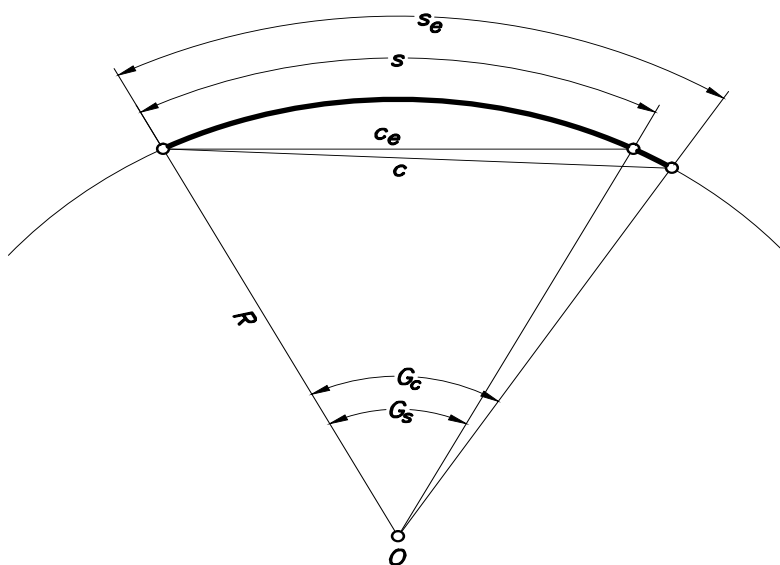


Figura 3.4 Relación entre los sistemas arco-grado y cuerda-grado

Al tomar como arco unidad $s=10m$, según la ecuación (3-7), el ángulo central G_s , correspondiente a este arco, es:

$$G_s = \frac{180^\circ s}{\pi R} = \frac{180^\circ (10)}{\pi(42)} = 13^\circ 38' 30.67''$$

La cuerda equivalente c_e al arco $s=10m$, es:

$$c_e = 2R \sin \frac{G_s}{2} = 2(42) \sin \frac{13^\circ 38' 30.76''}{2} = 9.976m < s = 10m$$

Como puede observarse la cuerda equivalente c_e es 24 mm más corta.

Si ahora se toma como cuerda unidad el valor de $c=10m$, según la ecuación (3-10), el ángulo central G_c , correspondiente a esta cuerda, es:

$$G_c = 2 \arcsen \frac{c}{2R} = 2 \arcsen \frac{10}{2(42)} = 13^\circ 40' 27.42''$$

El arco equivalente s_e a la cuerda $c=10m$, es:

$$s_e = \frac{\pi R G_c}{180^\circ} = \frac{\pi(42)(13^\circ 40' 27.42'')}{180^\circ} = 10.024m > c = 10m$$

Puede observarse que el arco equivalente s_e es 24 mm más largo.

Ahora bien, en lo que respecta a las longitudes de las curvas, la longitud de la curva L_s por el sistema arco, según la ecuación (3-8), es:

$$L_s = \frac{s\Delta}{G_s} = \frac{10(120^\circ)}{13^\circ 38' 30.67''} = 87.965m$$

O utilizando la ecuación (3-9):

$$L_s = \frac{\pi R \Delta}{180^\circ} = \frac{\pi(42)(120^\circ)}{180^\circ} = 87.965m$$

De igual manera, la longitud de la curva L_c por el sistema cuerda, según la ecuación (3-11), es:

$$L_c = \frac{c\Delta}{G_c} = \frac{10(120^\circ)}{13^\circ 40' 27.42''} = 87.756m < L_s$$

La longitud de la curva por el sistema cuerda equivalente L_{ce} , es:

$$L_{ce} = \frac{c_e \Delta}{G_s} = \frac{9.976(120^\circ)}{13^\circ 38' 30.67''} = 87.753m$$

Obsérvese que L_c es prácticamente lo mismo que L_{ce} . Esto quiere decir, que una curva calculada por el arco puede ser localizada con cualquier cuerda, a excepción de que cualquier ajuste que se haga se debe realizar sobre la longitud calculada por la cuerda y no por el arco. Obviamente, el abscisado que prevalece a partir del PT , es el del sistema arco. Por lo tanto, para que las abscisas, por ejemplo a cada 10 metros, sobre la curva coincidan con las del sistema arco, y si la localización se realiza por cuerdas, se debe utilizar la cuerda equivalente.

3.2.4 Deflexión de una curva circular simple

Tradicionalmente, el cálculo y la localización de las curvas circulares simples en el terreno, en especial para el caso de localización directa, se realizan por el método de los ángulos de deflexión.

Se denomina *ángulo de deflexión* δ de una curva, al ángulo formado entre cualquier línea tangente a la curva y la cuerda dirigida desde el punto de tangencia a cualquier otro punto P sobre la curva, tal como lo muestra la Figura 3.5, para el ángulo de deflexión δ_1 correspondiente a la tangente en el PC y el punto P_1 , y el ángulo de deflexión δ_2 correspondiente a la tangente en el punto Q y el punto P_2 .

Por un teorema de la geometría se sabe que el ángulo semiinscrito δ es igual a la mitad del ángulo central ϕ . Esto es, en general:

$$\delta = \frac{\phi}{2} \quad (3-12)$$

La anterior expresión de igualdad de ángulos se puede comprobar en la figura, pues los lados que forman los ángulos δ_1 y $\phi_1/2$ son perpendiculares entre sí. Así por ejemplo:

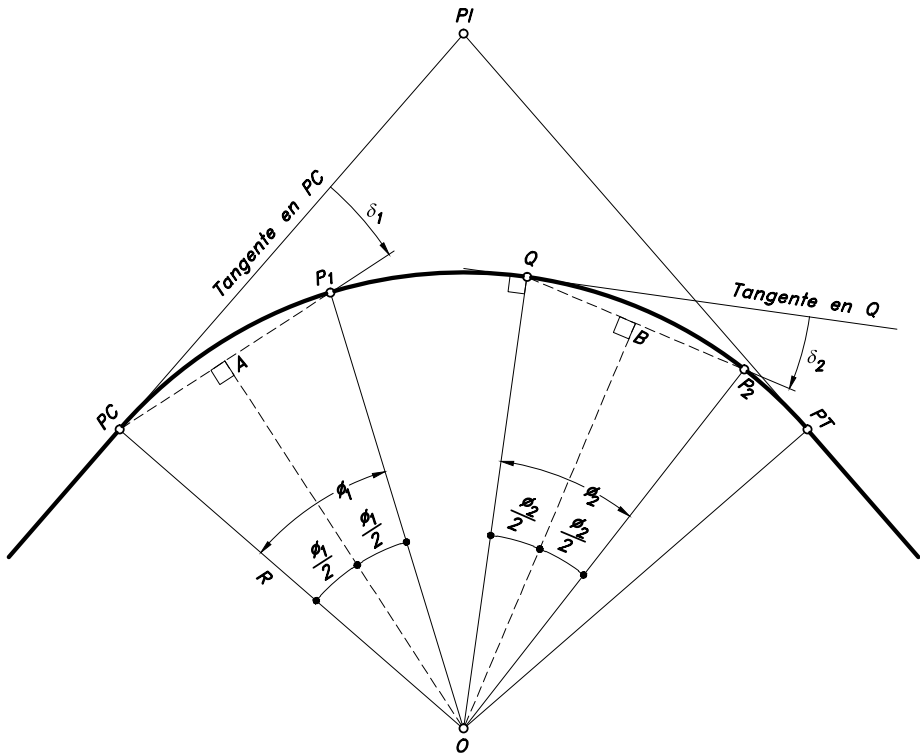


Figura 3.5 Concepto de ángulo de deflexión

$$\delta_1 = \frac{\varphi_1}{2}$$

Puesto que el lado $PC \cdot PI$ es perpendicular al lado $O \cdot PC$ y el lado $PC \cdot P_1$ perpendicular al lado OA .

Igualmente,

$$\delta_2 = \frac{\varphi_2}{2}$$

El método más usual en nuestro medio es el de calcular y deflejar las curvas desde el PC . En este método se pueden presentar dos casos:

❶ DEFLEXIÓN DE UNA CURVA CIRCULAR CUANDO LA ABSCISA DEL PC ES REDONDA Y LA LONGITUD DE LA CURVA, L_c , ES IGUAL A UN NÚMERO EXACTO DE CUERDAS UNIDAD, c

Realmente este es un caso poco común, especialmente en lo que respecta a la longitud de la curva. Sin embargo, se ha planteado de esta forma con el propósito de entender más fácilmente el método de las deflexiones.

Se entiende por abscisa redonda, aquella que es múltiplo de la respectiva cuerda unidad que se utilice. Así por ejemplo, para una cuerda unidad de 5 metros una abscisa redonda es el $K2+225$, para 10 metros el $K3+430$ y para 20 metros el $K5+680$.

Por lo tanto, de acuerdo a la Figura 3.6, en la que se ha supuesto que la longitud de la curva sea igual a tres (3) cuerdas unidad, se tiene:

Según la ecuación (3-12), la deflexión para la cuerda unidad c es:

$$\delta = \frac{G_c}{2} \quad (3-13)$$

Entonces, para el punto P_1 sobre la curva, la deflexión es:

$$\delta_1 = \frac{G_c}{2}$$

Para localizar el punto P_1 en el campo, se estaciona el tránsito en el PC con ceros en la dirección del PI. Se deflece el ángulo δ_1 y en esta dirección se mide la primera cuerda unidad c , quedando materializado dicho punto.

Para el punto P_2 la deflexión es:

$$\delta_2 = \frac{G_c + G_c}{2} = \frac{G_c}{2} + \frac{G_c}{2} = \delta_1 + \frac{G_c}{2}$$

De igual manera, para localizar el punto P_2 , se marca en el tránsito el ángulo δ_2 y se mide la segunda cuerda c desde el punto P_1 . La

intersección de esta medida con la visual dirigida desde el PC materializa este punto.

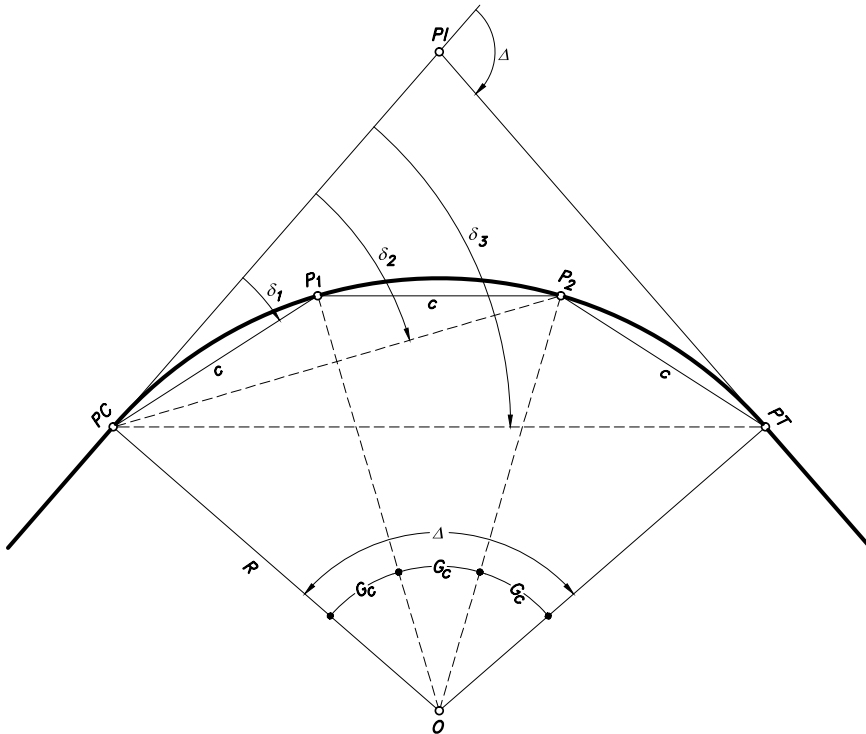


Figura 3.6 Deflexión de una curva circular. Caso particular

Para el último punto, el PT , la deflexión es:

$$\delta_3 = \frac{G_c + G_c + G_c}{2} = \frac{G_c + G_c}{2} + \frac{G_c}{2} = \left(\delta_1 + \frac{G_c}{2} \right) + \frac{G_c}{2} = \delta_2 + \frac{G_c}{2}$$

Al marcar en el tránsito el ángulo de deflexión δ_3 , la dirección de la visual debe coincidir con el PT y la distancia P_2PT debe ser igual a la cuerda unidad c . La no coincidencia e igualdad, identifican la

precisión en el cierre de la curva, puesto que el *PT* ha sido previamente localizado desde el *PI*.

Resumiendo:

$$\delta_1 = \frac{G_c}{2}$$

$$\delta_2 = \delta_1 + \frac{G_c}{2}$$

$$\delta_3 = \delta_2 + \frac{G_c}{2} = \frac{3G_c}{2} = \frac{\Delta}{2}$$

De acuerdo con las expresiones anteriores, se puede ver que, la deflexión para cualquier punto sobre la curva es igual a la deflexión para el punto anterior más la deflexión por cuerda unidad $G_c/2$, y que la deflexión al *PT* es igual a $\Delta/2$.

② DEFLEXIÓN DE UNA CURVA CIRCULAR CUANDO LA ABSCISA DEL *PC* ES FRACCIONARIA Y LA LONGITUD DE LA CURVA, L_c , NO ES IGUAL A UN NÚMERO EXACTO DE CUERDAS UNIDAD, c

Este es el caso más general que se presenta, en el cual al traerse un abscisado desde un cierto origen, se llega al *PC* con una abscisa fraccionaria, por ejemplo el $K2+423.876$. El primer punto de la curva debe situarse en la abscisa redonda inmediatamente superior a la del *PC*, la cual depende de la cuerda unidad⁵ que se esté utilizando. Así por ejemplo, para $c=5m$ es el $K2+425$, para $c=10m$ es el $K2+430$ y para $c=20m$ es el $K2+440$. La distancia del primer punto al *PC* es la diferencia entre su abscisa redonda y la del *PC*, que para el ejemplo es $1.124m$, $6.124m$ y $16.124m$ respectivamente. Esto mismo se presenta antes del *PT*.

Como puede observarse, se han originado cuerdas de menor longitud que la cuerda unidad, las cuales se denominan *subcuerdas*, y cuyas deflexiones correspondientes se deben calcular proporcionalmente al valor de la cuerda unidad c . De allí que es necesario determinar la *deflexión por metro d*, así:

$$\frac{G_c}{2} \Rightarrow "c" \text{ metros}$$

$$d \Rightarrow "1" \text{ metro}$$

De donde,

$$d = \frac{G_c}{2c} \quad (3-14)$$

Para las diferentes cuerdas unidad de $5m$, $10m$ y $20m$, las deflexiones expresadas en grados por metro son:

$$d_5^\circ = \frac{G_c}{10m} = ^\circ / m$$

$$d_{10}^\circ = \frac{G_c}{20m} = ^\circ / m$$

$$d_{20}^\circ = \frac{G_c}{40m} = ^\circ / m$$

También estas deflexiones pueden ser expresadas en minutos por metro:

$$d_5' = \frac{G_c}{10m} \left(\frac{60'}{1^\circ} \right) = 6G_c = ' / m$$

$$d_{10}' = \frac{G_c}{20m} \left(\frac{60'}{1^\circ} \right) = 3G_c = ' / m$$

$$d_{20}' = \frac{G_c}{40m} \left(\frac{60'}{1^\circ} \right) = 1.5G_c = ' / m$$

Conocida la deflexión por metro, la deflexión por subcuerda es:

$$\text{Deflexión por subcuerda} = (\text{Longitud subcuerda})(\text{Deflexión por metro})$$

Como se mencionó anteriormente, para casos de materialización de proyectos por localización directa, este método convencional de deflexiones, actualmente podría tener aplicación en proyectos de esta índole.

Con el propósito de explicar este método general, supóngase que se tiene la curva de la Figura 3.7, trazada con dos subcuerdas c_1 adyacente al PC y c_2 adyacente al PT , y dos cuerdas unidad c , tal que:

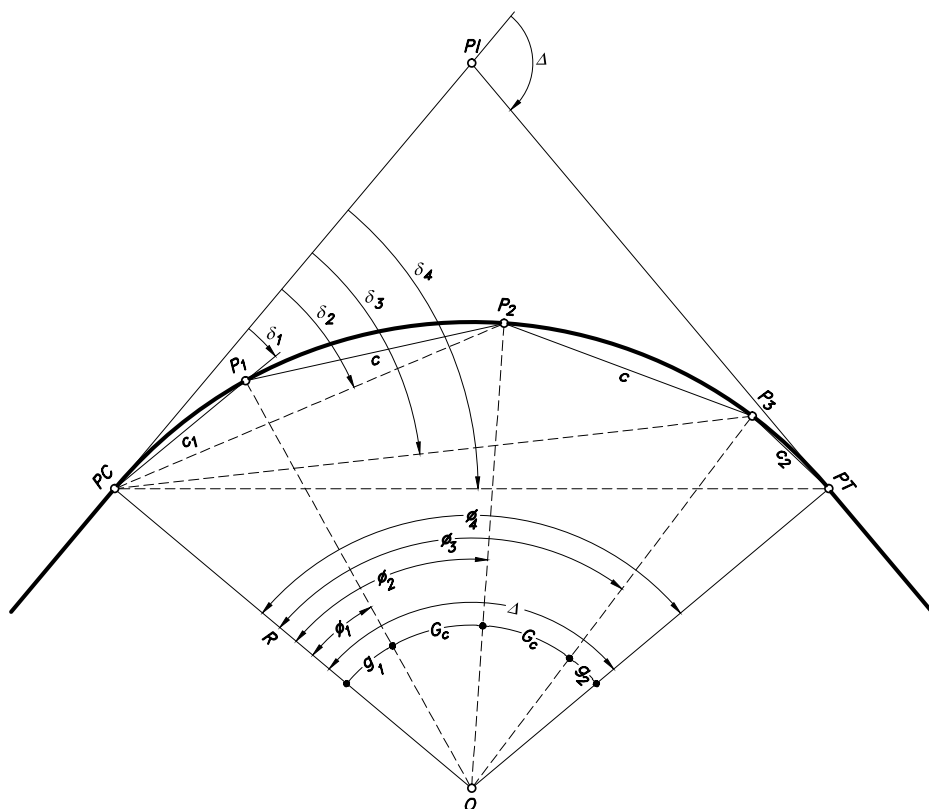


Figura 3.7 Deflexión de una curva circular. Caso general

Deflexión para: P_1

$$\delta_1 = c_1(d) = c_1\left(\frac{G_c}{2c}\right) = \frac{G_c}{c}\left(\frac{c_1}{2}\right)$$

Pero, $\frac{G_c}{c} = \frac{g_1}{c_1}$, entonces,

$$\delta_1 = \frac{g_1}{c_1}\left(\frac{c_1}{2}\right), \text{ esto es,}$$

$$\delta_1 = \frac{g_1}{2} = -\frac{\varphi_1}{2}$$

Deflexión para: P_2

$$\delta_2 = \frac{g_1 + G_c}{2} = \frac{g_1}{2} + \frac{G_c}{2} = \delta_1 + \frac{G_c}{2} = \frac{\varphi_2}{2}$$

Deflexión para: P_3

$$\delta_3 = \frac{g_1 + G_c + G_c}{2} = \left(\frac{g_1}{2} + \frac{G_c}{2} \right) + \frac{G_c}{2} = \delta_2 + \frac{G_c}{2} = \frac{\varphi_3}{2}$$

Deflexión para el: PT

$$\delta_4 = \frac{g_1 + G_c + G_c + g_2}{2} = \left(\frac{g_1}{2} + \frac{G_c}{2} + \frac{G_c}{2} \right) + \frac{g_2}{2} = \delta_3 + \frac{g_2}{2} = \frac{\varphi_4}{2} = \frac{\Delta}{2}$$

Esta deflexión se puede expresar también como,

$$\delta_4 = \left(\frac{G_c}{2} + \frac{G_c}{2} \right) + \left(\frac{g_1}{2} + \frac{g_2}{2} \right) = \frac{\Delta}{2}$$

Esta última deflexión dice que,

Deflexión al PT = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

Y debe ser igual a $\Delta/2$. De nuevo, la no coincidencia de esta última visual con el PT materializado desde el PI , indica el error de cierre en ángulo de la curva.

3.2.5 Relación entre las coordenadas planas y las coordenadas polares

En un plano horizontal, la posición de un alineamiento recto se puede fijar por dos métodos: mediante las coordenadas planas (Norte y Este) de sus puntos extremos o mediante su dirección (Rumbo o Azimut) y longitud. Para tal efecto, en la Figura 3.8, se representan cuatro alineamientos rectos, cada uno ubicado en los siguientes cuadrantes:

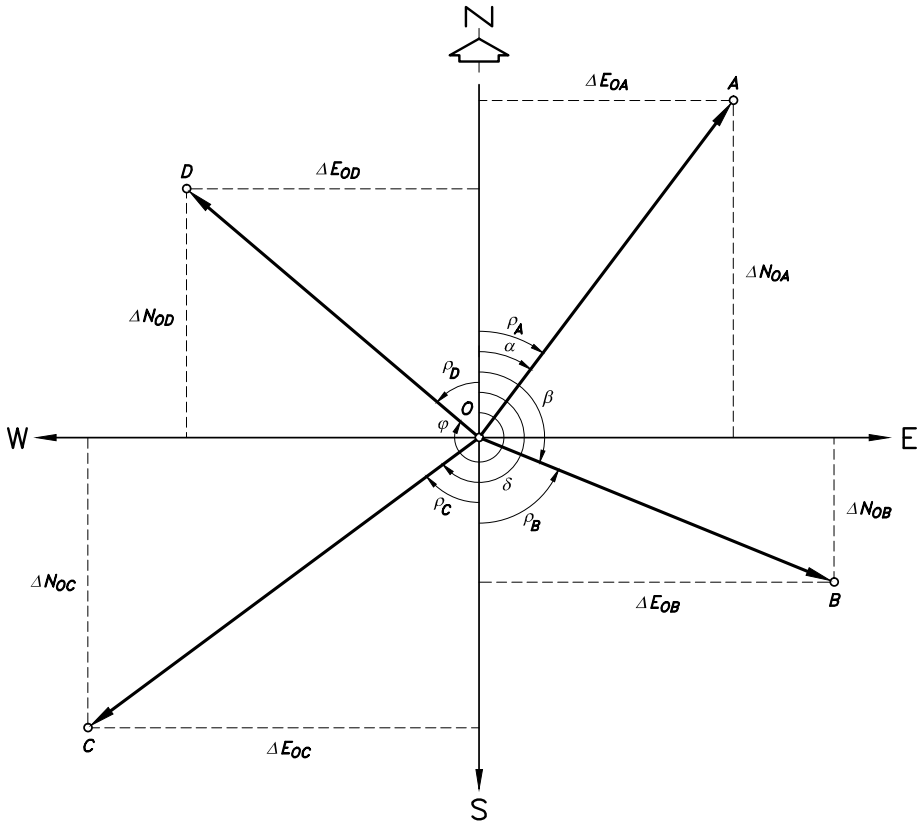


Figura 3.8 Coordenadas planas y coordenadas polares

Cuadrante Noreste (NE):	Alineamiento OA
Cuadrante Sureste (SE):	Alineamiento OB
Cuadrante Suroeste (SW):	Alineamiento OC
Cuadrante Noroeste (NW):	Alineamiento OD

Si se conocen las coordenadas planas del punto inicial O (N_o , E_o) de cada alineamiento, las coordenadas planas de su punto final respectivo y su longitud se calculan así:

Cuadrante Noreste: NE

El alineamiento OA tiene una dirección dada por el rumbo $N\rho_A E$ o por el azimut α :

$$N_A = N_O + \Delta N_{OA} = N_O + OA \cos \alpha$$

$$E_A = E_O + \Delta E_{OA} = E_O + OA \sin \alpha$$

$$OA = \sqrt{(\Delta N_{OA})^2 + (\Delta E_{OA})^2}$$

Para azimutes entre 0° y 90° los valores de su coseno y seno son positivos, por lo que el punto A está al Norte y al Este del punto O .

Cuadrante Sureste: SE

El alineamiento OB tiene una dirección dada por el rumbo $S\rho_B E$ o por el azimut β :

$$N_B = N_O - \Delta N_{OB} = N_O + OA \cos \beta$$

$$E_B = E_O + \Delta E_{OB} = E_O + OA \sin \beta$$

$$OB = \sqrt{(\Delta N_{OB})^2 + (\Delta E_{OB})^2}$$

Se ve que para azimutes entre 90° y 180° el valor del coseno es negativo y del seno positivo, por lo que el punto B está al Sur y al Este del punto O . Entonces, al trabajar con azimutes se tiene la gran ventaja de que sus funciones coseno y seno arrojan el signo, lo que permite directamente sumar o restar los incrementos respectivos (ΔN , ΔE) a las coordenadas del punto inicial para obtener las del punto final.

Cuadrante Suroeste: SW

El alineamiento OC tiene una dirección dada por el rumbo $S\rho_C W$ o por el azimut δ :

$$N_C = N_O - \Delta N_{OC} = N_O + OC \cos \delta$$

$$E_C = E_O - \Delta E_{OC} = E_O + OC \sin \delta$$

$$OC = \sqrt{(\Delta N_{OC})^2 + (\Delta E_{OC})^2}$$

Para azimutes entre 180° y 270° los valores de su coseno y seno son negativos, por lo que el punto C está al Sur y al Oeste del punto O .

Cuadrante Noroeste: NW

El alineamiento OD tiene una dirección dada por el rumbo $N\rho_D W$ o por el azimut φ :

$$N_D = N_O + \Delta N_{OD} = N_O + OD \cos \varphi$$

$$E_D = E_O - \Delta E_{OD} = E_O + OD \operatorname{sen} \varphi$$

$$OD = \sqrt{(\Delta N_{OD})^2 + (\Delta E_{OD})^2}$$

Para azimutes entre 270° y 360° el valor del coseno es positivo y del seno negativo, por lo que el punto D está al Norte y al Oeste del punto O .

EJEMPLO 3.3: Elementos geométricos y deflexiones de una curva circular simple derecha

Datos:

Para una curva circular simple derecha (indica que su sentido de avance es hacia la derecha, o su ángulo de deflexión principal es derecho, representado con la letra D) como la mostrada en la Figura 3.9, se conocen los siguientes elementos:

Coordenadas del PI	$= 1000N, 500E$
Azimut de la tangente de entrada	$= 31^\circ$
Ángulo de deflexión principal	$= \Delta = 60^\circ D$
Abscisa del PC	$= K2+423.740$
Radio de la curva	$= R = 70m$
Cuerda unidad	$= c = 10m$

Calcular:

- Los demás elementos geométricos que caracterizan esta curva.
- Las coordenadas del PC y del PT .
- Las coordenadas del centro de la curva.
- Las deflexiones.

Solución:

- Elementos geométricos

Grado de curvatura: G_c

$$G_c = 2 \operatorname{arcsen} \frac{c}{2R} = 2 \operatorname{arcsen} \frac{10}{2(70)} = 8^\circ 11' 31.52''$$

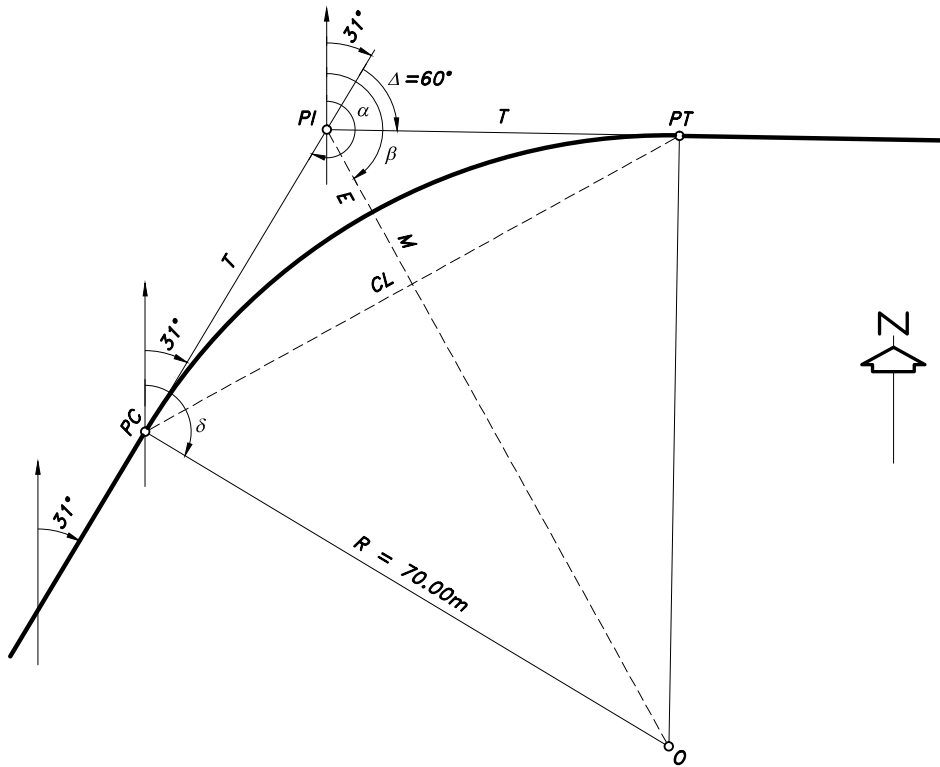


Figura 3.9 Curva circular simple derecha

Tangente: T

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} = 70 \left(\tan \frac{60^\circ}{2} \right) = 40.415m$$

Longitud de la curva: L_c

$$L_c = \frac{c\Delta}{G_c} = \frac{10(60^\circ)}{8^\circ 11' 31.52''} = 73.241m$$

Cuerda larga: CL

$$CL = 2R \sin \frac{\Delta}{2} = 2(70) \sin \frac{60^\circ}{2} = 70.000m$$

Externa: E

$$E = R \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right) = 70 \left(\frac{1}{\cos \frac{60^\circ}{2}} - 1 \right) = 10.829m$$

Ordenada media: M

$$M = R \left(1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right) = 70 \left(1 - \cos \frac{60^\circ}{2} \right) = 9.378m$$

Abscisa del: PT

$$\text{Abscisa PT} = \text{Abscisa PC} + L_c = K2 + 423.740 + 73.241 = K2 + 496.981$$

b) Coordenadas del PC y PT

Coordenadas del: PC

En este caso el punto inicial es el PI y el punto final el PC, de tal manera que el alineamiento PI-PC, correspondiente a la tangente T, tiene un azimut representado por el ángulo α . Esto es:

$$\alpha = 31^\circ + 180^\circ = 211^\circ$$

$$N_{PC} = N_{PI} + T \cos \alpha = 1000 + 40.415 (\cos 211^\circ) = 1000 - 34.642 = 965.358$$

$$E_{PC} = E_{PI} + T \sin \alpha = 500 + 40.415 (\sin 211^\circ) = 500 - 20.815 = 479.185$$

Obsérvese que el alineamiento PI-PC está ubicado en el cuadrante SW, por lo que el PC está al Sur y al Oeste del PI.

Coordenadas del: PT

Aquí el punto final es el PT, de tal manera que el alineamiento PI-PT, correspondiente a la tangente T de salida, tiene un azimut representado por el ángulo β . Esto es:

$$\beta = 31^\circ + \Delta = 31^\circ + 60^\circ = 91^\circ$$

$$N_{PT} = N_{PI} + T \cos \beta = 1000 + 40.415(\cos 91^\circ) = 1000 - 0.705 = 999.295$$

$$E_{PT} = E_{PI} + T \sin \beta = 500 + 40.415(\sin 91^\circ) = 500 + 40.409 = 540.409$$

Igualmente, obsérvese que el alineamiento $PI-PT$ está ubicado en el cuadrante SW , por lo que el PT está al Sur y al Este del PI .

c) Coordenadas del centro O de la curva

Las coordenadas del centro O de la curva se pueden calcular con base en las coordenadas ya obtenidas del PC . Por lo tanto, el punto inicial es el PC y el punto final el centro O , tal que el alineamiento $PC-O$, correspondiente al radio R de la curva, tiene un azimut representado por el ángulo δ . Esto es:

$$\delta = 31^\circ + 90^\circ = 121^\circ$$

$$N_O = N_{PC} + R \cos \delta = 965.358 + 70(\cos 121^\circ) = 965.358 - 36.053 = 929.305$$

$$E_O = E_{PC} + R \sin \delta = 479.185 + 70(\sin 121^\circ) = 479.185 + 60.002 = 539.187$$

d) Deflexiones

Deflexión por metro:

La deflexión unitaria, expresada en grados, minutos y segundos, por metro es:

$$d_{10}^\circ = \frac{G_c^\circ}{20m} = \frac{8^\circ 11' 31.52''}{20m} = 0^\circ 24' 34.58'' / m$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_c}{2} = \frac{8^\circ 11' 31.52''}{2} = 4^\circ 5' 45.76'' / \text{cuerda}$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PC

$$\text{Longitud subcuerda} = (K2 + 430) - (K2 + 423.740) = 430 - 423.740 = 6.260m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 6.260m(0^\circ 24' 34.58'' / m) = 2^\circ 33' 50.87''$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PT

$$\text{Longitud subcuerda} = (K2 + 496.981) - (K2 + 490) = 496.981 - 490 = 6.981\text{m}$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 6.981\text{m} \left(0^\circ 24' 34.58'' / \text{m} \right) = 2^\circ 51' 34.04''$$

Chequeo deflexión al: PT

Deflexión al PT = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al PT} = 6 \text{ cuerdas} \left(4^\circ 5' 45.76'' / \text{cuerda} \right) + 2^\circ 33' 50.87'' + 2^\circ 51' 34.04''$$

$$\text{Deflexión al PT} = 29^\circ 59' 59.47'' \approx \frac{\Delta}{2} = 30^\circ$$

Las 53 centésimas de segundos ($0.53''$) faltantes para completar el valor exacto de $\Delta/2=30^\circ$ se deben a los redondeos en las cifras decimales.

De esta manera, con toda la información anterior, se puede elaborar la cartera de tránsito para la localización de la curva en el terreno, tal como se indica en la Tabla 3.1. En cada una de las columnas de la cartera se consigna la siguiente información:

La primera columna (ESTACIÓN) indica los puntos de estación del tránsito, que para el caso corresponden al PC y PT, respectivamente.

La segunda columna (ABSCISA) corresponde a las abscisas de los diversos puntos, las cuales, como puede observarse, se han llevado de abajo hacia arriba por simple comodidad de lectura en la localización del eje de la vía en el campo.

La tercera columna (DEFLEXIÓN) muestra los diversos ángulos de deflexión que permiten materializar la curva.

La cuarta columna (ELEMENTOS) presenta la información de todos los elementos geométricos que definen la curva.

En la quinta columna (AZIMUT) se indican los azimutes de las tangentes de entrada y salida respectivamente.

Y en la sexta columna (ANOTACIONES) se disponen las anotaciones u observaciones que sean necesarias.

Tabla 3.1 Cartera de tránsito o localización de una curva circular simple derecha

ESTACIÓN	ABSCISA	DEFLEXIÓN	ELEMENTOS	AZIMUT	ANOTACIONES
PT	K2+560.000				
	540				
	520				
	500				
	K2+496.981	29°59'59.47"	$\Delta = 60^\circ D$	91°	⊙ PT
	490	27°08'25.43"	$R = 70.000m$		
	480	23°02'39.67"	$c = 10m$		
	470	18°56'53.91"	$G_c = 08^\circ 11' 31.52"$		
PC	460	14°51'08.15"	$T = 40.415m$		
	450	10°45'22.39"	$L_c = 73.241m$		
	440	06°39'36.63"	$CL = 70.000m$		
	430	02°33'50.87"	$E = 10.829m$		
	K2+423.740	00°00'00.00"	$M = 9.378m$	31°	⊙ PC
	420				
	400				
	380				
	K2+360.000				

EJEMPLO 3.4: Elementos geométricos y deflexiones de una curva circular simple izquierda

Datos:

Para una curva circular simple a la izquierda como la mostrada en la Figura 3.10, se conocen los siguientes elementos:

Rumbo de la tangente de entrada = $N72^\circ 30'E$
Ángulo de deflexión principal = $\Delta = 60^\circ 30'I$
Abscisa del *PI* = $K2+226$
Coordenadas del *PI* = $10000N, 5000E$
Cuerda unidad = $c = 20m$
Grado de curvatura = $G_c = 6^\circ$

Calcular:

- a) Sus elementos geométricos: radio, tangente, longitud de curva, cuerda larga, externa y ordenada media.
- b) Las abscisas del *PC* y *PT*.
- c) Las coordenadas del *PC* y *PT*.
- d) Las deflexiones.

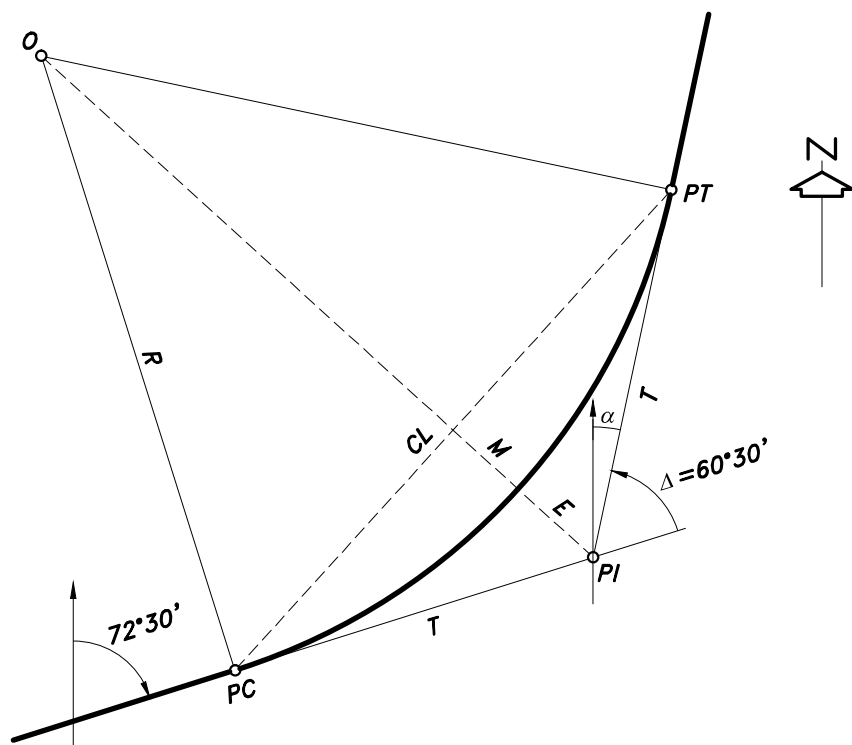


Figura 3.10 Curva circular simple izquierda

Solución:

a) Elementos geométricos

Radio: R

$$R = \frac{c}{2 \sin \frac{G_c}{2}} = \frac{20}{2 \sin \frac{6^\circ}{2}} = 191.073m$$

Tangente: T

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} = 191.073 \left(\tan \frac{60^\circ 30'}{2} \right) = 111.430m$$

Longitud de la curva: L_c

$$L_c = \frac{c\Delta}{G_c} = \frac{20(60^\circ 30')}{6^\circ} = 201.667m$$

Cuerda larga: CL

$$CL = 2R \sin \frac{\Delta}{2} = 2(191.073) \sin \frac{60^\circ 30'}{2} = 192.515m$$

Externa: E

$$E = R \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right) = 191.073 \left(\frac{1}{\cos \frac{60^\circ 30'}{2}} - 1 \right) = 30.118m$$

Ordenada media: M

$$M = R \left(1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right) = 191.073 \left(1 - \cos \frac{60^\circ 30'}{2} \right) = 26.017m$$

b) Abscisas del PC y PT

$$Abcisa\ PC = Abcisa\ PI - T = K2 + 226 - 111.430 = K2 + 114.570$$

$$Abcisa\ PT = Abcisa\ PC + L_c = K2 + 114.570 + 201.667 = K2 + 316.237$$

c) Coordenadas del PC y PT

Coordenadas del: PC

$$N_{PC} = 10000 - T \cos 72^\circ 30' = 10000 - 111.430(\cos 72^\circ 30') = 9966.492$$

$$E_{PC} = 5000 - T \sin 72^\circ 30' = 5000 - 111.430(\sin 72^\circ 30') = 4893.727$$

Coordenadas del: PT

Se debe conocer el rumbo o el azimut de la tangente de salida, para lo cual en el PI , se tiene:

$$\alpha + \Delta = 72^\circ 30' \quad , \text{ de donde,}$$

$$\alpha = 72^\circ 30' - \Delta = 72^\circ 30' - 60^\circ 30' = 12^\circ$$

Esto es, $N12^\circ E$, por lo tanto las coordenadas del PT son:

$$N_{PT} = 10000 + T \cos \alpha = 10000 + 111.430 (\cos 12^\circ) = 10108.995$$

$$E_{PT} = 5000 + T \sen \alpha = 5000 + 111.430 (\sen 12^\circ) = 5023.168$$

d) Deflexiones

Deflexión por metro:

La deflexión expresada en grados, minutos y segundos, por metro es:

$$d_{20}^\circ = \frac{G_c^\circ}{40m} = \frac{6^\circ}{40m} = 0^\circ 09'0'' / m$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_c}{2} = \frac{6^\circ}{2} = 3^\circ 0'0'' / cuerda$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PC

$$\text{Longitud subcuerda} = 120 - 114.570 = 5.430m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 5.430m (0^\circ 9'0'' / m) = 0^\circ 48'52.20''$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PT

$$\text{Longitud subcuerda} = 316.237 - 300 = 16.237m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 16.237m (0^\circ 9'0'' / m) = 2^\circ 26'7.98''$$

Chequeo deflexión al: PT



Deflexión al PT = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al PT} = 9 \text{ cuerdas} (3^\circ 0'0'' / cuerda) + 0^\circ 48'52.20'' + 2^\circ 26'7.98''$$

$$\text{Deflexión al PT} = 30^\circ 15'0.18'' \approx \frac{\Delta}{2} = 30^\circ 15'$$

De nuevo, las 18 centésimas de segundo ($0.18''$) sobrantes para completar el valor exacto de $\Delta/2 = 30^\circ 15'$, se deben a los redondeos en las cifras decimales. De esta manera, se elabora la cartera de tránsito para la localización de la curva, tal como se indica en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 Cartera de tránsito o localización de una curva circular simple izquierda

ESTACIÓN	ABSCISA	DEFLEXIÓN	ELEMENTOS	RUMBO	ANOTACIONES
PT	K2+316.237	30°15'00.18"	$\Delta = 60^\circ 30' I$ $c = 20m$ $G_c = 6^\circ$ $R = 191.073m$ $T = 111.430m$ $L_c = 201.667m$ $CL = 192.515m$ $E = 30.118m$ $M = 26.017m$	N12°E	
	300	27°48'52.20"			
	280	24°48'52.20"			
	260	21°48'52.20"			
	240	18°48'52.20"			
	220	15°48'52.20"			
	200	12°48'52.20"			
	180	09°48'52.20"			
	160	06°48'52.20"			
	140	03°48'52.20"			
	120	00°48'52.20"			
PC	K2+114.570	00°00'00.00"		N72°30'E	

EJEMPLO 3.5: Elementos geométricos y deflexiones de curvas circulares simples de sentido contrario

Datos:

Para el par de curvas simples de diferente sentido de la Figura 3.11, se conocen los siguientes elementos:

Distancia del PI_1 al $PI_2 = 200.830m$

Abscisa del $PC_1 = K4+274$

$\Delta_1 = 86^\circ 38' D$

$c_1 = 10m$

$G_{c1} = 6^\circ 30'$

$\Delta_2 = 62^\circ 42' I$

$c_2 = 5m$

$G_{c2} = 4^\circ 28'$

Calcular:

- Los demás elementos geométricos de la curva 1.
- Los demás elementos geométricos de la curva 2.
- Las deflexiones de la curva 1.
- Las deflexiones de la curva 2.

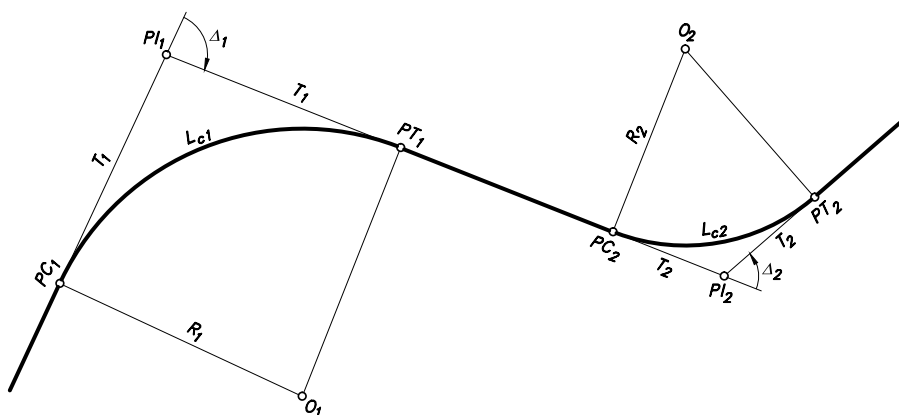


Figura 3.11 Curvas circulares simples de sentido contrario

Solución:

a) Elementos geométricos de la curva 1

Radio: R_1

$$R_1 = \frac{c_1}{2 \operatorname{sen} \frac{G_{c1}}{2}} = \frac{10}{2 \operatorname{sen} \frac{6^\circ 30'}{2}} = 88.195m$$

Tangente: T_1

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 88.195 \left(\tan \frac{86^\circ 38'}{2} \right) = 83.159m$$

Longitud de la curva: L_{c1}

$$L_{c1} = \frac{c_1 \Delta_1}{G_{c1}} = \frac{10(86^\circ 38')}{6^\circ 30'} = 133.282m$$

Cuerda larga: CL_1

$$CL_1 = 2R_1 \sin \frac{\Delta_1}{2} = 2(88.195) \sin \frac{86^\circ 38'}{2} = 121.009m$$

Externa: E_1

$$E_1 = R_1 \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta_1}{2}} - 1 \right) = 88.195 \left(\frac{1}{\cos \frac{86^\circ 38'}{2}} - 1 \right) = 33.027m$$

Ordenada media: M_1

$$M_1 = R_1 \left(1 - \cos \frac{\Delta_1}{2} \right) = 88.195 \left(1 - \cos \frac{86^\circ 38'}{2} \right) = 24.027m$$

Abscisa: PT_1

$$Abscisa PT_1 = Abscisa PC_1 + L_{c1} = K 4 + 274 + 133.282 = K 4 + 407.282$$

b) Elementos geométricos de la curva 2Radio: R_2

$$R_2 = \frac{c_2}{2 \sin \frac{G_{c2}}{2}} = \frac{5}{2 \sin \frac{4^\circ 28'}{2}} = 64.153m$$

Tangente: T_2

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} = 64.153 \left(\tan \frac{62^\circ 42'}{2} \right) = 39.082m$$

Longitud de la curva: L_{c2}

$$L_{c2} = \frac{c_2 \Delta_2}{G_{c2}} = \frac{5(62^\circ 42')}{4^\circ 28'} = 70.187m$$

Cuerda larga: CL_2

$$CL_2 = 2R_2 \sin \frac{\Delta_2}{2} = 2(64.153) \sin \frac{62^\circ 42'}{2} = 66.753m$$

Externa: E_2

$$E_2 = R_2 \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta_2}{2}} - 1 \right) = 64.153 \left(\frac{1}{\cos \frac{62^\circ 42'}{2}} - 1 \right) = 10.967m$$

Ordenada media: M_2

$$M_2 = R_2 \left(1 - \cos \frac{\Delta_2}{2} \right) = 64.153 \left(1 - \cos \frac{62^\circ 42'}{2} \right) = 9.366m$$

Abscisa: PC_2

$$Abscisa PC_2 = Abscisa PT_1 + PT_1 \cdot PC_2 = Abscisa PT_1 + [Pl_1 \cdot Pl_2 - (T_1 + T_2)]$$

$$Abscisa PC_2 = K4 + 407.282 + [200.830 - (83.159 + 39.082)] = K4 + 485.871$$

Abscisa: PT_2

$$Abscisa PT_2 = Abscisa PC_2 + L_{c2} = K4 + 485.871 + 70.187 = K4 + 556.058$$

c) Deflexiones de la curva 1

Con el propósito de mostrar un método en la aproximación de los ángulos de deflexión a cifras enteras o redondas, en este ejemplo dichos ángulos se aproximarán al minuto.

Con esta condición, se tiene:

Deflexión por metro:

Para una cuerda de 10 metros, la deflexión expresada en minutos por metro es:

$$d'_{10} = 3G_{c1} = 3(6^\circ 30') = 19.5' / m$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_{c1}}{2} = \frac{6^\circ 30'}{2} = 3^\circ 15' / cuerda$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PC_1

$$\text{Longitud subcuerda} = 280 - 274 = 6m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 6m(19.5' / m) = 117' = 1^\circ 57'$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PT_1

$$\text{Longitud subcuerda} = 407.282 - 400 = 7.282m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 7.282m(19.5' / m) = 141.999' \approx 142' = 2^\circ 22'$$

Chequeo deflexión al: PT_1

Deflexión al PT_1 = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al } PT_1 = 12 \text{ cuerdas}(3^\circ 15' / \text{cuerda}) + 1^\circ 57' + 2^\circ 22'$$

$$\text{Deflexión al } PT_1 = 43^\circ 19' = \frac{\Delta_1}{2}$$

Es importante anotar que la aproximación al minuto debe hacerse al calcular las deflexiones por subcuerdas ($117'$ y $142'$) y no al calcular la deflexión por metro ($19.5'$). Esto garantiza que la deflexión al PT_1 sea lo más cerca posible a $\Delta_1/2$, así como en el caso, que es exactamente igual a $86^\circ 38'/2 = 43^\circ 19'$.

En la parte inferior de la Tabla 3.3 se muestra la cartera de tránsito o localización de esta primera curva.

En esta cartera también se observa que, si se supone que la tangente de entrada de la primera curva apunta en la dirección $N25^\circ 00'E$, los rumbos calculados para las tangentes de salida serán respectivamente $S68^\circ 22'E$ y $N48^\circ 56'E$.

d) Deflexiones de la curva 2

Deflexión por metro:

Para una cuerda de 5 metros, la deflexión expresada en minutos por metro es:

$$d'_5 = 6G_{c2} = 6(4^\circ 28') = 26.8' / m$$

Tabla 3.3 Cartera de tránsito o localización de curvas circulares simples de distinto sentido

ESTACIÓN	ABSCISA	DEFLEXIÓN	ELEMENTOS	RUMBO	ANOTACIONES
PT ₂	560				
	K4+556.058	31°21'		N48°56'E	⊙ PT ₂
	555	30°53'			
	550	28°39'			
	545	26°25'	$\Delta_2 = 62^\circ 42' I$		
	540	24°11'	$c_2 = 5m$		
	535	21°57'	$G_{c2} = 4^\circ 28'$		
	530	19°43'	$R_2 = 64.153m$		
	525	17°29'	$T_2 = 39.082m$		
	520	15°15'	$L_{c2} = 70.187m$		
	515	13°01'	$CL_2 = 66.753m$		
	510	10°47'	$E_2 = 10.967m$		
	505	08°33'	$M_2 = 9.366m$		
	500	06°19'			
PC ₂	495	04°05'			
	490	01°51'			
	K4+485.871	00°00'		S68°22'E	⊙ PC ₂
	480				
	470				
	460				
	450				
PT ₁	440				
	430				
	420				
	410				
	K4+407.282	43°19'		S68°22'E	⊙ PT ₁
	400	40°57'			
	390	37°42'			
	380	34°27'	$\Delta_1 = 86^\circ 38' D$		
	370	31°12'	$c_1 = 10m$		
	360	27°57'	$G_{c1} = 6^\circ 30'$		
	350	24°42'	$R_1 = 88.195m$		
	340	21°27'	$T_1 = 83.159m$		
	330	18°12'	$L_{c1} = 133.282m$		
	320	14°57'	$CL_1 = 121.009m$		
PC ₁	310	11°42'	$E_1 = 33.023m$		
	300	08°27'	$M_1 = 24.027m$		
	290	05°12'			
	280	01°57'			
	K4+274.000	00°00'		N25°00'E	⊙ PC ₁
	270				

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_{c2}}{2} = \frac{4^{\circ} 28'}{2} = 2^{\circ} 14' / \text{cuerda}$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PC_2

$$\text{Longitud subcuerda} = 490 - 485.871 = 4.129\text{m}$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 4.129\text{m}(26.8' / \text{m}) = 110.657' \approx 111' = 1^{\circ} 51'$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PT_2

$$\text{Longitud subcuerda} = 556.058 - 555 = 1.058\text{m}$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 1.058\text{m}(26.8' / \text{m}) = 28.354' \approx 28' = 0^{\circ} 28'$$

Chequeo deflexión al: PT_2

Deflexión al PT_2 = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al } PT_2 = 13 \text{ cuerdas}(2^{\circ} 14' / \text{cuerda}) + 1^{\circ} 51' + 0^{\circ} 28'$$

$$\text{Deflexión al } PT_2 = 31^{\circ} 21' = \frac{\Delta_2}{2}$$

En la parte superior de la Tabla 3.3 se muestra la cartera de tránsito o localización de esta segunda curva.

EJEMPLO 3.6: Deflexiones de curvas circulares simples del mismo sentido

Datos:

Para la Figura 3.12, se tiene:

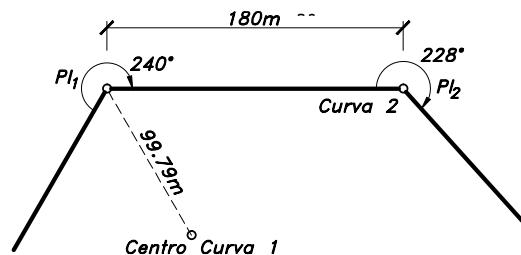
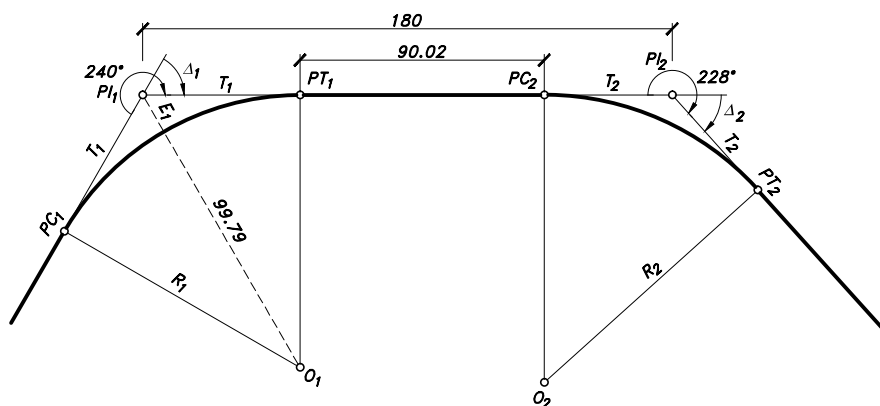


Figura 3.12 Ejemplo 3.6

De acuerdo con la Figura 3.13, se tiene:


$$R_1 + E_1 = 99.790m, \quad E_1 = T_1 \tan \frac{\Delta_1}{4}$$

$$R_1 + E_1 = R_1 + T_1 \tan \frac{\Delta_1}{4}, \quad T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2}$$

$$R_1 + E_1 = R_1 + R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} \tan \frac{\Delta_1}{4} = R_1 \left(1 + \tan \frac{\Delta_1}{2} \tan \frac{\Delta_1}{4} \right)$$

$$R_1 = \frac{R_1 + E_1}{1 + \tan \frac{\Delta_1}{2} \tan \frac{\Delta_1}{4}} = \frac{99.790}{1 + \tan \frac{60^\circ}{2} \tan \frac{60^\circ}{4}} = 86.421m$$

Grado: G_{c1}

También con el propósito de mostrar un método en la aproximación de los ángulos de deflexión a cifras enteras o redondas, en este ejemplo dichos ángulos se aproximarán al segundo.

$$G_{c1} = 2 \arcsen \frac{c_1}{2R_1} = 2 \arcsen \frac{10}{2(86.421)} = 6^\circ 38'0.78'' \approx 6^\circ 38'1''$$

Longitud de la curva: L_{c1}

$$L_{c1} = \frac{c_1 \Delta_1}{G_{c1}} = \frac{10(60^\circ)}{6^\circ 38'1''} = 90.448m$$

Abscisa: PT_1

$$Abscisa PT_1 = Abscisa PC_1 + L_{c1} = K0 + 000 + 90.448 = K0 + 90.448$$

Deflexión por metro:

$$d_{10}^\circ = \frac{G_{c1}}{20} = \frac{6^\circ 38'1''}{20} = 0^\circ 19'54.05'' / m$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_{c1}}{2} = \frac{6^\circ 38'1''}{2} = 3^\circ 19'0.5'' / cuerda \approx 3^\circ 19'1'' / cuerda$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PT_1

$$Longitud subcuerda = 90.448 - 90 = 0.448m$$

$$Deflexión por subcuerda = 0.448m(0^\circ 19'54.05'' / m) = 0^\circ 8'54.93'' \approx 0^\circ 8'55''$$

Chequeo deflexión al: PT_1

Deflexión al PT_1 = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al } PT_1 = 9 \text{ cuerdas} \left(3^\circ 19' 1'' / \text{cuerda} \right) + 0^\circ 8' 55'' = 30^\circ 0' 4'' \approx 30^\circ = \frac{\Delta_1}{2}$$

b) Deflexiones de la curva 2

Radio: R_2

$$R_2 = \frac{T_2}{\tan \frac{\Delta_2}{2}}, \quad T_2 = PI_1 \cdot PI_2 - PT_1 \cdot PC_2 - T_1$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 86.421 \left(\tan \frac{60^\circ}{2} \right) = 49.895m$$

$$T_2 = 180 - 90.020 - 49.895 = 40.085m, \quad \Delta_2 = 228^\circ - 180^\circ = 48^\circ D$$

$$R_2 = \frac{T_2}{\tan \frac{\Delta_2}{2}} = \frac{40.085}{\tan \frac{48^\circ}{2}} = 90.032m$$

Grado: G_{c2}

$$G_{c2} = 2 \arcsen \frac{c_2}{2R_2} = 2 \arcsen \frac{10}{2(90.032)} = 6^\circ 22' 1.96'' \approx 6^\circ 22' 2''$$

Longitud de la curva: L_{c2}

$$L_{c2} = \frac{c_2 \Delta_2}{G_{c2}} = \frac{10(48^\circ)}{6^\circ 22' 2''} = 75.386m$$

Abscisa: PC_2

$$\text{Abscisa } PC_2 = \text{Abscisa } PT_1 + PT_1 \cdot PC_2 = K0 + 90.448 + 90.020 = K0 + 180.468$$

Abscisa: PT_2

$$\text{Abscisa } PT_2 = \text{Abscisa } PC_2 + L_{c2} = K0 + 180.468 + 75.386 = K0 + 255.854$$

Deflexión por metro:

$$d_{10}^\circ = \frac{G_{c2}}{20} = \frac{6^\circ 22' 2''}{20} = 0^\circ 19' 6.1'' / m$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_{c2}}{2} = \frac{6^{\circ} 22' 2''}{2} = 3^{\circ} 11' 1'' / \text{cuerda}$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PC_2

$$\text{Longitud subcuerda} = 190 - 180.468 = 9.532\text{m}$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 9.532\text{m} (0^{\circ} 19' 6.1'' / \text{m}) = 3^{\circ} 2' 4.63'' \approx 3^{\circ} 2' 5''$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PT_2

$$\text{Longitud subcuerda} = 255.854 - 250 = 5.854\text{m}$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 5.854\text{m} (0^{\circ} 19' 6.1'' / \text{m}) = 1^{\circ} 51' 49.27'' \approx 1^{\circ} 51' 49''$$

Chequeo deflexión al: PT_2

Deflexión al PT_2 = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al } PT_2 = 6 \text{ cuerdas} (3^{\circ} 11' 1'' / \text{cuerda}) + 3^{\circ} 2' 5'' + 1^{\circ} 51' 49'' = 24^{\circ} = \frac{\Delta_2}{2}$$

En la Tabla 3.4 se muestra la cartera de tránsito o localización de estas dos curvas.

EJEMPLO 3.7: Elementos geométricos de curvas circulares simples del mismo sentido

Datos:

Dada la información que aparece en la Figura 3.14 y, además:

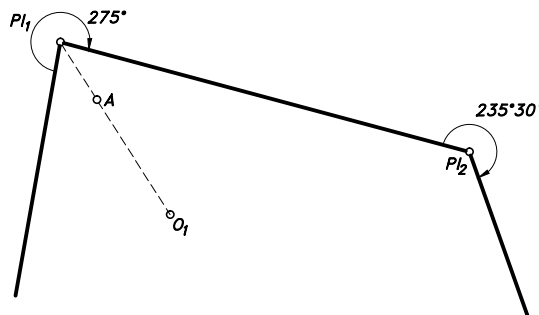


Figura 3.14 Ejemplo 3.7

ESTACIÓN	ABSCISA	DEFLEXIÓN	ELEMENTOS	RUMBO	ANOTACIONES
PT ₂	260				
	K0+255.854	24°00'00"			⊙ PT ₂
	250	22°08'11"			
	240	18°57'10"	c ₂ = 10m		
	230	15°46'09"	Δ ₂ = 48°D		
	220	12°35'08"	R ₂ = 90.032m		
	210	09°24'07"	G _{c2} = 6°22'2"		
	200	06°13'06"	L _{c2} = 75.386m		
PC ₂	190	03°02'05"			
	K0+180.468	00°00'00"			⊙ PC ₂
	180				
	170				
	160				
	150				
	140				
	130				
PT ₁	120				
	110				
	100				
	K0+090.448	30°00'04"			⊙ PT ₁
	090	29°51'09"			
	080	26°32'08"			
	070	23°13'07"	c ₁ = 10m		
	060	19°54'06"	Δ ₁ = 60°D		
PC ₁	050	16°35'05"	R ₁ = 86.421m		
	040	13°16'04"	G _{c1} = 6°38'1"		
	030	09°57'03"	L _{c1} = 90.448m		
	020	06°38'02"			
	010	03°19'01"			
	K0+000.000	00°00'00"			⊙ PC ₁

Cuerda unidad, ambas curvas	= 20m
Distancia del Pl_1 al Pl_2	= 600m
Distancia del Pl_1 al punto A	= 90m
Abscisa del Pl_1	= K8+920
Entretangencia	= 269.460m
El punto A pertenece a la primera curva.	

Calcular:

- La abscisa del PT_2 .
- La distancia entre los centros de las curvas.

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.15, se tiene:

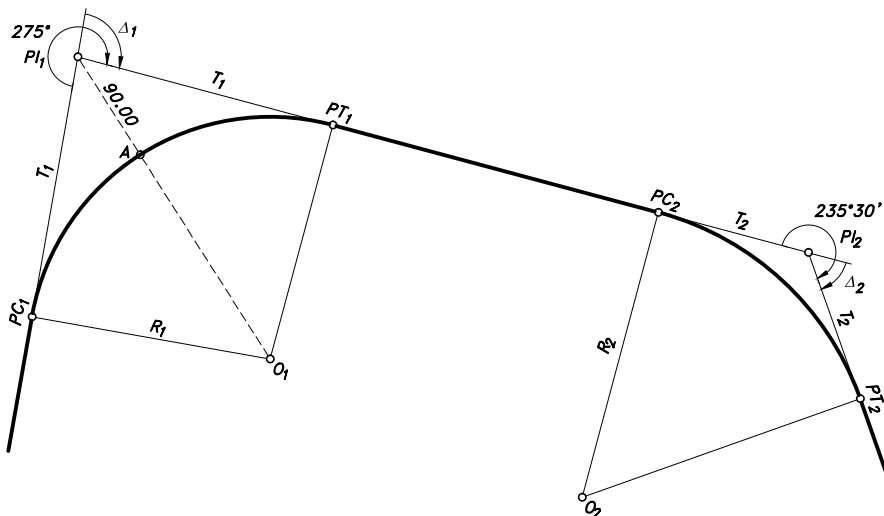


Figura 3.15 Curvas circulares simples del mismo sentido

- Abscisa del PT_2

$Abcisa\ PT_2 = Abcisa\ PC_1 + L_{c1} + PT_1 \cdot PC_2 + L_{c2}$, donde:

Abscisa: PC_1

$Abcisa\ PC_1 = Abcisa\ PI_1 - T_1 = K8 + 920 - T_1$

$$T_1 = \frac{E_1}{\tan \frac{\Delta_1}{4}} \quad , \Delta_1 = 275^\circ - 180^\circ = 95^\circ D \quad , E_1 = 90.000m$$

$$T_1 = \frac{90.000}{\tan \frac{95^\circ}{4}} = 204.541m \quad , \text{ entonces,}$$

$$\text{Abcisa } PC_1 = K8 + 920 - 204.541 = K8 + 715.459$$

Longitud primera curva: L_{c1}

$$L_{c1} = \frac{c_1 \Delta_1}{G_{c1}} = \frac{20(95^\circ)}{G_{c1}}$$

$$G_{c1} = 2 \arcsen \frac{c_1}{2R_1} \quad , R_1 = \frac{T_1}{\tan \frac{\Delta_1}{2}} = \frac{204.541}{\tan \frac{95^\circ}{2}} = 187.427m$$

$$G_{c1} = 2 \arcsen \frac{20}{2(187.427)} = 6^\circ 7' 0.60'' \quad , \text{ entonces,}$$

$$L_{c1} = \frac{c_1 \Delta_1}{G_{c1}} = \frac{20(95^\circ)}{6^\circ 7' 0.60''} = 310.618m$$

Entretangencia: $PT_1 \cdot PC_2$

$$PT_1 \cdot PC_2 = 269.460m$$

Longitud segunda curva: L_{c2}

$$L_{c2} = \frac{c_2 \Delta_2}{G_{c2}} \quad , c_2 = 20m \quad , \Delta_2 = 235^\circ 30' - 180^\circ = 55^\circ 30' D$$

$$G_{c2} = 2 \arcsen \frac{c_2}{2R_2} \quad , R_2 = \frac{T_2}{\tan \frac{\Delta_2}{2}}$$

$$T_2 = PI_1 \cdot PI_2 - T_1 - PT_1 \cdot PC_2 = 600 - 204.541 - 269.460 = 125.999m$$

$$R_2 = \frac{125.999}{\tan \frac{55^\circ 30'}{2}} = 239.485m$$

$$G_{c2} = 2 \arcsen \frac{20}{2(239.485)} = 4^\circ 47' 10.71''$$

$$L_{c2} = \frac{20(55^\circ 30')}{4^\circ 47' 10.71''} = 231.912m \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$\text{Abcisa } PT_2 = K8 + 715.459 + 310.618 + 269.460 + 231.912 = K9 + 527.449$$

b) Distancia entre los centros de las curvas

Según la Figura 3.16, esta distancia es igual a:

$$O_1O_2 = \sqrt{(PT_1 \cdot PC_2)^2 + (R_2 - R_1)^2}$$

$$O_1O_2 = \sqrt{(269.460)^2 + (239.485 - 187.427)^2} = 274.443m$$

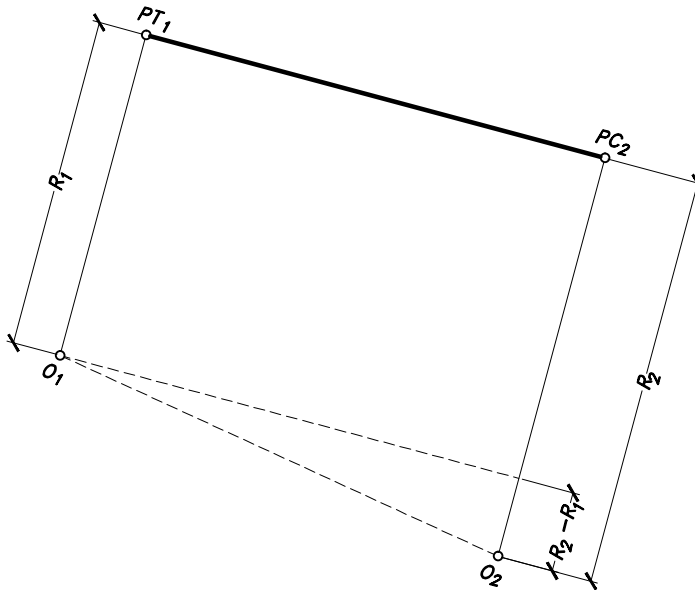


Figura 3.16 Distancia entre los centros de las curvas

EJEMPLO 3.8: Curvas circulares de igual radio y entretangencia dada

Datos:

En la Figura 3.17, se muestran tres tramos rectos de una carretera, AB , BC y CD , conectados por medio de dos curvas circulares simples de igual radio, de tal manera que existe entre ellas una entretangencia dada de 255 metros. Además, se tiene la siguiente información adicional:

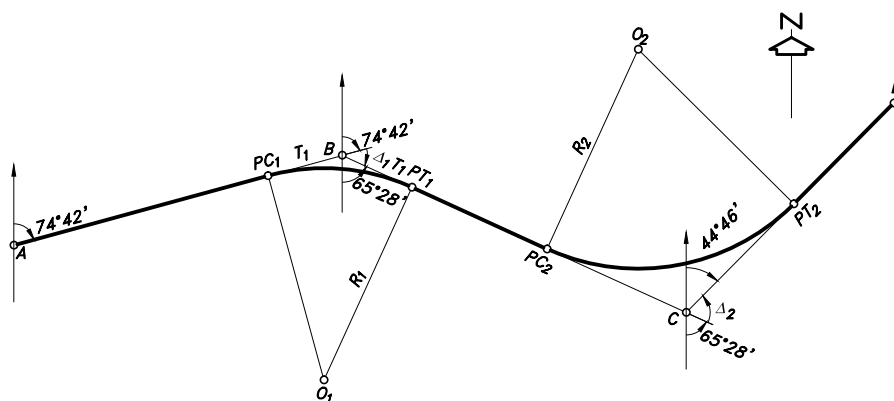


Figura 3.17 Curvas circulares de igual radio y entretangencia dada

Abscisa del punto A = $K0+986.280m$
 Cuerda unidad para curvas = $10m$
 Coordenadas del punto A = $500N, 100E$
 Rumbo y distancia tramo AB = $N74^{\circ}42'E, 612.240m$
 Rumbo y distancia tramo BC = $S65^{\circ}28'E, 664.960m$
 Rumbo y distancia tramo CD = $N44^{\circ}46'E, 524.380m$

Calcular:

- El radio de las curvas.
- Las abscisas de los cuatro puntos de tangencia.
- El número de cuerdas completas para cada curva.
- Las coordenadas del punto D.

Solución:

- Radio de las curvas

El radio de las dos curvas puede expresarse en función de las tangentes, de la siguiente manera:

$$BC = T_1 + \text{entretangencia} + T_2$$

$$\begin{aligned}
 664.960 &= T_1 + 255 + T_2, \text{ de donde,} \\
 T_1 + T_2 &= 409.960m, \text{ esto es,} \\
 R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} + R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} &= 409.960m, \text{ pero, } R_1 = R_2 = R \\
 R \left(\tan \frac{\Delta_1}{2} + \tan \frac{\Delta_2}{2} \right) &= 409.960m, \text{ por lo tanto,} \\
 R &= \frac{409.960}{\tan \frac{\Delta_1}{2} + \tan \frac{\Delta_2}{2}} \\
 \Delta_1 &= 180^\circ - 74^\circ 42' - 65^\circ 28' = 39^\circ 50' D \\
 \Delta_2 &= 180^\circ - 65^\circ 28' - 44^\circ 46' = 69^\circ 46' I
 \end{aligned}$$

Luego:

$$R = \frac{409.960}{\tan \frac{39^\circ 50'}{2} + \tan \frac{69^\circ 46'}{2}} = 386.937m = R_1 = R_2$$

b) Abscisas de los cuatro puntos de tangencia

Abscisa: PC_1

$$\text{Abscisa } PC_1 = \text{Abscisa } A + A \cdot PC_1$$

$$A \cdot PC_1 = AB - T_1$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 386.937 \left(\tan \frac{39^\circ 50'}{2} \right) = 140.197m$$

$$A \cdot PC_1 = 612.240 - 140.197 = 472.043m$$

$$\text{Abscisa } PC_1 = K0 + 986.280 + 472.043 = K1 + 458.323$$

Abscisa: PT_1

$$\text{Abscisa } PT_1 = \text{Abscisa } PC_1 + L_{c1}$$

$$G_{c1} = 2 \arcsen \frac{c_1}{2R_1} = 2 \arcsen \frac{10}{2(386.937)} = 1^\circ 28' 50.86''$$

$$L_{c1} = \frac{c_1 \Delta_1}{G_{c1}} = \frac{10(39^\circ 50')}{1^\circ 28' 50.86''} = 269.000m$$

$$\text{Abscisa } PT_1 = K1 + 458.323 + 269.000 = K1 + 727.323$$

Abscisa: PC_2

$$\text{Abscisa } PC_2 = \text{Abscisa } PT_1 + PT_1 \cdot PC_2 = K1 + 727.323 + 255 = K1 + 982.323$$

Abscisa: PT_2

$$\text{Abscisa } PT_2 = \text{Abscisa } PC_2 + L_{c2}$$

$$G_{c2} = G_{c1} = 1^\circ 28' 50.86''$$

$$L_{c2} = \frac{c_2 \Delta_2}{G_{c2}} = \frac{10(69^\circ 46')}{1^\circ 28' 50.86''} = 471.143m$$

$$\text{Abscisa } PT_2 = K1 + 982.323 + 471.143 = K2 + 453.466$$

c) Número de cuerdas completas para cada curva

Curva 1:

$$\text{Longitud por subcuerdas} = (460 - 458.323) + (727.323 - 720) = 9m$$

$$\text{Longitud por cuerdas completas} = \text{Longitud curva} - \text{Longitud subcuerdas} = L_{c1} - 9$$

$$\text{Longitud por cuerdas completas} = 269.000 - 9 = 260.000m$$

$$\text{Número de cuerdas completas} = \frac{\text{Longitud por cuerdas}}{\text{Longitud cuerda}} = \frac{260.000}{10} = 26 \text{ cuerdas}$$

Curva 2:

$$\text{Longitud por subcuerdas} = (990 - 982.323) + (453.466 - 450) = 11.143m$$

$$\text{Longitud por cuerdas completas} = L_{c2} - 11.143 = 471.143 - 11.143 = 460.000m$$

$$\text{Número de cuerdas completas} = \frac{460.000}{10} = 46 \text{ cuerdas}$$

d) Coordenadas del punto D

$$N_D = N_A + AB \cos 74^\circ 42' - BC \cos 65^\circ 28' + CD \cos 44^\circ 46'$$

$$N_D = 500 + 612.240 \cos 74^\circ 42' - 664.960 \cos 65^\circ 28' + 524.380 \cos 44^\circ 46' = 757.747m$$

$$E_D = E_A + AB \sin 74^\circ 42' + BC \sin 65^\circ 28' + CD \sin 44^\circ 46'$$

$$E_D = 100 + 612.240 \sin 74^\circ 42' + 664.960 \sin 65^\circ 28' + 524.380 \sin 44^\circ 46' = 1664.748m$$

EJEMPLO 3.9: Curva circular simple tangente a tres alineamientos dados

Datos:

Para una carretera y según la Figura 3.18, se tienen los siguientes alineamientos:

Azimut y distancia alineamiento $AB = 33^\circ, 222m$

Azimut y distancia alineamiento $BC = 72^\circ, 218m$

Azimut y distancia alineamiento $CD = 121^\circ, 242m$

Estos tres alineamientos deben unirse con una curva circular simple, de tal manera que ellos sean tangentes a la curva.

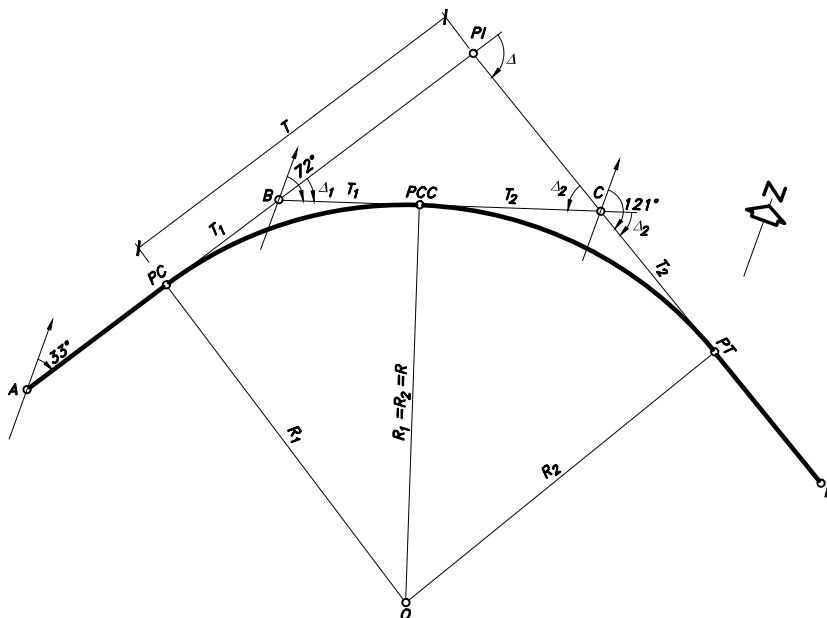


Figura 3.18 Curva circular simple tangente a tres alineamientos

Calcular:

- El radio de la curva que une los tres alineamientos.

b) La abscisa del *PT* de la curva, si la abscisa del punto *A* es *K0+000*.

Solución:

a) Radio de la curva

El radio de la curva puede expresarse en función de las tangentes, así:

$$T_1 + T_2 = BC = 218m$$

$$R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} + R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} = 218m \quad , \text{ pero, } R_1 = R_2 = R$$

$$R \left(\tan \frac{\Delta_1}{2} + \tan \frac{\Delta_2}{2} \right) = 218m \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$R = \frac{218}{\tan \frac{\Delta_1}{2} + \tan \frac{\Delta_2}{2}}$$

$$\Delta_1 = 72^\circ - 33^\circ = 39^\circ D$$

$$\Delta_2 = 121^\circ - 72^\circ = 49^\circ D$$

Luego:

$$R = \frac{218}{\tan \frac{39^\circ}{2} + \tan \frac{49^\circ}{2}} = 269.187m$$

El valor del radio de la curva puede ser también calculado así:

$$R = \frac{T}{\tan \frac{\Delta}{2}} \quad , T = T_1 + B \cdot PI \quad , T_1 = 95.324m \quad , \Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 39^\circ + 49^\circ = 88^\circ D$$

$$B \cdot PI = \frac{BC \sin \Delta_2}{\sin(180^\circ - \Delta_1 - \Delta_2)} = \frac{218(\sin 49^\circ)}{\sin(180^\circ - 39^\circ - 49^\circ)} = 164.627m$$

Por lo tanto:

$$R = \frac{95.324 + 164.627}{\tan \frac{88^\circ}{2}} = 269.187m$$

b) Abscisa del PT

$\text{Abscisa PT} = \text{Abscisa PC} + L_{s1} + L_{s2}$, donde:

Abscisa PC

$\text{Abscisa PC} = \text{Abscisa A} + A \cdot PC$

$$A \cdot PC = AB - T_1 \quad , T_1 = R \tan \frac{\Delta_1}{2} = 269.187 \left(\tan \frac{39^\circ}{2} \right) = 95.324m$$

$$A \cdot PC = 222 - 95.324 = 126.676m$$

$$\text{Abscisa PC} = K0 + 000 + 126.676 = K0 + 126.676$$

Longitud de la primera parte de la curva: L_{s1}

Para el sistema arco, según la ecuación (3-9), se tiene:

$$L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ} = \frac{\pi (269.187) 39^\circ}{180^\circ} = 183.230m$$

Longitud de la segunda parte de la curva: L_{s2}

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} = \frac{\pi (269.187) 49^\circ}{180^\circ} = 230.212m$$

Luego:

$$\text{Abscisa PT} = K0 + 126.676 + 183.230 + 230.212 = K0 + 540.118$$

EJEMPLO 3.10: Replanteo de una curva circular simple de radio dado y PI inaccesible

Datos:

Según la Figura 3.19, AB y CD son dos tramos rectos de una carretera, que deben unirse por una curva circular de radio 330 metros. El PI resultó inaccesible, arrojando los datos mostrados para la poligonal $ABCD$.

Calcular:

La información necesaria para replantear la curva con cuerdas de 20 metros.

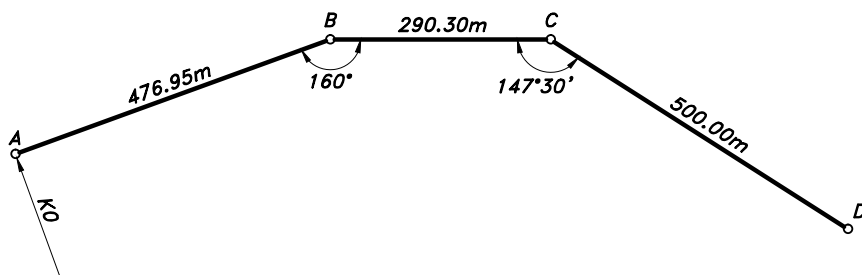


Figura 3.19 Ejemplo 3.10

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.20, se tiene:

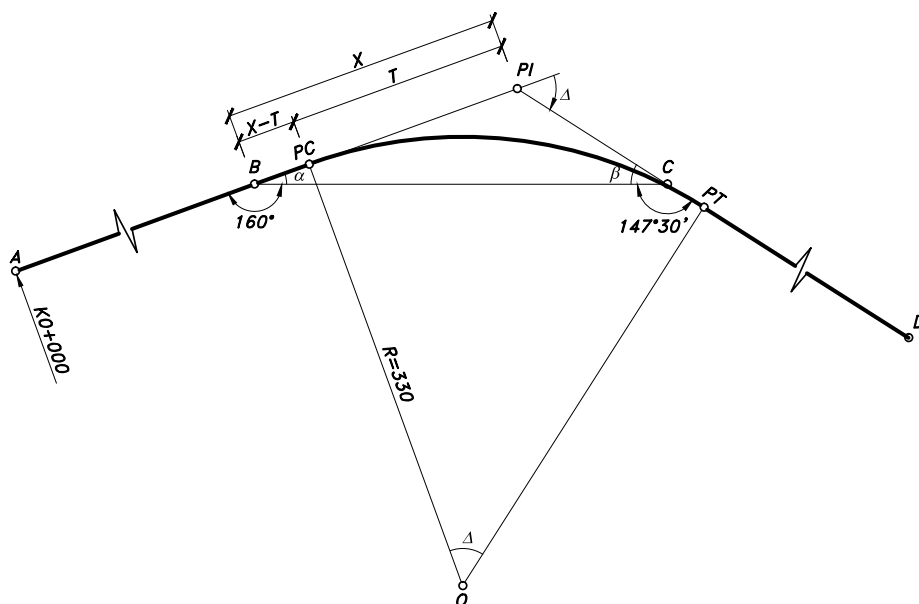


Figura 3.20 Curva de radio dado y PI inaccesible

Ángulo de deflexión principal: Δ

$$\Delta = \alpha + \beta = (180^\circ - 160^\circ) + (180^\circ - 147^\circ 30') = 52^\circ 30' D$$

Tangente: T

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} = 330 \left(\tan \frac{52^\circ 30'}{2} \right) = 162.738m$$

Abscisa: PC

$$Abcisa\ PC = Abcisa\ A + A \cdot PC$$

$$A \cdot PC = AB + B \cdot PC = AB + (x - T) \quad , \text{ pero,}$$

$$\frac{x}{\sen \beta} = \frac{BC}{\sen(180^\circ - \Delta)}$$

$$\beta = 180^\circ - 147^\circ 30' = 32^\circ 30' \quad , \quad 180^\circ - \Delta = 180^\circ - 52^\circ 30' = 127^\circ 30'$$

$$x = \frac{290.30(\sen 32^\circ 30')}{\sen 127^\circ 30'} = 196.606m \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$A \cdot PC = 476.95 + (196.606 - 162.738) = 510.818m$$

Luego:

$$Abcisa\ PC = K0 + 000 + 510.818 = K0 + 510.818$$

Grado de curvatura: G_c

$$G_c = 2 \arcsen \frac{c}{2R} = 2 \arcsen \frac{20}{2(330)} = 3^\circ 28' 22.81''$$

Longitud de la curva: L_c

$$L_c = \frac{c\Delta}{G_c} = \frac{20(52^\circ 30')}{3^\circ 28' 22.81''} = 302.332m$$

Abscisa: PT

$$Abcisa\ PT = Abcisa\ PC + L_c = K0 + 510.818 + 302.332 = K0 + 813.150$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_c}{2} = \frac{3^\circ 28' 22.81''}{2} = 1^\circ 44' 11.41''$$

Deflexión por metro:

$$d_{20}^{\circ} = \frac{G_c}{40} = \frac{3^{\circ} 28' 22.81''}{40} = 0^{\circ} 5' 12.57'' / m$$

Deflexión subcuerda adyacente al: PC

$$\text{Longitud subcuerda} = 520 - 510.818 = 9.182m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 9.182m (0^{\circ} 5' 12.57'' / m) = 0^{\circ} 47' 50.02''$$

Deflexión subcuerda adyacente al: PT

$$\text{Longitud subcuerda} = 813.150 - 800 = 13.150m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 13.150m (0^{\circ} 5' 12.57'' / m) = 1^{\circ} 8' 30.30''$$

Chequeo deflexión al: PT

Deflexión al PT = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al PT} = 14 \text{ cuerdas} (1^{\circ} 44' 11.41'' / \text{cuerda}) + 0^{\circ} 47' 50.02'' + 1^{\circ} 8' 30.30''$$

$$\text{Deflexión al PT} = 26^{\circ} 15' 0.06'' \approx \frac{\Delta}{2} = 26^{\circ} 15' 00''$$

Así, con la información obtenida, se puede replantear la curva.

EJEMPLO 3.11: Curva circular simple de tangente dada y PI inaccesible**Datos:**

Según la Figura 3.21, en el trazado de una carretera el PI quedó en una laguna, de manera que se trazó una línea de atajo AB igual a 100 metros entre las tangentes. La curva se debe trazar con cuerdas de 20 metros y su tangente se espera que sea de 98.310 metros.

La abscisa de A es $= K2+960$

Calcular:

- Las deflexiones de la curva para el PI inaccesible.
- ¿A qué lado de la línea AB estará ubicado el punto medio de la curva?

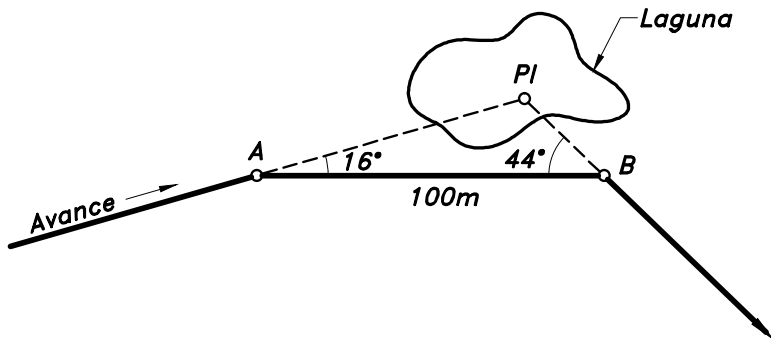


Figura 3.21 Ejemplo 3.11

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.22, se tiene:

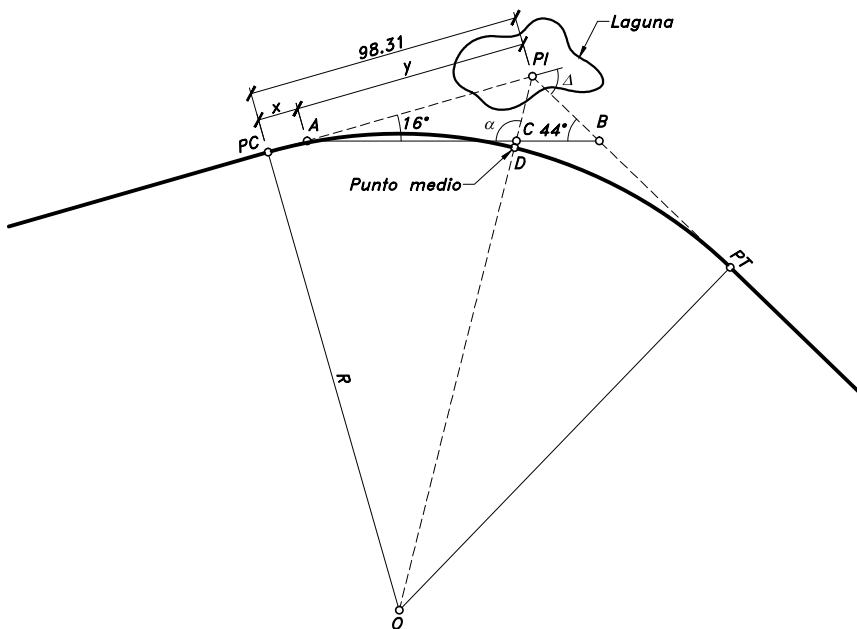


Figura 3.22 Curva de tangente dada y PI inaccesible

a) Deflexiones

Radio: R

$$R = \frac{T}{\tan \frac{\Delta}{2}}, \Delta = 16^\circ + 44^\circ = 60^\circ D$$

$$R = \frac{98.310}{\tan \frac{60^\circ}{2}} = 170.278m$$

Grado de curvatura: G_c

$$G_c = 2 \arcsen \frac{c}{2R} = 2 \arcsen \frac{20}{2(170.278)} = 6^\circ 44'0.78''$$

Longitud de la curva: L_c

$$L_c = \frac{c\Delta}{G_c} = \frac{20(60^\circ)}{6^\circ 44'0.78''} = 178.212m$$

Abscisa: PC Abscisa $PC = \text{Abscisa } A - x$, pero,

$$x = 98.310 - y, \frac{y}{\sen 44^\circ} = \frac{AB}{\sen(180^\circ - \Delta)}, 180^\circ - \Delta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$y = \frac{100(\sen 44^\circ)}{\sen 120^\circ} = 80.212m, \text{ por lo tanto,}$$

$$x = 98.310 - 80.212 = 18.098m$$

Entonces:

$$\text{Abscisa } PC = K2 + 960 - 18.098 = K2 + 941.902$$

Abscisa: PT

$$\text{Abscisa } PT = \text{Abscisa } PC + L_c = K2 + 941.902 + 178.212 = K3 + 120.114$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_c}{2} = \frac{6^\circ 44'0.78''}{2} = 3^\circ 22'0.39''$$

Deflexión por metro:

$$d_{20}^{\circ} = \frac{G_c}{40} = \frac{6^{\circ} 44' 0.78''}{40} = 0^{\circ} 10' 6.02'' / m$$

Deflexión subcuerda adyacente al: PC

$$\text{Longitud subcuerda} = 960 - 941.902 = 18.098m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 18.098m (0^{\circ} 10' 6.02'' / m) = 3^{\circ} 2' 47.75''$$

Deflexión subcuerda adyacente al: PT

$$\text{Longitud subcuerda} = 120.114 - 120 = 0.114m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 0.114m (0^{\circ} 10' 6.02'' / m) = 0^{\circ} 1' 9.09''$$

Chequeo deflexión al: PT

Deflexión al PT = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al PT} = 8 \text{ cuerdas} (3^{\circ} 22' 0.39'' / \text{cuerda}) + 3^{\circ} 2' 47.75'' + 0^{\circ} 1' 9.09''$$

$$\text{Deflexión al PT} = 29^{\circ} 59' 59.96'' \approx \frac{\Delta}{2} = 30^{\circ}$$

b) Ubicación del punto medio de la curva

$$PI \cdot D = \text{Externa} = T \tan \frac{\Delta}{4} = 98.310 \left(\tan \frac{60^{\circ}}{4} \right) = 26.342m$$

$$\frac{PI \cdot C}{\text{sen } 16^{\circ}} = \frac{y}{\text{sen } \alpha}, \quad \alpha = 180^{\circ} - 16^{\circ} - \frac{180^{\circ} - \Delta}{2} = 180^{\circ} - 16^{\circ} - \frac{180^{\circ} - 60^{\circ}}{2} = 104^{\circ}$$

$$PI \cdot C = 80.212 \left(\frac{\text{sen } 16^{\circ}}{\text{sen } 104^{\circ}} \right) = 22.786m < PI \cdot D = 26.342m$$

Luego el punto medio D de la curva está ubicado a la derecha de la línea AB .

EJEMPLO 3.12: Curvas circulares simples de tangentes paralelas**Datos:**

Adicionalmente a la información dada en la Figura 3.23, se tiene que:

La abscisa del PC_2 es $= K2+200$

La cuerda unidad de la curva 2 $= c_2 = 3m$

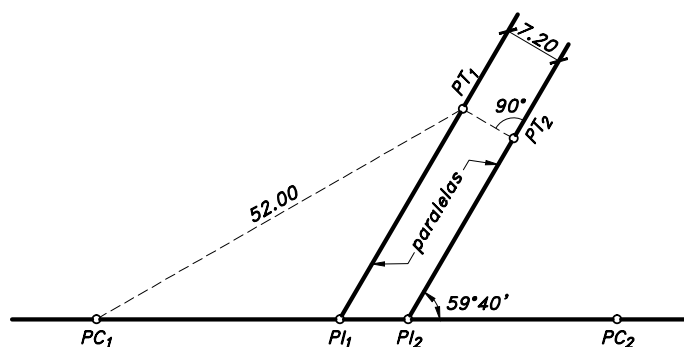


Figura 3.23 Ejemplo 3.12

Calcular:

- El radio de la curva 1.
- La abscisa del PT_2 .

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.24, se tiene:

- Radio de la curva 1

$$CL_1 = 2R_1 \sin \frac{\Delta_1}{2}, CL_1 = 52.000m, \Delta_1 = 59^\circ 40' I, \text{ entonces:}$$

$$R_1 = \frac{CL_1}{2 \sin \frac{\Delta_1}{2}} = \frac{52.000}{2 \sin \frac{59^\circ 40'}{2}} = 52.264m$$

- Abscisa del PT_2

$$\text{Abscisa } PT_2 = \text{Abscisa } PC_2 + L_{c2}$$

$$L_{c2} = \frac{c_2 \Delta_2}{G_{c2}}, c_2 = 3m, \Delta_2 = 180^\circ - 59^\circ 40' = 120^\circ 20' D$$

$$G_{c2} = 2 \arcsen \frac{c_2}{2R_2}$$

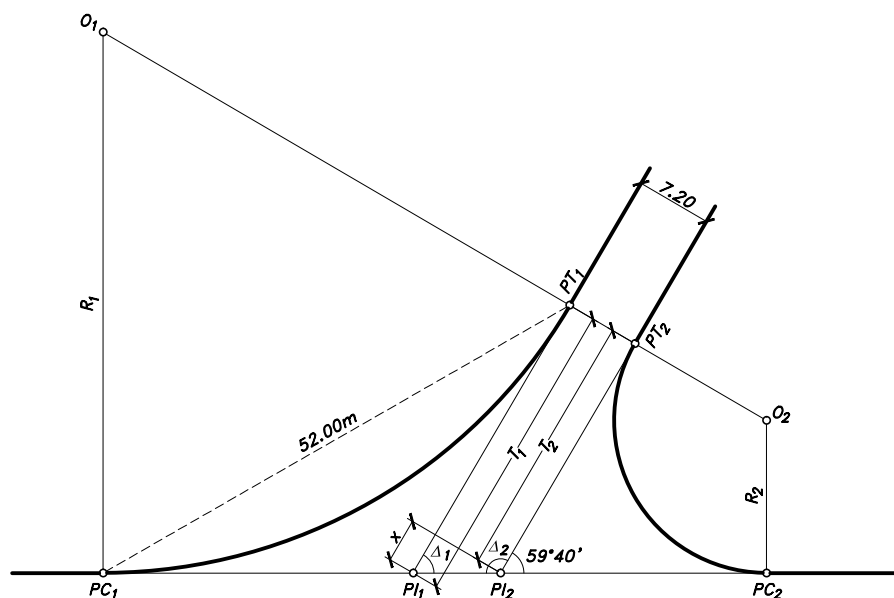


Figura 3.24 Curvas circulares de tangentes paralelas

$$R_2 = \frac{T_2}{\tan \frac{\Delta_2}{2}}, T_2 = T_1 - x, \tan \Delta_1 = \frac{PT_1 \cdot PT_2}{x}$$

$$x = \frac{PT_1 \cdot PT_2}{\tan \Delta_1} = \frac{7.200}{\tan 59^\circ 40'} = 4.213m$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 52.264 \left(\tan \frac{59^\circ 40'}{2} \right) = 29.972m$$

$$T_2 = 29.972 - 4.213 = 25.759m, \text{ por lo tanto,}$$

$$R_2 = \frac{25.759}{\tan \frac{120^\circ 20'}{2}} = 14.772m, G_{c2} = 2 \arcsen \frac{3}{2(14.772)} = 11^\circ 39' 22.01''$$

$$L_{c2} = \frac{3(120^\circ 20')}{11^\circ 39' 22.01''} = 30.971m, \text{ luego:}$$

$$\text{Abscisa } PT_2 = K2 + 200 + 30.971 = K2 + 230.971$$

EJEMPLO 3.13: Coordenadas del centro de una curva circular**Datos:**

Para la Figura 3.25, se tiene:

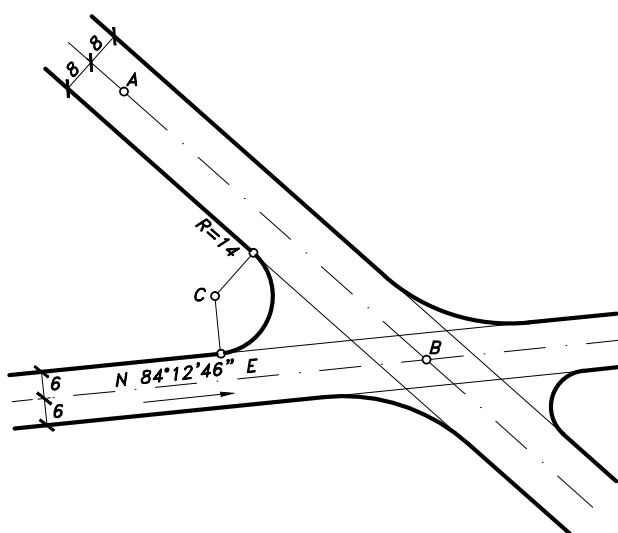
Coordenadas del punto A = $N: 456.322, E: 861.741$ Coordenadas del punto B = $N: 389.985, E: 936.570$ 

Figura 3.25 Ejemplo 3.13

Calcular:Las coordenadas del centro C de la curva de 14 metros de radio.**Solución:**De acuerdo con la Figura 3.26, las coordenadas de C se pueden plantear así:

$$\text{Norte de } C = \text{Norte de } B + a \cos \alpha - b \cos \beta + (E + R) \cos \delta$$

$$\text{Este de } C = \text{Este de } B - a \sin \alpha - b \sin \beta - (E + R) \sin \delta$$

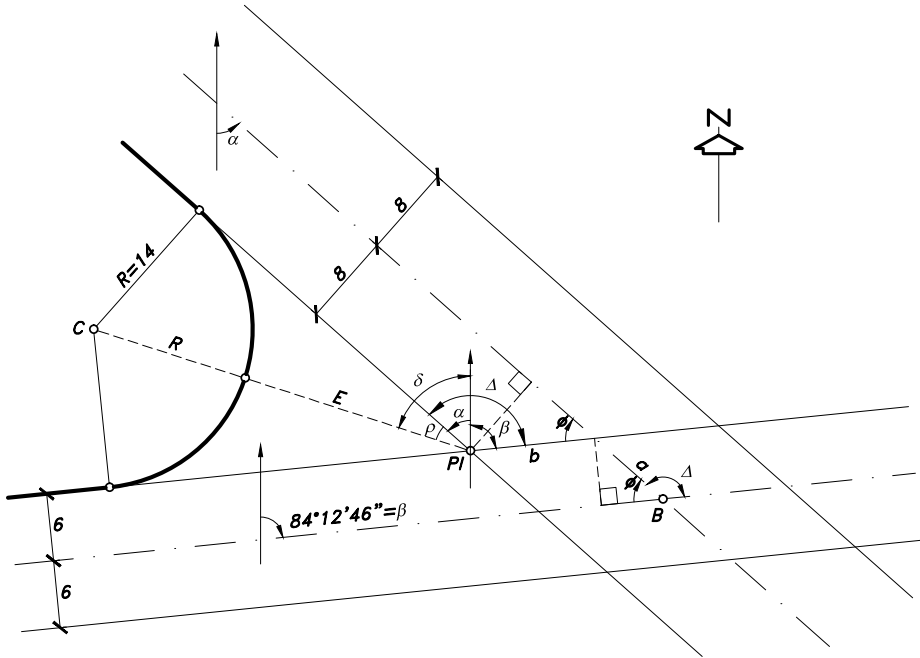


Figura 3.26 Coordenadas del centro de una curva circular

Distancia: a

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{b}{a}$$

$$a = \frac{6}{\sin \varphi} \quad , \varphi = 180^\circ - \Delta \quad , \Delta = \alpha + \beta \quad , \beta = 84^\circ 12' 46''$$

$$\alpha = \arctan \left| \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} \right| = \arctan \left| \frac{936.570 - 861.741}{389.985 - 456.322} \right| = 48^\circ 26' 33.16''$$

$$\Delta = 48^{\circ} 26' 33.16'' + 84^{\circ} 12' 46'' = 132^{\circ} 39' 19.16''$$

$$\varphi = 180^\circ - 132^\circ 39' 19.16'' = 47^\circ 20' 40.84'' \quad , \text{ entonces,}$$

$$a = \frac{6}{\text{sen } 47^{\circ} 20' 40.84''} = 8.158m$$

Distancia: b

$$\operatorname{sen} \varphi = \frac{8}{b}, \quad b = \frac{8}{\operatorname{sen} 47^{\circ} 20' 40.84''} = 10.878m$$

Externa de la curva: E

$$E = R \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right) = 14 \left(\frac{1}{\cos \frac{132^{\circ} 39' 19.16''}{2}} - 1 \right) = 20.869m$$

La externa también se puede calcular en función de la tangente T , así:

$$E = T \tan \frac{\Delta}{4}, \quad T = R \tan \frac{\Delta}{2} = 14 \left(\tan \frac{132^{\circ} 39' 19.16''}{2} \right) = 31.935m, \text{ entonces:}$$

$$E = 31.935 \left(\tan \frac{132^{\circ} 39' 19.16''}{4} \right) = 20.869m$$

Ángulo: δ

Este ángulo define el rumbo del alineamiento $PI-C$.

$$\delta = \alpha + \rho, \quad \rho = \frac{180^{\circ} - \Delta}{2} = \frac{180^{\circ} - 132^{\circ} 39' 19.16''}{2} = 23^{\circ} 40' 20.42''$$

$$\delta = 48^{\circ} 26' 33.16'' + 23^{\circ} 40' 20.42'' = 72^{\circ} 6' 53.58''$$

Luego las coordenadas del punto C son:

$$\begin{aligned} \text{Norte } C &= 389.985 + 8.158(\cos 48^{\circ} 26' 33.16'') - 10.878(\cos 84^{\circ} 12' 46'') + \\ &\quad (20.869 + 14) \cos 72^{\circ} 6' 53.58'' = 405.009m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Este } C &= 936.570 - 8.158(\sin 48^{\circ} 26' 33.16'') - 10.878(\sin 84^{\circ} 12' 46'') - \\ &\quad (20.869 + 14) \sin 72^{\circ} 6' 53.58'' = 886.459m \end{aligned}$$

EJEMPLO 3.14: Intersección de una vía en curva con otra vía en recta

Datos:

Para la curva de radio R de la vía 1 de la Figura 3.27, se conocen los siguientes datos:

Ángulo de deflexión principal	$= \Delta = 59^{\circ} 40'$
Grado de curvatura	$= G_c = 5^{\circ} 28'$
Cuerda unidad	$= c = 10m$
Abscisa del PC	$= K5+972.450$

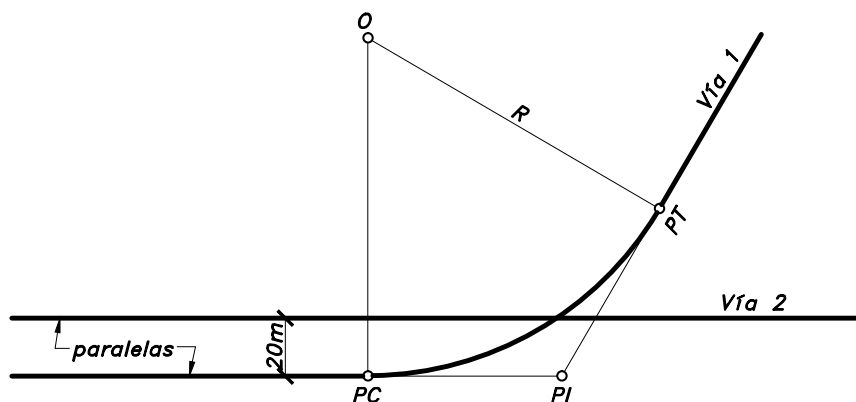


Figura 3.27 Ejemplo 3.14

Calcular:

- Las deflexiones para la curva dada.
- La abscisa donde la vía 1 y la vía 2 se interceptan.

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.28, se tiene:

- Deflexiones

Longitud de la curva: L_c

$$L_c = \frac{c\Delta}{G_c} = \frac{10(59^{\circ} 40')}{5^{\circ} 28'} = 109.146m$$

Abscisa: PT

$$\text{Abscisa PT} = \text{Abscisa PC} + L_c = K5 + 972.450 + 109.146 = K6 + 081.596$$

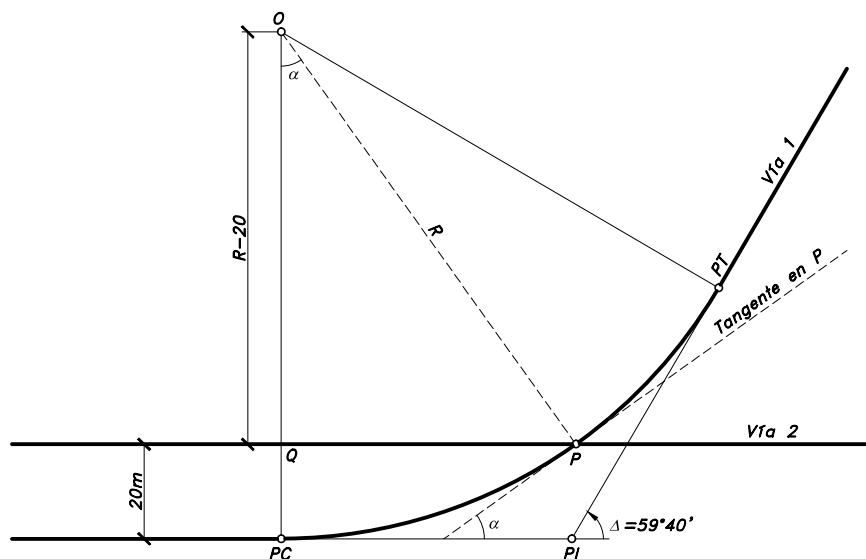


Figura 3.28 Vías que se interceptan

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_c}{2} = \frac{5^\circ 28'}{2} = 2^\circ 44'$$

Deflexión por metro:

$$d_{10}^\circ = \frac{G_c}{20} = \frac{5^\circ 28'}{20} = 0^\circ 16'24'' / m$$

Deflexión subcuerda adyacente al: PC

$$\text{Longitud subcuerda} = 980 - 972.450 = 7.550m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 7.550m(0^\circ 16'24'' / m) = 2^\circ 3'49.20''$$

Deflexión subcuerda adyacente al: PT

$$\text{Longitud subcuerda} = 81.596 - 80 = 1.596m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 1.596m(0^\circ 16'24'' / m) = 0^\circ 26'10.46''$$

Chequeo deflexión al: PT


Deflexión al PT = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al PT} = 10 \text{ cuerdas} \left(2^\circ 44' / \text{cuerda} \right) + 2^\circ 3' 49.20'' + 0^\circ 26' 10.46''$$

$$\text{Deflexión al PT} = 29^\circ 49' 59.66'' \approx 29^\circ 50' = \frac{\Delta}{2}$$

Por lo tanto, las deflexiones para la curva son las que se muestran en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5 Cartera de deflexiones para la curva circular

ESTACIÓN	ABSCISA	DEFLEXIÓN	ANOTACIONES
PT	100		
	090		
	K6+081.596	29°49'59.66"	
	080	29°23'49.20"	
	070	26°39'49.20"	
	060	23°55'49.20"	
	050	21°11'49.20"	
	040	18°27'49.20"	
	030	15°43'49.20"	
	020	12°59'49.20"	
	010	10°15'49.20"	
	K6+000	07°31'49.20"	
	990	04°47'49.20"	
PC	980	02°03'49.20"	
	K5+972.450	00°00'00.00"	
	970		
	960		

b) Abscisa del punto de intersección P

$$\text{Abscisa de } P = \text{Abscisa PC} + PC \cdot P, \text{ donde,}$$

$PC \cdot P$ = Longitud de la curva acumulada hasta P .

Bajo la definición de cuerda-grado, la longitud de la distancia $PC \cdot P$, se expresa así:

$$PC \cdot P = \frac{\alpha}{G_c}$$

Según el triángulo rectángulo OPQ :

$$\cos \alpha = \frac{OQ}{OP} = \frac{R-20}{R} \quad , \text{ esto es,}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{R-20}{R}\right) \quad , \text{ pero,}$$

$$R = \frac{c}{2 \sin \frac{G_c}{2}} = \frac{10}{2 \sin \frac{5^\circ 28'}{2}} = 104.849m \quad , \text{ entonces,}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{104.849-20}{104.849}\right) = 35^\circ 58' 38.39'' \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$PC \cdot P = \frac{10(35^\circ 58' 38.39'')}{5^\circ 28'} = 65.812m \quad , \text{ luego:}$$

$$\text{Abscisa de } P = K5 + 972.450 + 65.812 = K6 + 038.262$$

Por otro lado, si se quiere tener la abscisa exacta del punto P considerando el arco $PC \cdot P$, se tiene:

$$PC \cdot P = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ} = \frac{\pi(104.849)(35^\circ 58' 38.39'')}{180^\circ} = 65.837m$$

$$\text{Abscisa exacta de } P = K5 + 972.450 + 65.837 = K6 + 038.287$$

Puede observarse que la abscisa exacta de P es mayor en 25 milímetros a la calculada anteriormente, lo cual era de esperarse, pues en el primer caso la curva se desarrolla a través de un polígono y en el segundo caso se sigue exactamente la trayectoria de arco de la curva. Sin embargo, en este ejemplo particular, el abscisado a tener en cuenta es del sistema de cuerdas, esto es, el primero.

EJEMPLO 3.15: Elementos geométricos y cálculo de una curva por coordenadas

Datos:

Para la curva de la Figura 3.29, se tienen los siguientes datos:

Azimut de la tangente de entrada $= 34^\circ$

Azimut de la tangente de salida $= 101^\circ$

Radio de la curva $= 53m$
 Coordenadas del PI $= 800N, 400E$
 Abscisa del PC $= K2+423.157$
 Sistema a utilizar $= Arco-grado$

Calcular:

- Los elementos geométricos que caracterizan la curva.
- Las coordenadas para localizar la curva.

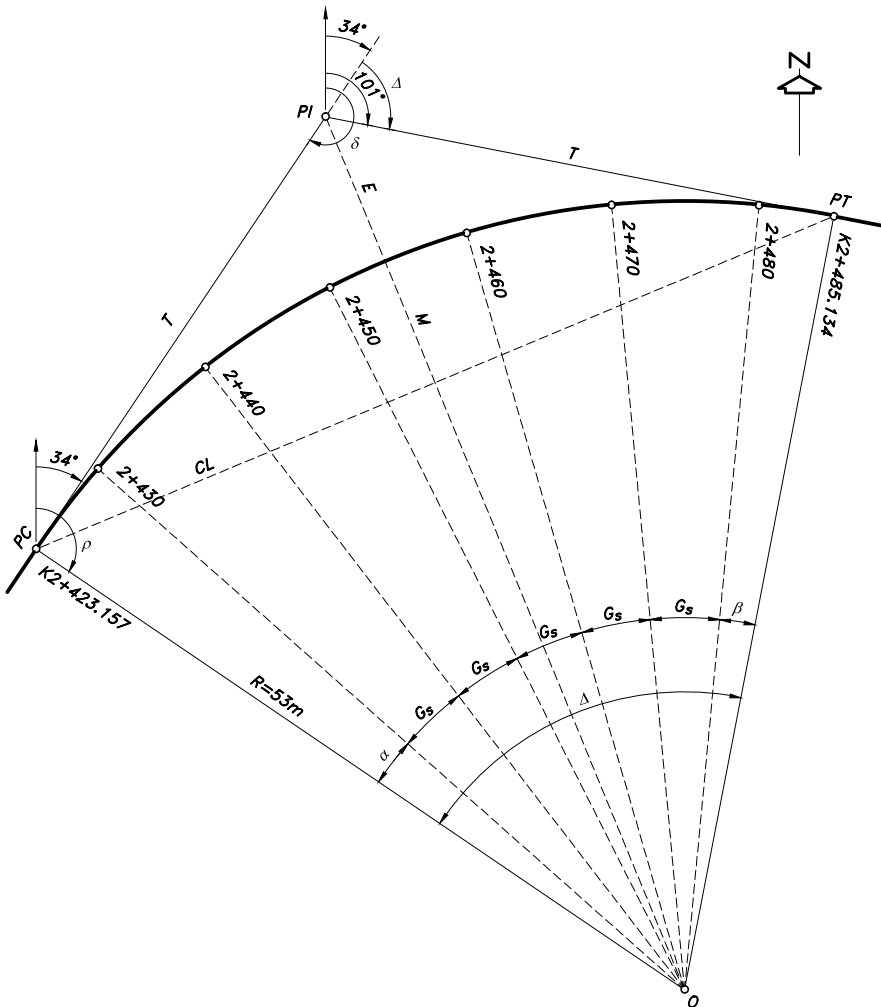


Figura 3.29 Cálculo de una curva circular por coordenadas

Solución:

a) Elementos geométricos

Ángulo de deflexión principal: Δ

$$\Delta = \text{Azimut tangente de salida} - \text{Azimut tangente de entrada} = 107^\circ - 34^\circ = 67^\circ D$$

Tangente: T

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} = 53 \left(\tan \frac{67^\circ}{2} \right) = 35.080m$$

Longitud de la curva: L_s

$$L_s = \frac{\pi R \Delta}{180^\circ} = \frac{\pi (53) (67^\circ)}{180^\circ} = 61.977m$$

Cuerda larga: CL

$$CL = 2R \sin \frac{\Delta}{2} = 2(53) \sin \frac{67^\circ}{2} = 58.505m$$

Externa: E

$$E = R \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} - 1 \right) = 53 \left(\frac{1}{\cos \frac{67^\circ}{2}} - 1 \right) = 10.558m$$

Ordenada media: M

$$M = R \left(1 - \cos \frac{\Delta}{2} \right) = 53 \left(1 - \cos \frac{67^\circ}{2} \right) = 8.804m$$

Grado de curvatura: $G_{s=1}$

$$G_{s=1} = \frac{1}{R} = \frac{1}{53} = 0.018867924 \text{ radianes} = 1^\circ 4' 51.79'' / m$$

Abscisa del: PT

$$\text{Abscisa } PT = \text{Abscisa } PC + L_s = K2 + 423.157 + 61.977 = K2 + 485.134$$

Ángulos centrales:

Si se adopta el eje de la vía abscisado cada 10 metros, se observa que se presentan dos subarcos, del lado del PC y del lado del PT . Sus longitudes son:

$$\text{Subarco lado del } PC = (K2 + 430) - (K2 + 423.157) = 6.843m$$

$$\text{Subarco lado del } PT = (K2 + 485.134) - (K2 + 480) = 5.134m$$

Utilizando la ecuación (3-7), que relaciona el arco s con el ángulo central G_s , se tiene que los ángulos centrales α y β correspondientes a estos dos subarcos, son:

$$\alpha = \frac{180^\circ s}{\pi R} = \frac{180^\circ (6.843)}{\pi(53)} = 7^\circ 23' 51.51''$$

$$\beta = \frac{180^\circ s}{\pi R} = \frac{180^\circ (5.134)}{\pi(53)} = 5^\circ 33' 0.44''$$

A su vez, el ángulo central G_s correspondiente a un arco unidad de 10 metros, es:

$$G_s = \frac{180^\circ s}{\pi R} = \frac{180^\circ (10)}{\pi(53)} = 10^\circ 48' 37.89''$$

b) Coordenadas de puntos de la curvaCoordenadas del: PC

Las coordenadas del PC se calculan con base en las coordenadas del PI , que sería el punto inicial. Por lo tanto, se debe conocer el azimut del alineamiento $PI-PC$, representado por el ángulo δ . De esta manera:

$$\delta = 34^\circ + 180^\circ = 214^\circ, \text{ de donde,}$$

$$N_{PC} = N_{PI} + T \cos \delta = 800 + 35.080 (\cos 214^\circ) = 800 - 29.083 = 770.917$$

$$E_{PC} = E_{PI} + T \sin \delta = 400 + 35.080 (\sin 214^\circ) = 400 - 19.616 = 380.384$$

Coordenadas del: PT

$$N_{PT} = N_{PI} + T \cos 101^\circ = 800 + 35.080(\cos 101^\circ) = 800 - 6.694 = 793.306$$

$$E_{PT} = E_{PI} + T \sin 101^\circ = 400 + 35.080(\sin 101^\circ) = 400 + 34.435 = 434.435$$

Coordenadas del centro de la curva: O

Es necesario conocer las coordenadas del centro de la curva, pues a partir de ellas se calcularán las coordenadas de los diversos puntos sobre la curva, a través de sus alineamientos radiales.

El azimut del alineamiento $PC-O$, se representa por el ángulo ρ . Por lo tanto:

$$\rho = 34^\circ + 90^\circ = 124^\circ, \text{ de donde,}$$

$$N_O = N_{PC} + R \cos \rho = 770.917 + 53(\cos 124^\circ) = 770.917 - 29.637 = 741.280$$

$$E_O = E_{PC} + R \sin \rho = 380.384 + 53(\sin 124^\circ) = 380.384 + 43.939 = 424.323$$

Coordenadas de la abscisa: $K2+430$

El azimut del alineamiento $O-PC$ es igual al contra-azimut del alineamiento $PC-O$. Esto es, el contra-azimut de un alineamiento es el azimut observado desde el otro extremo del mismo:

$$\text{Azimut}_{O-PC} = \rho + 180^\circ = 124^\circ + 180^\circ = 304^\circ$$

$$\text{Azimut}_{O-K2+430} = \text{Azimut}_{O-PC} + \alpha = 304^\circ + 7^\circ 23'51.51'' = 311^\circ 23'51.51''$$

$$\begin{aligned} N_{K2+430} &= N_O + R \cos \text{Azimut}_{O-K2+430} = 741.280 + 53(\cos 311^\circ 23'51.51'') \\ &= 741.280 + 35.048 = 776.328 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{K2+430} &= E_O + R \sin \text{Azimut}_{O-K2+430} = 424.323 + 53(\sin 311^\circ 23'51.51'') \\ &= 424.323 - 39.757 = 384.566 \end{aligned}$$

Coordenadas de la abscisa: $K2+440$

$$\text{Azimut}_{O-K2+440} = \text{Azimut}_{O-K2+430} + G_s = 311^\circ 23'51.51'' + 10^\circ 48'37.89'' = 322^\circ 12'29.40''$$

$$\begin{aligned} N_{K2+440} &= N_O + R \cos \text{Azimut}_{O-K2+440} = 741.280 + 53(\cos 322^\circ 12'29.40'') \\ &= 741.280 + 41.883 = 783.163 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{K2+440} &= E_O + R \sin \text{Azimut}_{O-K2+440} = 424.323 + 53(\sin 322^\circ 12'29.40'') \\ &= 424.323 - 32.478 = 391.845 \end{aligned}$$

Coordenadas de la abscisa: K2+450

$$Azimut_{O.K2+450} = Azimut_{O.K2+440} + G_s = 322^\circ 12' 29.40'' + 10^\circ 48' 37.89'' = 333^\circ 1' 7.29''$$

$$N_{K2+450} = N_O + R \cos Azimut_{O.K2+450} = 741.280 + 53(\cos 333^\circ 1' 7.29'') \\ = 741.280 + 47.231 = 788.511$$

$$E_{K2+450} = E_O + R \sin Azimut_{O.K2+450} = 424.323 + 53(\sin 333^\circ 1' 7.29'') \\ = 424.323 - 24.046 = 400.277$$

Coordenadas de la abscisa: K2+460

$$Azimut_{O.K2+460} = Azimut_{O.K2+450} + G_s = 333^\circ 1' 7.29'' + 10^\circ 48' 37.89'' = 343^\circ 49' 45.18''$$

$$N_{K2+460} = N_O + R \cos Azimut_{O.K2+460} = 741.280 + 53(\cos 343^\circ 49' 45.18'') \\ = 741.280 + 50.903 = 792.183$$

$$E_{K2+460} = E_O + R \sin Azimut_{O.K2+460} = 424.323 + 53(\sin 343^\circ 49' 45.18'') \\ = 424.323 - 14.761 = 409.562$$

Coordenadas de la abscisa: K2+470

$$Azimut_{O.K2+470} = Azimut_{O.K2+460} + G_s = 343^\circ 49' 45.18'' + 10^\circ 48' 37.89'' = 354^\circ 38' 23.07''$$

$$N_{K2+470} = N_O + R \cos Azimut_{O.K2+470} = 741.280 + 53(\cos 354^\circ 38' 23.07'') \\ = 741.280 + 52.768 = 794.048$$

$$E_{K2+470} = E_O + R \sin Azimut_{O.K2+470} = 424.323 + 53(\sin 354^\circ 38' 23.07'') \\ = 424.323 - 4.951 = 419.372$$

Coordenadas de la abscisa: K2+480

$$Azimut_{O.K2+480} = Azimut_{O.K2+470} + G_s = 354^\circ 38' 23.07'' + 10^\circ 48' 37.89'' = 365^\circ 27' 0.96'' \\ \equiv 5^\circ 27' 0.96''$$

$$N_{K2+480} = N_O + R \cos Azimut_{O.K2+480} = 741.280 + 53(\cos 5^\circ 27' 0.96'') \\ = 741.280 + 52.760 = 794.040$$

$$E_{K2+480} = E_O + R \sin Azimut_{O.K2+480} = 424.323 + 53(\sin 5^\circ 27' 0.96'') \\ = 424.323 + 5.034 = 429.357$$

Coordenadas del: PT

$$Azimut_{O.PT} = Azimut_{O.K2+480} + \beta = 5^\circ 27' 0.96'' + 5^\circ 33' 0.44'' = 11^\circ 0' 1.40''$$


$$N_{PT} = N_O + R \cos Azimut_{O.PT} = 741.280 + 53(\cos 11^\circ 0' 1.40'') \\ = 741.280 + 52.026 = 793.306$$

$$\begin{aligned} E_{PT} &= E_O + R \operatorname{sen} \operatorname{Azimut}_{O,PT} = 424.323 + 53(\operatorname{sen} 11^\circ 0'1.40'') \\ &= 424.323 + 10.113 = 434.436 \end{aligned}$$

Como chequeo puede observarse que estas coordenadas son las mismas a las calculadas previamente desde el *PI*.

En la Tabla 3.6 se presenta la cartera de coordenadas que permite localizar la curva circular.

Tabla 3.6 Cartera de coordenadas para localización de la curva circular

ESTACIÓN	ABSCISA	COORDENADAS		ELEMENTOS	AZIMUT	ANOTACIONES
		N	E			
PC	K2+410			$\Delta = 67^\circ D$ $G_{S=1} = 1^\circ 4' 51.79''/m$ $R = 53.000m$ $T = 35.080m$ $L_s = 61.977m$ $CL = 58.505m$ $E = 10.558m$ $M = 8.804m$	34°	
	K2+420					
	K2+423.157	770.917	380.384			
	K2+430	776.328	384.566			
	K2+440	783.163	391.845			
	K2+450	788.511	400.277			
	K2+460	792.183	409.562			
PT	K2+470	794.048	419.372			
	K2+480	794.040	429.357			
	K2+485.134	793.306	434.435			
	K2+490					
	K2+500					

EJEMPLO 3.16: Cuadro de localización y elementos de curvas circulares horizontales simples

Datos:

Además de la información mostrada para las tres curvas de la Figura 3.30, se tienen los siguientes datos:

Coordenadas del $POT_1 = 839N, 158E$

Coordenadas del $POT_2 = 567N, 653E$

Coordenadas del $PI_1 = 687N, 186E$

Coordenadas del $PI_2 = 922N, 438E$

Coordenadas del $PI_3 = 825N, 664E$

Abscisa del $POT_1 = K0+000$

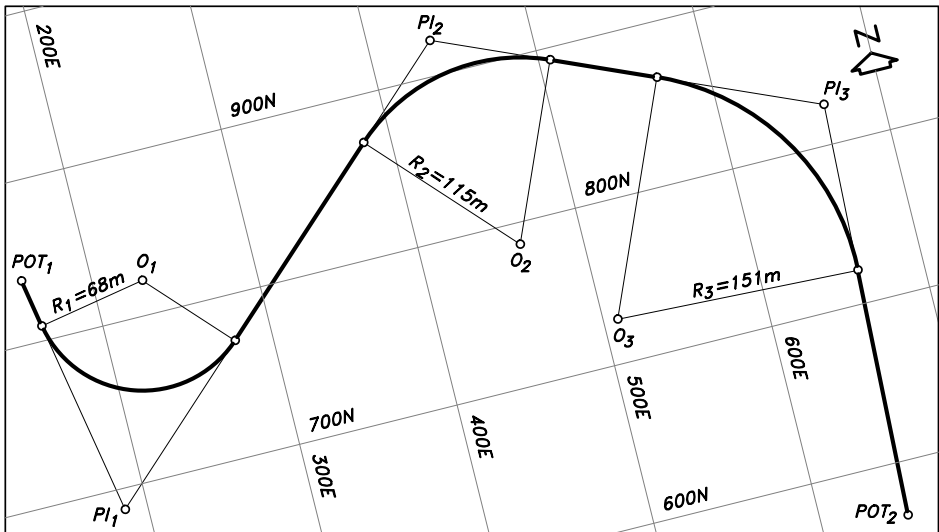


Figura 3.30 Ejemplo 3.16

Calcular:

Todos los elementos geométricos necesarios que permitan localizar las tres curvas.

Solución:

El cálculo de todos los elementos que permiten la localización de las tres curvas, se realiza con base en la Figura 3.31, siguiendo el sistema arco.

Distancias y azimutes entre puntos o estaciones:

Alineamiento $POT_1 \cdot PI_1$:

$$POT_1 \cdot PI_1 = \sqrt{(N_{PI_1} - N_{POT_1})^2 + (E_{PI_1} - E_{POT_1})^2} = \sqrt{(687 - 839)^2 + (186 - 158)^2} \\ = 154.557m$$

$$Az_{POT_1 \cdot PI_1} = \arctan \left| \frac{E_{PI_1} - E_{POT_1}}{N_{PI_1} - N_{POT_1}} \right| = \arctan \left| \frac{186 - 158}{687 - 839} \right| = 169^\circ 33' 45.09''$$

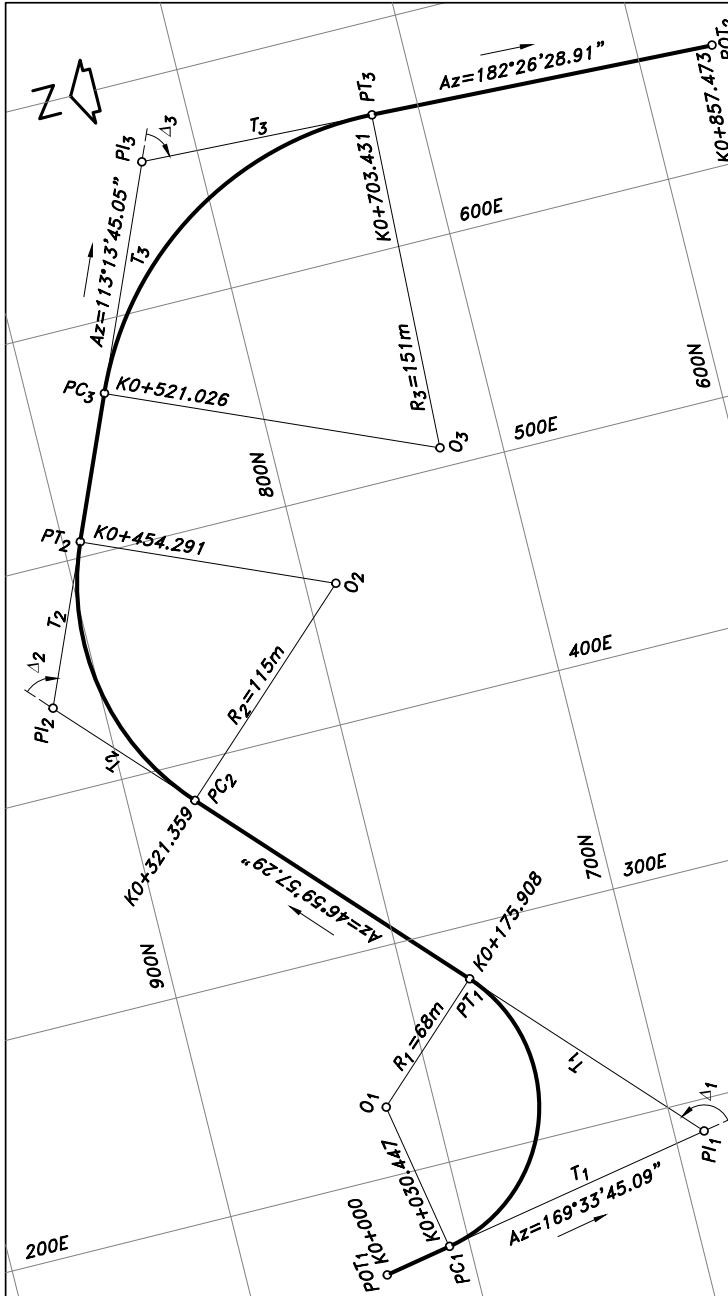


Figura 3.31 Localización de curvas horizontales circulares simples

Alineamiento $PI_1 \cdot PI_2$:

$$PI_1 \cdot PI_2 = \sqrt{(N_{PI_2} - N_{PI_1})^2 + (E_{PI_2} - E_{PI_1})^2} = \sqrt{(922 - 687)^2 + (438 - 186)^2}$$

$$= 344.571m$$

$$Az_{PI_1 \cdot PI_2} = \arctan \left| \frac{E_{PI_2} - E_{PI_1}}{N_{PI_2} - N_{PI_1}} \right| = \arctan \left| \frac{438 - 186}{922 - 687} \right| = 46^\circ 59' 57.29''$$

Alineamiento $PI_2 \cdot PI_3$:

$$PI_2 \cdot PI_3 = \sqrt{(N_{PI_3} - N_{PI_2})^2 + (E_{PI_3} - E_{PI_2})^2} = \sqrt{(825 - 922)^2 + (664 - 438)^2}$$

$$= 245.937m$$

$$Az_{PI_2 \cdot PI_3} = \arctan \left| \frac{E_{PI_3} - E_{PI_2}}{N_{PI_3} - N_{PI_2}} \right| = \arctan \left| \frac{664 - 438}{825 - 922} \right| = 113^\circ 13' 45.05''$$

Alineamiento $PI_3 \cdot POT_2$:

$$PI_3 \cdot POT_2 = \sqrt{(N_{POT_2} - N_{PI_3})^2 + (E_{POT_2} - E_{PI_3})^2} = \sqrt{(567 - 825)^2 + (653 - 664)^2}$$

$$= 258.234m$$

$$Az_{PI_3 \cdot POT_2} = \arctan \left| \frac{E_{POT_2} - E_{PI_3}}{N_{POT_2} - N_{PI_3}} \right| = \arctan \left| \frac{653 - 664}{567 - 825} \right| = 182^\circ 26' 28.91''$$

Elementos geométricos de la curva 1:

$$\Delta_1 = Az_{POT_1 \cdot PI_1} - Az_{PI_1 \cdot PI_2} = 169^\circ 33' 45.09'' - 46^\circ 59' 57.29'' = 122^\circ 33' 47.80''$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 68 \left(\tan \frac{122^\circ 33' 47.80''}{2} \right) = 124.110m$$

$$L_{st} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ} = \frac{\pi (68) 122^\circ 33' 47.80''}{180^\circ} = 145.461m$$

$$CL_1 = 2R_1 \sin \frac{\Delta_1}{2} = 2(68) \sin \frac{122^\circ 33' 47.80''}{2} = 119.271m$$

$$E_1 = R_1 \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta_1}{2}} - 1 \right) = 68 \left(\frac{1}{\cos \frac{122^\circ 33' 47.80''}{2}} - 1 \right) = 73.518m$$

$$M_1 = R_1 \left(1 - \cos \frac{\Delta_1}{2} \right) = 68 \left(1 - \cos \frac{122^\circ 33' 47.80''}{2} \right) = 35.326m$$

Elementos geométricos de la curva 2:

$$\Delta_2 = Az_{Pl_2, Pl_3} - Az_{Pl_1, Pl_2} = 113^\circ 13' 45.05'' - 46^\circ 59' 57.29'' = 66^\circ 13' 47.76'' D$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} = 115 \left(\tan \frac{66^\circ 13' 47.76''}{2} \right) = 75.010m$$

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} = \frac{\pi (115) 66^\circ 13' 47.76''}{180^\circ} = 132.932m$$

$$CL_2 = 2R_2 \sin \frac{\Delta_2}{2} = 2(115) \sin \frac{66^\circ 13' 47.76''}{2} = 125.654m$$

$$E_2 = R_2 \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta_2}{2}} - 1 \right) = 115 \left(\frac{1}{\cos \frac{66^\circ 13' 47.76''}{2}} - 1 \right) = 22.301m$$

$$M_2 = R_2 \left(1 - \cos \frac{\Delta_2}{2} \right) = 115 \left(1 - \cos \frac{66^\circ 13' 47.76''}{2} \right) = 18.679m$$

Elementos geométricos de la curva 3:

$$\Delta_3 = Az_{Pl_3, POT_2} - Az_{Pl_2, Pl_3} = 182^\circ 26' 28.91'' - 113^\circ 13' 45.05'' = 69^\circ 12' 43.86'' D$$

$$T_3 = R_3 \tan \frac{\Delta_3}{2} = 151 \left(\tan \frac{69^\circ 12' 43.86''}{2} \right) = 104.192m$$

$$L_{s3} = \frac{\pi R_3 \Delta_3}{180^\circ} = \frac{\pi (151) 69^\circ 12' 43.86''}{180^\circ} = 182.405m$$

$$CL_3 = 2R_3 \sin \frac{\Delta_3}{2} = 2(151) \sin \frac{69^\circ 12' 43.86''}{2} = 171.515m$$

$$E_3 = R_3 \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta_3}{2}} - 1 \right) = 151 \left(\frac{1}{\cos \frac{69^\circ 12' 43.86''}{2}} - 1 \right) = 32.458m$$

$$M_3 = R_3 \left(1 - \cos \frac{\Delta_3}{2} \right) = 151 \left(1 - \cos \frac{69^\circ 12' 43.86''}{2} \right) = 26.716m$$

Coordenadas de puntos importantes:Principio de la curva 1: PC_1

$$POT_1 \cdot PC_1 = POT_1 \cdot PI_1 - T_1 = 154.557 - 124.110 = 30.447m$$

$$N_{PC_1} = N_{POT_1} + POT_1 \cdot PC_1 \cos Az_{POT_1, PI_1} = 839 + 30.447(\cos 169^\circ 33' 45.09") \\ = 839 - 29.943 = 809.057m$$

$$E_{PC_1} = E_{POT_1} + POT_1 \cdot PC_1 \sen Az_{POT_1, PI_1} = 158 + 30.447(\sen 169^\circ 33' 45.09") \\ = 158 + 5.516 = 163.516m$$

Final de la curva 1: PT_1

$$N_{PT_1} = N_{PI_1} + T_1 \cos Az_{PI_1, PI_2} = 687 + 124.110(\cos 46^\circ 59' 57.29") \\ = 687 + 84.644 = 771.644m$$

$$E_{PT_1} = E_{PI_1} + T_1 \sen Az_{PI_1, PI_2} = 186 + 124.110(\sen 46^\circ 59' 57.29") \\ = 186 + 90.767 = 276.767m$$

Principio de la curva 2: PC_2

$$PT_1 \cdot PC_2 = PI_1 \cdot PI_2 - T_1 - T_2 = 344.571 - 124.110 - 75.010 = 145.451m$$

$$N_{PC_2} = N_{PT_1} + PT_1 \cdot PC_2 \cos Az_{PI_1, PI_2} = 771.644 + 145.451(\cos 46^\circ 59' 57.29") \\ = 771.644 + 99.199 = 870.843m$$

$$E_{PC_2} = E_{PT_1} + PT_1 \cdot PC_2 \sen Az_{PI_1, PI_2} = 276.767 + 145.451(\sen 46^\circ 59' 57.29") \\ = 276.767 + 106.375 = 383.142m$$

Final de la curva 2: PT_2

$$N_{PT_2} = N_{PI_2} + T_2 \cos Az_{PI_2, PI_3} = 922 + 75.010(\cos 113^\circ 13' 45.05") \\ = 922 - 29.585 = 892.415m$$

$$E_{PT_2} = E_{PI_2} + T_2 \sen Az_{PI_2, PI_3} = 438 + 75.010(\sen 113^\circ 13' 45.05") \\ = 438 + 68.929 = 506.929m$$

Principio de la curva 3: PC_3

$$PT_2 \cdot PC_3 = PI_2 \cdot PI_3 - T_2 - T_3 = 245.937 - 75.010 - 104.192 = 66.735m$$

$$N_{PC_3} = N_{PT_2} + PT_2 \cdot PC_3 \cos Az_{PI_2, PI_3} = 892.415 + 66.735(\cos 113^\circ 13' 45.05") \\ = 892.415 - 26.321 = 866.094m$$

$$E_{PC_3} = E_{PT_2} + PT_2 \cdot PC_3 \operatorname{sen} Az_{PI_2 \cdot PI_3} = 506.929 + 66.735(\operatorname{sen} 113^\circ 13' 45.05'') \\ = 506.929 + 61.325 = 568.254m$$

Final de la curva 3: PT_3

$$N_{PT_3} = N_{PI_3} + T_3 \cos Az_{PI_3 \cdot POT_2} = 825 + 104.192(\cos 182^\circ 26' 28.91'') \\ = 825 - 104.097 = 720.903m$$

$$E_{PT_3} = E_{PI_3} + T_3 \operatorname{sen} Az_{PI_3 \cdot POT_2} = 664 + 104.192(\operatorname{sen} 182^\circ 26' 28.91'') \\ = 664 - 4.438 = 659.562m$$

Abscisado del eje:

$$\text{Abscisa } PC_1 = \text{Abscisa } POT_1 + POT_1 \cdot PC_1 = K0 + 000 + 30.447 = K0 + 30.447$$

$$\text{Abscisa } PT_1 = \text{Abscisa } PC_1 + L_{s1} = K0 + 30.447 + 145.461 = K0 + 175.908$$

$$\text{Abscisa } PC_2 = \text{Abscisa } PT_1 + PT_1 \cdot PC_2 = K0 + 175.908 + 145.451 = K0 + 321.359$$

$$\text{Abscisa } PT_2 = \text{Abscisa } PC_2 + L_{s2} = K0 + 321.359 + 132.932 = K0 + 454.291$$

$$\text{Abscisa } PC_3 = \text{Abscisa } PT_2 + PT_2 \cdot PC_3 = K0 + 454.291 + 66.735 = K0 + 521.026$$

$$\text{Abscisa } PT_3 = \text{Abscisa } PC_3 + L_{s3} = K0 + 521.026 + 182.405 = K0 + 703.431$$

$$\text{Abscisa } POT_2 = \text{Abscisa } PT_3 + PT_3 \cdot POT_2$$

$$PT_3 \cdot POT_2 = PI_3 \cdot POT_2 - T_3 = 258.234 - 104.192 = 154.042m$$

$$\text{Abscisa } POT_2 = K0 + 703.431 + 154.042 = K0 + 857.473$$

En la Tabla 3.7 se muestra el cuadro de localización y elementos de las curvas. En cada una de sus columnas se consigna la siguiente información:

La primera columna (PUNTOS) indica los puntos sobre las tangentes y los puntos de intersección de los diversos alineamientos. La segunda, tercera y cuarta columnas (COORDENADAS, DISTANCIA y AZIMUT) corresponde a las coordenadas de los puntos, las distancias entre ellos y los azimutes de sus alineamientos. Las siguientes cinco columnas (Δ , R , T , L , CL , E y M) corresponden a los elementos que caracterizan geométricamente cada una de las curvas, asociados a cada PI . Y las dos últimas columnas de la segunda parte del cuadro (ABSCISAS y COORDENADAS) corresponden a las abscisas y coordenadas de los puntos principales sobre el eje de la vía (POT , PC y PT).

Tabla 3.7 Cuadro de localización y elementos de las curvas horizontales

PUNTOS	COORDENADAS		DIST. (m)	AZIMUT			Δ			R (m)	T (m)	L (m)	CL (m)	E (m)	M (m)
	N (m)	E (m)		GRA	MIN	SEG	GRA	MIN	SEG						
POT ₁	839	158													
			154.557	169	33	45.09									
PI ₁	687	186					122	33	47.80	68	124.110	145.461	119.271	73.518	35.326
			344.571	46	59	57.29									
PI ₂	922	438					66	13	47.76	115	75.010	132.932	125.654	22.301	18.679
			245.937	113	13	45.05									
PI ₃	825	664					69	12	43.86	151	104.192	182.405	171.515	32.458	26.716
			258.234	182	26	28.91									
POT ₂	567	653													

PUNTOS	ABSCISAS			COORDENADAS			
	POT	PC	PT	PC		PT	
				N	E	N	E
POT ₁	K0+000						
PI ₁		K0+030.447	K0+175.908	809.057	163.516	771.644	276.767
PI ₂		K0+321.359	K0+454.291	870.843	383.142	892.415	506.929
PI ₃		K0+521.026	K0+703.431	866.094	568.254	720.903	659.562
POT ₂	K0+857.473						

EJEMPLO 3.17: Desplazamiento paralelo de la tangente de salida de una curva circular con nuevo radio

Datos:

Para la Figura 3.32, una curva circular simple fue calculada inicialmente con:

Deflexión principal $= \Delta = 72^\circ D$
 Radio $= R = 171.910m$
 Sistema $= Arco$
 Abscisa del PC $= K11+919.170$

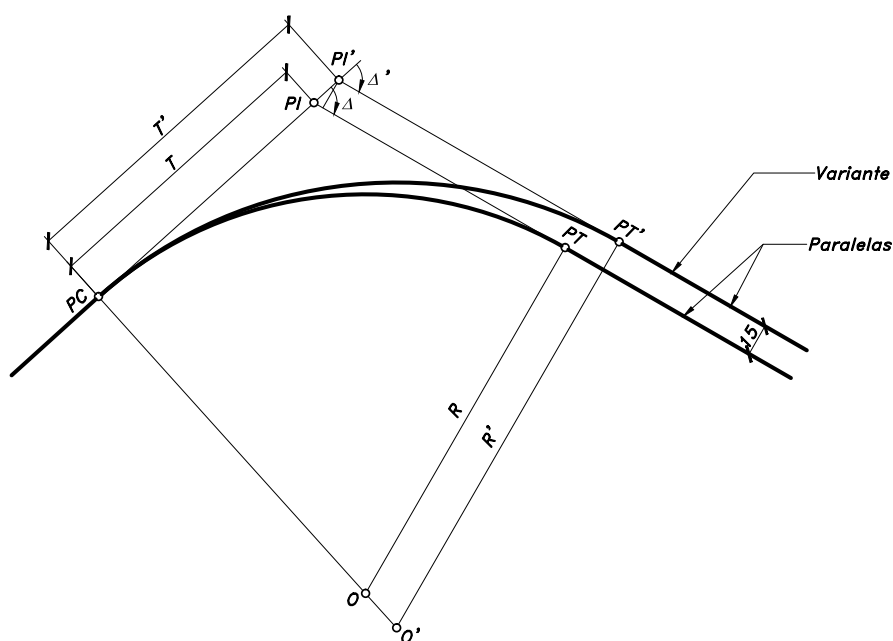


Figura 3.32 Desplazamiento paralelo de la tangente de salida

Calcular:

El nuevo abscisado para el PT' , si la tangente de salida se mueve paralelamente hacia afuera una distancia de 15 metros, conservando el PC su posición.

Solución:

La nueva abscisa del PT' sobre la variante será:

$Abcisa\ PT' = Abcisa\ PC + L'_s$, donde,

$$L'_s = \frac{\pi R' \Delta'}{180^\circ}$$

Como la nueva tangente de salida es paralela a la antigua tangente de salida, entonces:

$$\Delta' = \Delta = 72^\circ$$

$$R' = \frac{T'}{\tan \frac{\Delta'}{2}} , T' = T + PI \cdot PI'$$

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} = 171.910 \left(\tan \frac{72^\circ}{2} \right) = 124.900m$$

$$\text{sen } \Delta = \frac{15}{PI \cdot PI'} , PI \cdot PI' = \frac{15}{\text{sen } 72^\circ} = 15.772m$$

$$T' = 124.900 + 15.772 = 140.672m$$

$$R' = \frac{140.672}{\tan \frac{72^\circ}{2}} = 193.618m , \text{ por lo tanto,}$$

$$L'_s = \frac{\pi(193.618) 72^\circ}{180^\circ} = 243.308m , \text{ luego:}$$

$$Abcisa\ PT' = K11 + 919.170 + 243.308 = K12 + 162.478$$

EJEMPLO 3.18: Ecuación de empalme entre dos vías, curva a curva

Datos:

Para el par de curvas de la Figura 3.33, se tiene:

Radio de la curva 1 = $R_1 = 49m$

Abscisa del PC_1 = $K1+937.580$

Abscisa del PC_2 = $K1+922.260$

Sistema = *Arco*

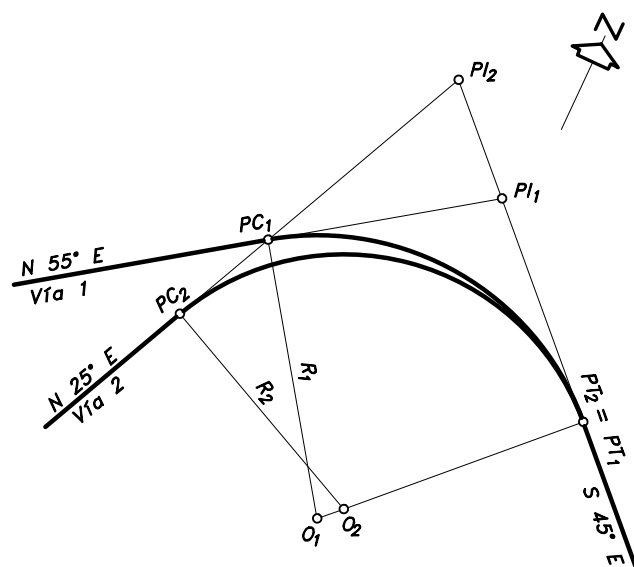


Figura 3.33 Ejemplo 3.18

Calcular:

La ecuación de empalme de la vía 2 en la vía 1.

Solución:

Como se observa en la Figura 3.34 el empalme de las dos vías tiene lugar en el PT_1 o PT_2 . Las abscisas para cada caso son:

Abscisa: vía 1 ($PT_1 = PT_2$)

$Abcisa (PT_1 = PT_2) \text{ vía 1} = Abcisa PC_1 + L_{s1}$

$$L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ} \quad , \quad \Delta_1 = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 55^\circ - 45^\circ = 80^\circ D$$

$$L_{s1} = \frac{\pi(49)80^\circ}{180^\circ} = 68.417m \quad , \quad \text{por lo tanto:}$$

$$Abcisa (PT_1 = PT_2) \text{ vía 1} = K1 + 937.580 + 68.417 = K2 + 005.997$$

Abscisa: vía 2 ($PT_2 = PT_1$)

$Abcisa (PT_2 = PT_1) \text{ vía 2} = Abcisa PC_2 + L_{s2}$

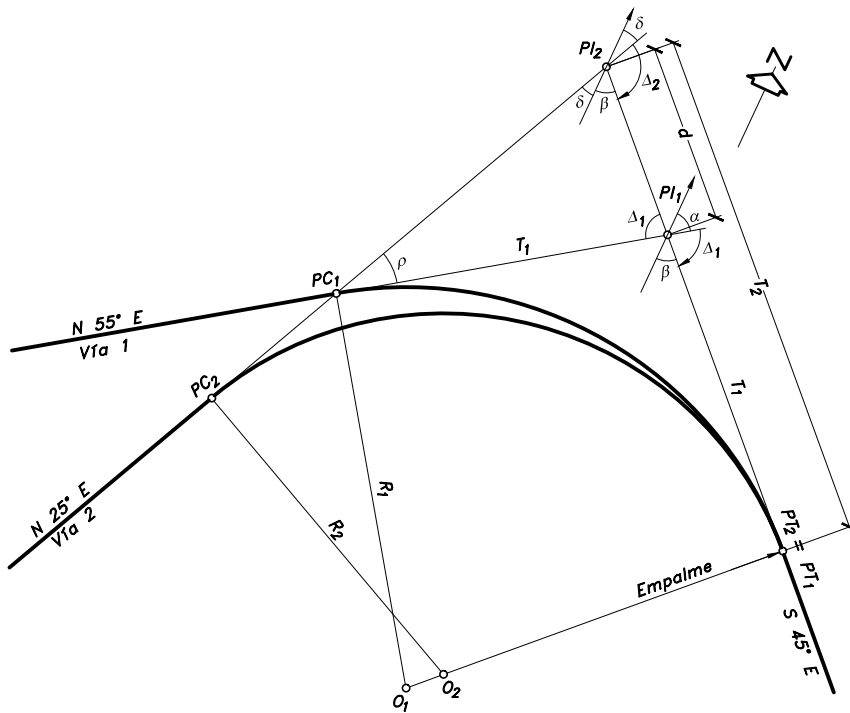


Figura 3.34 Ecuación de empalme curva a curva

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} \quad , \quad \Delta_2 = 180^\circ - \delta - \beta = 180^\circ - 25^\circ - 45^\circ = 110^\circ D$$

$$R_2 = \frac{T_2}{\tan \frac{\Delta_2}{2}} \quad , \quad T_2 = T_1 + d$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 49 \left(\tan \frac{80^\circ}{2} \right) = 41.116m$$

$$\frac{d}{\sin \rho} = \frac{T_1}{\sin(\delta + \beta)} \quad , \quad \rho = 180^\circ - \delta - \beta - \Delta_1 = 180^\circ - 25^\circ - 45^\circ - 80^\circ = 30^\circ$$

$$d = \frac{T_1 \operatorname{sen} \rho}{\operatorname{sen}(\delta + \beta)} = \frac{41.116(\operatorname{sen} 30^\circ)}{\operatorname{sen}(25^\circ + 45^\circ)} = 21.877m, T_2 = 41.116 + 21.877 = 62.993m$$

$$R_2 = \frac{62.993}{\tan \frac{110^\circ}{2}} = 44.108m$$

$$L_{s2} = \frac{\pi(44.108)110^\circ}{180^\circ} = 84.681m$$

Por lo tanto:

$$\text{Abscisa } (PT_2 = PT_1) \text{ vía 2} = K1 + 922.260 + 84.681 = K2 + 006.941$$

Una vez calculadas las abscisas por las diferentes vías, se procede a igualarlas, resultando la ecuación de empalme así:

$$K2 + 006.941 (\text{vía 2, atrás}) \equiv K2 + 005.997 (\text{vía 1, adelante})$$

EJEMPLO 3.19: Ecuación de empalme entre dos vías, curva a recta

Datos:

Para las dos vías de la Figura 3.35, se tiene:

Abscisa de A	= K0+000
Abscisa de B	= K0+000
Coordenadas de A	= N: 854.821, E: 815.961
Coordenadas de B	= N: 749.243, E: 946.064
Coordenadas de C	= N: 837.081, E: 966.562

Calcular:

- La ecuación de empalme de la vía 2 en la vía 1.
- La abscisa del punto C.

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.36, se tiene:

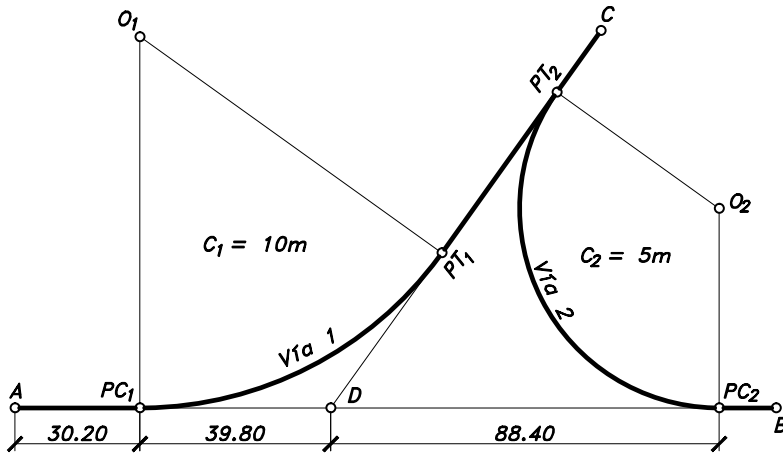


Figura 3.35 Ejemplo 3.19

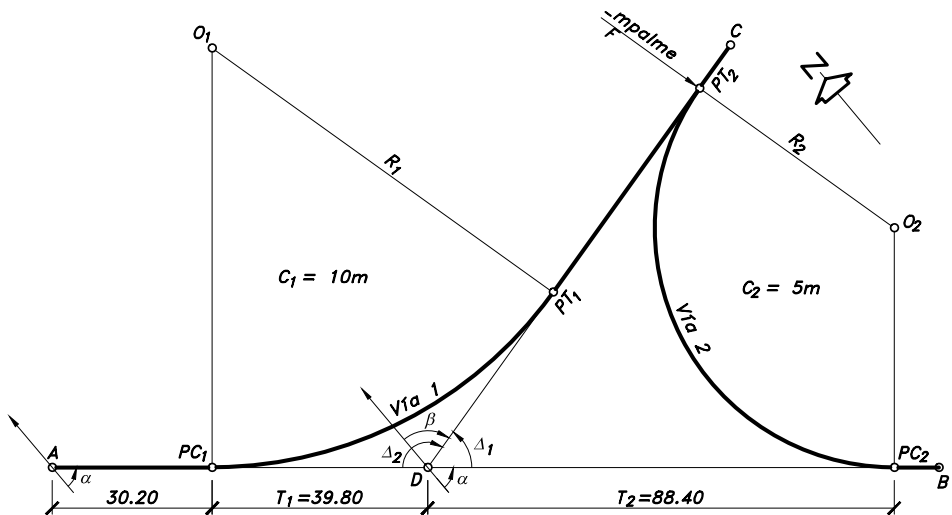


Figura 3.36 Ecuación de empalme curva a recta

a) Ecuación de empalme

Abscisa: PT_2 (vía 1)

$Abcisa\ PT_2\ (vía\ 1) = Abcisa\ de\ A + A \cdot PC_1 + L_{c1} + PT_1 \cdot PT_2$, donde,
 $Abcisa\ de\ A = K0 + 000$, $A \cdot PC_1 = 30.20m$

$$L_{c1} = \frac{c_1 \Delta_1}{G_{c1}} \quad , c_1 = 10m \quad , \Delta_1 = 180^\circ - \alpha - \beta$$

El ángulo α define el rumbo del alineamiento AB y el ángulo β el rumbo del alineamiento DC .

$$\alpha = \arctan \left| \frac{E_B - E_A}{N_B - N_A} \right| = \arctan \left| \frac{946.064 - 815.961}{749.243 - 854.821} \right| = 50^\circ 56' 26.97''$$

$$AB = \sqrt{(E_B - E_A)^2 + (N_B - N_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(946.064 - 815.961)^2 + (749.243 - 854.821)^2} = 167.551m$$

Coordenadas del punto D :

$$N_D = N_A - AD \cos \alpha \quad , AD = A \cdot PC_1 + PC_1 \cdot D = 30.20 + 39.80 = 70m$$

$$N_D = 854.821 - 70(\cos 50^\circ 56' 26.97'') = 810.712m$$

$$E_D = E_A + AD \operatorname{sen} \alpha$$

$$E_D = 815.961 + 70(\operatorname{sen} 50^\circ 56' 26.97'') = 870.316m$$

$$\beta = \arctan \left| \frac{E_C - E_D}{N_C - N_D} \right| = \arctan \left| \frac{966.562 - 870.316}{837.081 - 810.712} \right| = 74^\circ 40' 42.10''$$

$$DC = \sqrt{(E_C - E_D)^2 + (N_C - N_D)^2}$$

$$DC = \sqrt{(966.562 - 870.316)^2 + (837.081 - 810.712)^2} = 99.793m$$

$$\Delta_1 = 180^\circ - 50^\circ 56' 26.97'' - 74^\circ 40' 42.10'' = 54^\circ 22' 50.93''$$

$$G_{c1} = 2 \operatorname{arcsen} \frac{c_1}{2R_1} \quad , R_1 = \frac{T_1}{\tan \frac{\Delta_1}{2}} = \frac{39.80}{\tan \frac{54^\circ 22' 50.93''}{2}} = 77.474m$$

$$G_{c1} = 2 \operatorname{arcsen} \frac{10}{2(77.474)} = 7^\circ 24' 2.26'' \quad , L_{c1} = \frac{10(54^\circ 22' 50.93'')}{7^\circ 24' 2.26''} = 73.481m$$

$$PT_1 \cdot PT_2 = D \cdot PT_2 - D \cdot PT_1 = T_2 - T_1 = 88.40 - 39.80 = 48.600m$$

Por lo tanto:

$$\text{Abscisa } PT_2 (\text{vía 1}) = K0 + 000 + 30.200 + 73.481 + 48.600 = K0 + 152.281$$

Abscisa: PT_2 (vía 2)

$\text{Abscisa } PT_2 (\text{vía 2}) = \text{Abscisa de } B + B \cdot PC_2 + L_{c2}$, donde,

$$\text{Abscisa de } B = K0 + 000$$

$$\begin{aligned} B \cdot PC_2 &= AB - A \cdot PC_1 - PC_1 \cdot D - D \cdot PC_2 \\ &= 167.551 - 30.200 - 39.800 - 88.400 = 9.151m \end{aligned}$$

$$L_{c2} = \frac{c_2 \Delta_2}{G_{c2}} \quad , c_2 = 5m$$

$$\Delta_2 = \alpha + \beta = 50^\circ 56' 26.97'' + 74^\circ 40' 42.10'' = 125^\circ 37' 9.07'' D$$

$$G_{c2} = 2 \arcsen \frac{c_2}{2R_2} \quad , R_2 = \frac{T_2}{\tan \frac{\Delta_2}{2}} = \frac{88.40}{\tan \frac{125^\circ 37' 9.07''}{2}} = 45.413m$$

$$G_{c2} = 2 \arcsen \frac{5}{2(45.413)} = 6^\circ 18' 41.37'' \quad , L_{c2} = \frac{5(125^\circ 37' 9.07'')}{6^\circ 18' 41.37''} = 99.516m$$

Por lo tanto:

$$\text{Abscisa } PT_2 (\text{vía 2}) = K0 + 000 + 9.151 + 99.516 = K0 + 108.667$$

De esta manera, la ecuación de empalme es:

$$K0 + 108.667 (\text{vía 2, atrás}) \equiv K0 + 152.281 (\text{vía 1, adelante})$$

b) **Abscisa del punto C**

Como la vía 2 empalma en la vía 1, entonces el punto C está sobre la vía 1:

$$\text{Abscisa de } C = \text{Abscisa } PT_2 (\text{vía 1}) + PT_2 \cdot C$$

$$PT_2 \cdot C = DC - D \cdot PT_2 = DC - T_2 = 99.793 - 88.400 = 11.393m$$

$$\text{Abscisa de } C = K0 + 152.281 + 11.393 = K0 + 163.674$$

EJEMPLO 3.20: Ecuación de empalme entre una variante y una vía antigua

Datos:

Para la Figura 3.37, el proyecto de trazado por la vía antigua presentaba grandes cortes, por lo cual fue necesario proyectar una variante con un mayor desarrollo pero con menores movimientos de tierra. También se tiene que la distancia $PI'_1 \cdot PI'_2$ es de 362 metros.

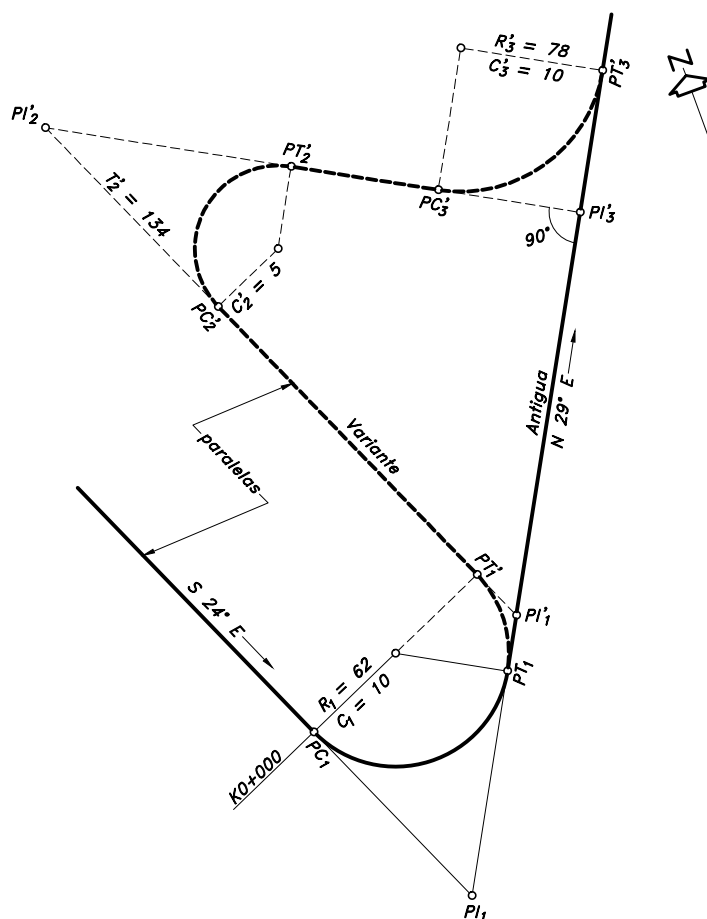


Figura 3.37 Ejemplo 3.20

Calcular:

La ecuación de empalme de la variante sobre la vía antigua.

Solución:

Como puede apreciarse en la Figura 3.38, el empalme de la variante con la vía antigua tiene lugar en el PT'_3 . Por lo tanto, para determinar su ecuación, es necesario calcular la abscisa de este punto por cada una de las vías, así:

a) **Abscisa PT'_3 por la vía antigua**

$$\text{Abscisa } PT'_3 \text{ (vía antigua)} = \text{Abscisa } PC_1 + L_{c1} + T'_1 + PI'_1 \cdot PI'_3 + T'_3, \text{ donde,}$$

Abscisa: PC_1

$$\text{Abscisa } PC_1 = K0 + 000$$

Longitud de la curva 1: L_{c1}

$$L_{c1} = \frac{c_1 \Delta_1}{G_{c1}}, \quad c_1 = 10m, \quad \Delta_1 = 180^\circ - 29^\circ - 24^\circ = 127^\circ$$

$$G_{c1} = 2 \arcsen \frac{c_1}{2R_1} = 2 \arcsen \frac{10}{2(62)} = 9^\circ 15' 4.68'' \quad , \text{ entonces,}$$

$$L_{c1} = \frac{10(127^\circ)}{9^\circ 15' 4.68''} = 137.278m$$

Tangente de la curva 1': T'_1

$$T'_1 = R'_1 \tan \frac{\Delta'_1}{2}, \quad \Delta'_1 = 24^\circ + 29^\circ = 53^\circ \quad , \text{ entonces,}$$

$$T'_1 = 62 \left(\tan \frac{53^\circ}{2} \right) = 30.912m$$

Distancia: $PI'_1 \cdot PI'_3$

$$\cos \Delta'_1 = \frac{PI'_1 \cdot PI'_3}{PI'_1 \cdot PI'_2}$$

$$PI'_1 \cdot PI'_3 = 362 (\cos 53^\circ) = 217.857m$$

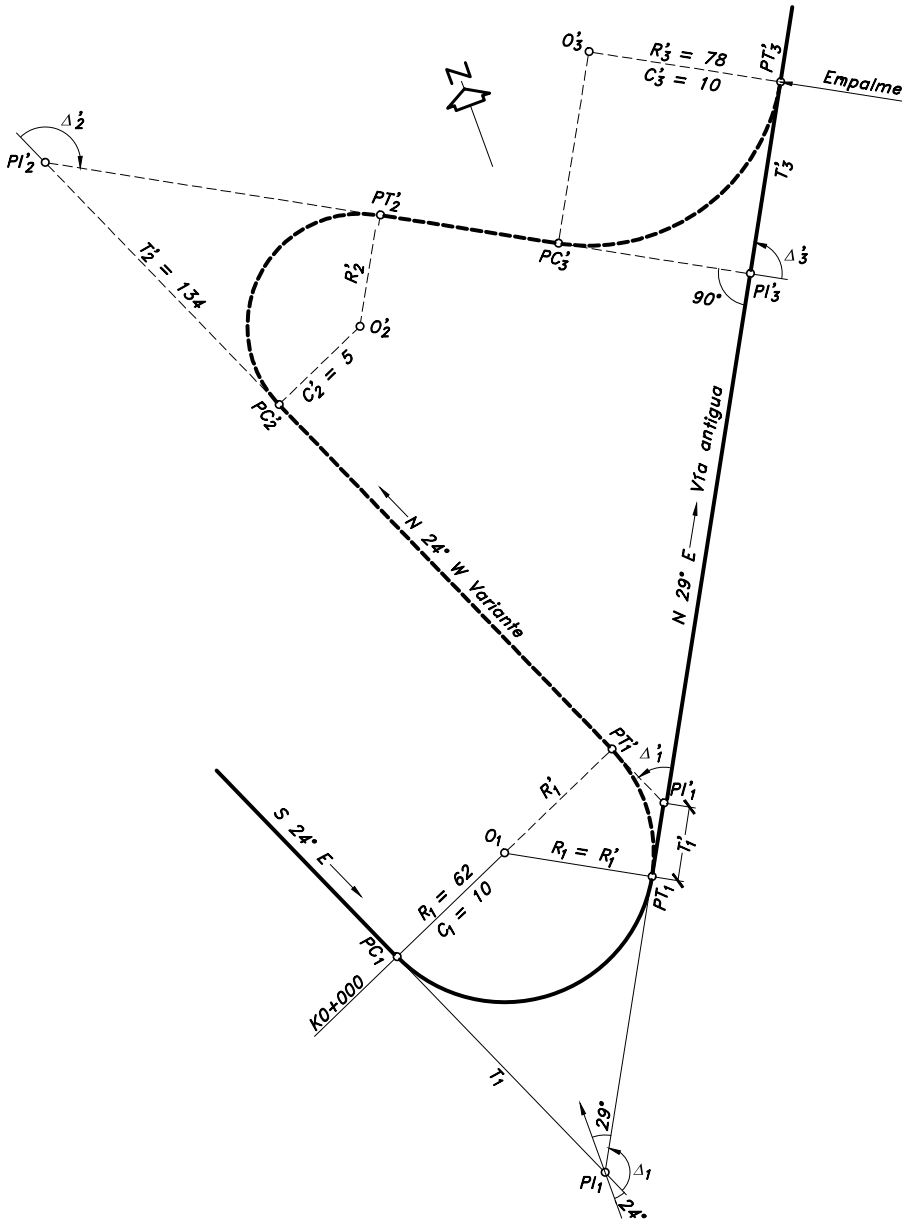


Figura 3.38 Ecuación de empalme entre una variante y una vía antigua

Tangente de la curva 3': T'_3

$$T'_3 = R'_3 = 78m$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Abscisa } PT'_3 \text{ (vía antigua)} &= K0 + 000 + 137.278 + 30.912 + 217.857 + 78.000 \\ &= K0 + 464.047 \end{aligned}$$

b) Abscisa PT'_3 por la variante

$$\text{Abscisa } PT'_3 \text{ (variante)} = \text{Abscisa } PT_1 + L'_{c1} + PT'_1 \cdot PC'_2 + L'_{c2} + PT'_2 \cdot PC'_3 + L'_{c3}$$

Donde,

Abscisa: PT_1

$$\text{Abscisa } PT_1 = \text{Abscisa } PC_1 + L_{c1} = K0 + 000 + 137.278 = K0 + 137.278$$

Longitud de la curva 1': L'_{c1}

$$L'_{c1} = \frac{c'_1 \Delta'_1}{G'_{c1}}$$

Como se trata de la prolongación de la curva 1, tendrá la misma curvatura, esto es:

$$c'_1 = c_1 = 10m, \quad G'_{c1} = G_{c1} = 9^\circ 15' 4.68'' \quad , \quad L'_{c1} = \frac{10(53^\circ)}{9^\circ 15' 4.68''} = 57.289m$$

Distancia: $PT'_1 PC'_2$

$$PT'_1 \cdot PC'_2 = PI'_1 \cdot PI'_2 - T'_1 - T'_2 = 362 - 30.912 - 134 = 197.088m$$

Longitud de la curva 2': L'_{c2}

$$L'_{c2} = \frac{c'_2 \Delta'_2}{G'_{c2}} \quad , \quad c'_2 = 5m \quad , \quad \Delta'_2 = 90^\circ + \Delta'_1 = 90^\circ + 53^\circ = 143^\circ D$$

$$G'_{c2} = 2 \arcsen \frac{c'_2}{2R'_2} \quad , \quad R'_2 = \frac{T'_2}{\tan \frac{\Delta'_2}{2}} = \frac{134}{\tan \frac{143^\circ}{2}} = 44.836m$$

$$G'_{c2} = 2 \arcsen \frac{5}{2(44.836)} = 6^\circ 23' 34.08'' \quad , \text{ entonces,}$$

$$L'_{c2} = \frac{5(143^\circ)}{6^\circ 23' 34.08''} = 111.845m$$

Distancia: $PT'_2 PC'_3$

$$PT'_2 \cdot PC'_3 = PI'_2 \cdot PI'_3 - T'_2 - T'_3 \quad , \text{ sen } \Delta'_1 = \frac{PI'_2 \cdot PI'_3}{PI'_1 \cdot PI'_2}$$

$$PI'_2 \cdot PI'_3 = 362(\text{sen } 53^\circ) = 289.106m \quad , \text{ entonces,}$$

$$PT'_2 \cdot PC'_3 = 289.106 - 134 - 78 = 77.106m$$

Longitud de la curva 3': L'_{c3}

$$L'_{c3} = \frac{c'_3 \Delta'_3}{G'_{c3}} \quad , \quad c'_3 = 10m \quad , \quad \Delta'_3 = 90^\circ$$

$$G'_{c3} = 2 \arcsen \frac{c'_3}{2R'_3} = 2 \arcsen \frac{10}{2(78)} = 7^\circ 21' 2.35'' \quad , \text{ entonces,}$$

$$L'_{c3} = \frac{10(90^\circ)}{7^\circ 21' 2.35''} = 122.438m$$

Por lo tanto:

$$\text{Abscisa } PT'_3 (\text{variante}) = K0 + 137.278 + 57.289 + 197.088 + 111.845 + 77.106 + 122.438 = K0 + 703.044$$

De esta manera, la ecuación de empalme es:

$$K0 + 703.044 (\text{variante, atrás}) \equiv K0 + 464.047 (\text{vía antigua, adelante})$$

EJEMPLO 3.21: Ecuación de empalme por desplazamiento paralelo de la tangente común a dos curvas circulares

Datos:

Las cuatro curvas dadas en la Figura 3.39 tienen la siguiente información:

Radio de la curva 1	$= R_1 = 40.950m$
Radio de la curva 2	$= R_2 = 104.210m$
Radio de la de la curva 2'	$= R'_2 = R_2$
Distancia del PI_1 al PI_2	$= PI_1-PI_2 = 206m$
Abscisa del PC_1	$= K4+224.450$

Para la situación dada, el trazado inicial contemplaba las curvas de radio R_1 y R_2 . Por problemas de construcción en el tramo de la entretangencia, fue necesario desplazarlo paralelamente 24 metros, obteniéndose un nuevo trazado a través de las curvas de radios R'_1 y R'_2 .

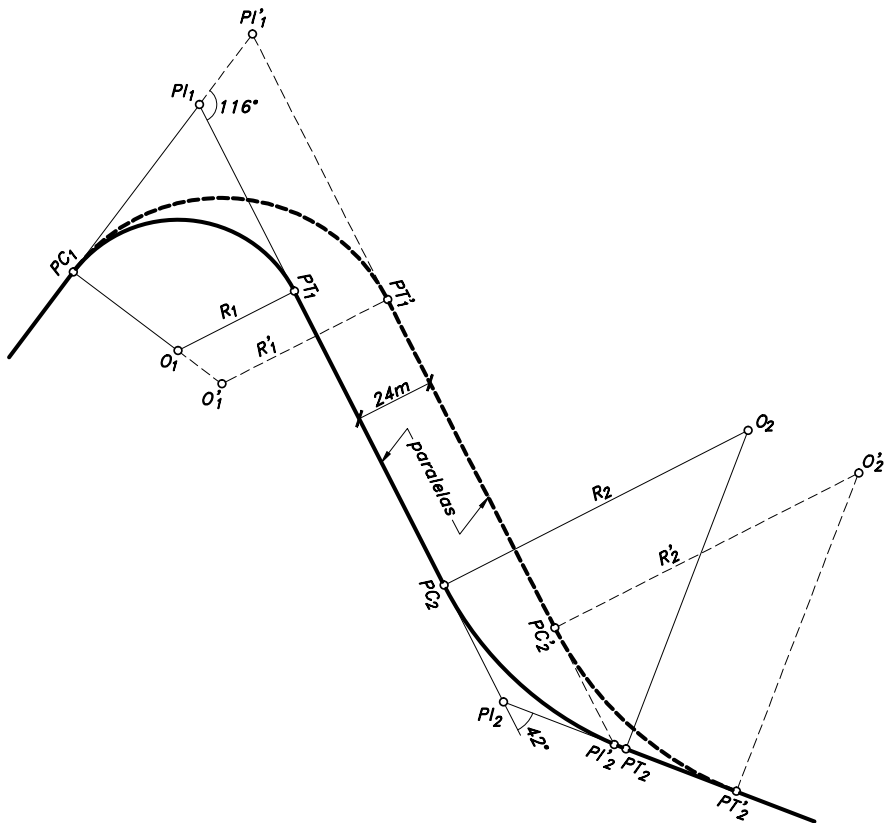


Figura 3.39 Ejemplo 3.21

Calcular:

La ecuación de empalme entre la nueva y la vía antigua.

Solución:

Como puede apreciarse en la Figura 3.40, el empalme de la nueva vía con la vía antigua tiene lugar en el PT_2 sobre la tangente de salida de la segunda curva. Por lo tanto, es necesario calcular las abscisas de este punto siguiendo los dos trazados, así.

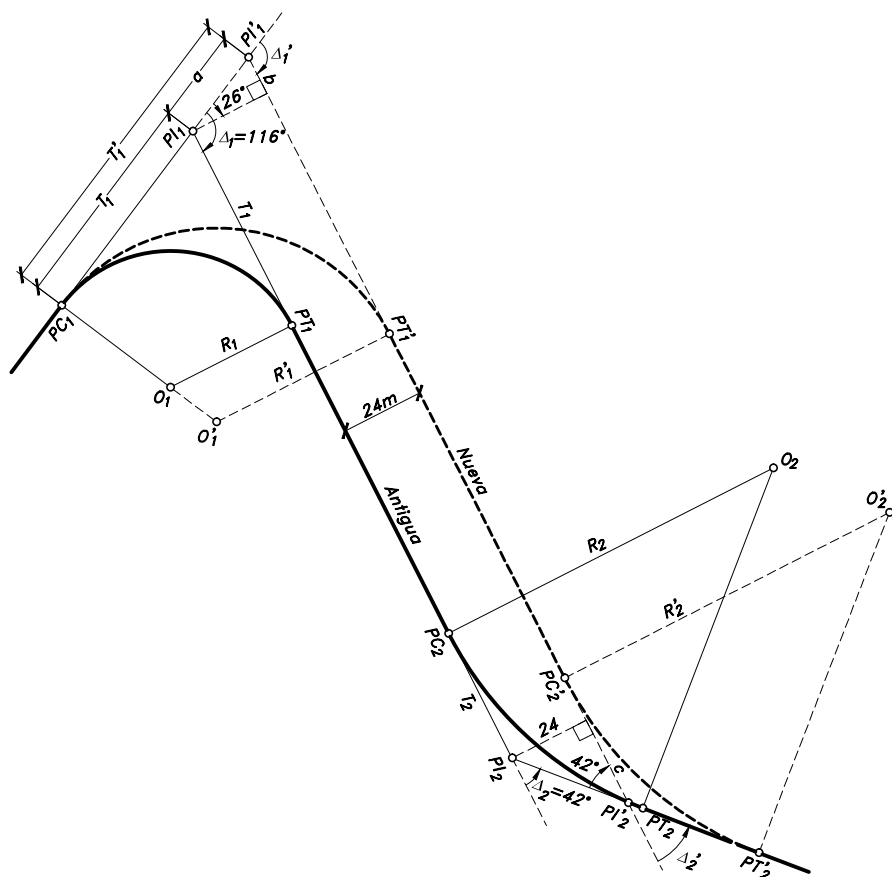


Figura 3.40 Ecuación de empalme por desplazamiento de la tangente común

a) Abscisa PT'_2 por la vía antigua

$$\text{Abscisa } PT'_2 \text{ (vía antigua)} = \text{Abscisa } PC_1 + L_{s1} + PT_1 \cdot PC_2 + L_{s2} + PT_2 \cdot PT'_2$$

Donde:

Abscisa: PC_1

$$\text{Abscisa } PC_1 = K4 + 224.450$$

Longitud de la curva 1: L_{s1}

$$L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ}, \quad \Delta_1 = 116^\circ D, \quad \text{entonces,}$$

$$L_{s1} = \frac{\pi(40.950)116^\circ}{180^\circ} = 82.907m$$

Distancia: $PT_1 \cdot PC_2$

$$PT_1 \cdot PC_2 = Pl_1 \cdot Pl_2 - T_1 - T_2, \quad Pl_1 \cdot Pl_2 = 206m$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 40.950 \left(\tan \frac{116^\circ}{2} \right) = 65.534m$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2}, \quad \Delta_2 = 42^\circ I, \quad T_2 = 104.210 \left(\tan \frac{42^\circ}{2} \right) = 40.002m, \quad \text{entonces,}$$

$$PT_1 \cdot PC_2 = 206 - 65.534 - 40.002 = 100.464m$$

Longitud de la curva 2: L_{s2}

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} = \frac{\pi(104.210)42^\circ}{180^\circ} = 76.390m$$

Distancia: $PT_2 \cdot PT'_2$

$$PT_2 \cdot PT'_2 = Pl_2 \cdot PT'_2 - Pl_2 \cdot PT_2 = Pl_2 \cdot PT'_2 - T_2$$

$$Pl_2 \cdot PT'_2 = Pl_2 \cdot Pl'_2 + Pl'_2 \cdot PT'_2 = Pl_2 \cdot Pl'_2 + T'_2, \quad \text{pero,}$$

$$\text{sen } 42^\circ = \frac{24}{Pl_2 \cdot Pl'_2}, \quad Pl_2 \cdot Pl'_2 = \frac{24}{\text{sen } 42^\circ} = 35.867m$$

$$T'_2 = T_2 = 40.002m, \quad \text{ya que } R'_2 = R_2 \text{ y } \Delta'_2 = \Delta_2$$

$$Pl_2 \cdot PT'_2 = 35.867 + 40.002 = 75.869m, \quad \text{entonces,}$$

$$PT_2 \cdot PT'_2 = 75.869 - 40.002 = 35.867m$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Abscisa } PT'_2 (\text{vía antigua}) &= K4 + 224.450 + 82.907 + 100.464 + 76.390 + 35.867 \\ &= K4 + 520.078 \end{aligned}$$

b) Abscisa PT'_2 por la vía nueva

$$\text{Abscisa } PT'_2 (\text{vía nueva}) = \text{Abscisa } PC_1 + L'_{s1} + PT'_1 \cdot PC'_2 + L'_{s2}$$

Donde:

Abscisa: PC_1

$$\text{Abscisa } PC_1 = K4 + 224.450$$

Longitud de la curva 1': L'_{s1}

$$L'_{s1} = \frac{\pi R'_1 \Delta'_1}{180^\circ}, \quad \Delta'_1 = 116^\circ D$$

$$R'_1 = \frac{T'_1}{\tan \frac{\Delta'_1}{2}}$$

$$T'_1 = T_1 + a, \quad \cos 26^\circ = \frac{24}{a}, \quad a = \frac{24}{\cos 26^\circ} = 26.702m$$

$$T'_1 = 65.534 + 26.702 = 92.236m$$

$$R'_1 = \frac{92.236}{\tan \frac{116^\circ}{2}} = 57.635m, \quad \text{entonces,}$$

$$L'_{s1} = \frac{\pi(57.635)116^\circ}{180^\circ} = 116.687m$$

Distancia: $PT'_1 PC'_2$

$$PT'_1 \cdot PC'_2 = PI'_1 \cdot PI'_2 - T'_1 - T'_2, \quad PI'_1 \cdot PI'_2 = PI_1 \cdot PI_2 + b + c$$

$$\tan 26^\circ = \frac{b}{24}, \quad b = 24 \tan 26^\circ = 11.706m$$

$$\tan 42^\circ = \frac{24}{c}, \quad c = \frac{24}{\tan 42^\circ} = 26.655m$$

$$PI'_1 \cdot PI'_2 = 206 + 11.706 + 26.655 = 244.361m, \quad \text{entonces,}$$

$$PT'_1 \cdot PC'_2 = 244.361 - 92.236 - 40.002 = 112.123m$$

Longitud de la curva 2': L'_{s2}

$$L'_{s2} = L_{s2} = 76.390m, \text{ ya que } R'_2 = R_2 \text{ y } \Delta'_2 = \Delta_2$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Abscisa } PT'_2 (\text{vía nueva}) &= K4 + 224.450 + 116.687 + 112.123 + 76.390 \\ &= K4 + 529.650 \end{aligned}$$

De esta manera, la ecuación de empalme es:

$$K4 + 529.650 (\text{vía nueva, atrás}) \equiv K4 + 520.078 (\text{vía antigua, adelante})$$

EJEMPLO 3.22: Ecuación de empalme por rotación de la tangente común a dos curvas circulares

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.41, para las cuatro curvas se tiene:

$$\text{Radio de la curva 1} = R_1 = 42.500m$$

$$\text{Radio de la curva 2} = R_2 = 50.000m$$

$$\text{Abscisa del } PC_1 = K2 + 930.420$$

La tangente de entrada a la primera curva y la de salida de la segunda curva no cambian de dirección. La tangente común cambia de dirección por su rotación alrededor del PT_1 , lo que lo hace indesplazable.

Calcular:

La ecuación de empalme de la variante en la vía antigua.

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.42, el empalme de la variante en la vía antigua tiene lugar en el PT'_2 . Por lo tanto, es necesario calcular las abscisas de este punto siguiendo ambos trazados, así:

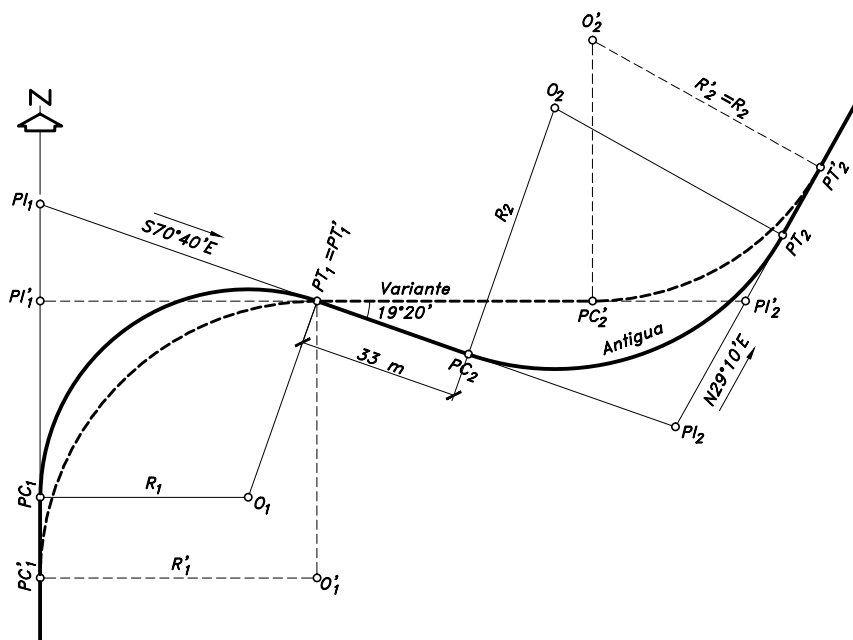


Figura 3.41 Ejemplo 3.22

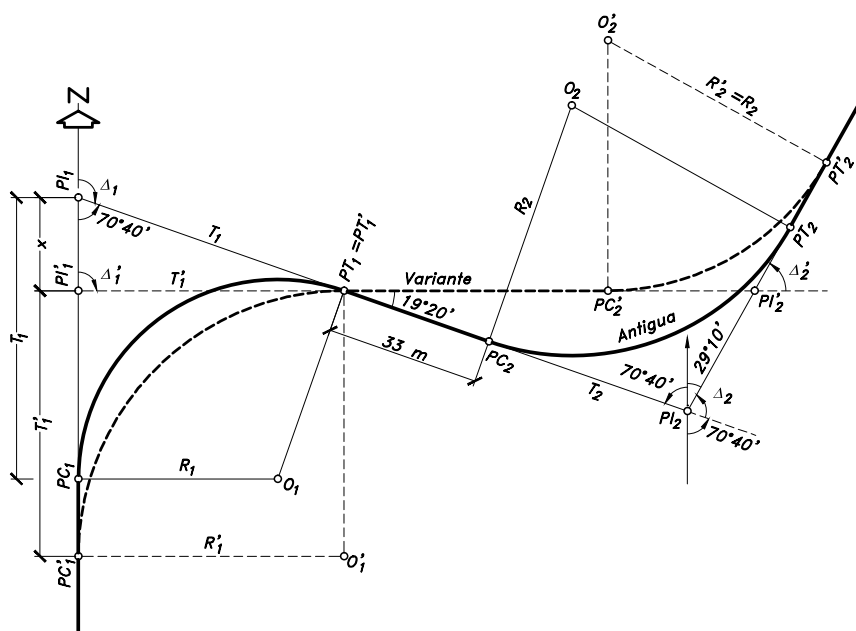


Figura 3.42 Ecuación de empalme por rotación de la tangente común

a) Abscisa PT'_2 por la vía antigua

$$\text{Abscisa } PT'_2 \text{ (vía antigua)} = \text{Abscisa } PC_1 + L_{s1} + PT_1 \cdot PC_2 + L_{s2} + PT_2 \cdot PT'_2$$

Donde:

Abscisa: PC_1

$$\text{Abscisa } PC_1 = K2 + 930.420$$

Longitud de la curva 1: L_{s1}

$$L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ}, \quad \Delta_1 = 180^\circ - 70^\circ 40' = 109^\circ 20' D, \quad \text{entonces,}$$

$$L_{s1} = \frac{\pi(42.500)109^\circ 20'}{180^\circ} = 81.100m$$

Distancia: $PT_1 \cdot PC_2$

$$PT_1 \cdot PC_2 = 33.000m$$

Longitud de la curva 2: L_{s2}

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ}, \quad \Delta_2 = 180^\circ - 70^\circ 40' - 29^\circ 10' = 80^\circ 10' I, \quad \text{entonces,}$$

$$L_{s2} = \frac{\pi(50.000)80^\circ 10'}{180^\circ} = 69.959m$$

Distancia: $PT_2 \cdot PT'_2$

$$PT_2 \cdot PT'_2 = PI_2 \cdot PT'_2 - PI_2 \cdot PT_2 = PI_2 \cdot PT'_2 - T_2$$

$$PI_2 \cdot PT'_2 = PI_2 \cdot PI'_2 + PI'_2 \cdot PT'_2 = PI_2 \cdot PI'_2 + T'_2$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} = 50.000 \left(\tan \frac{80^\circ 10'}{2} \right) = 42.079m$$

$$T'_2 = R'_2 \tan \frac{\Delta'_2}{2}, \quad R'_2 = R_2 = 50.000m$$

$$\Delta'_2 = 180^\circ - 19^\circ 20' - (70^\circ 40' + 29^\circ 10') = 60^\circ 50' I$$

$$T'_2 = 50.000 \left(\tan \frac{60^\circ 50'}{2} \right) = 29.354m$$

$$\frac{PI_2 \cdot PI'_2}{\text{sen } 19^\circ 20'} = \frac{33 + T_2}{\text{sen } 60^\circ 50'}$$

$$PI_2 \cdot PI'_2 = \frac{(33 + 42.079) \text{sen } 19^\circ 20'}{\text{sen } 60^\circ 50'} = 28.465m \quad , \text{ entonces,}$$

$$PI_2 \cdot PT'_2 = 28.465 + 29.354 = 57.819m \quad , \text{ igualmente,}$$

$$PT_2 \cdot PT'_2 = 57.819 - 42.079 = 15.740m$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Abscisa } PT'_2 (\text{vía antigua}) &= K2 + 930.420 + 81.100 + 33.000 + 69.959 + 15.740 \\ &= K3 + 130.219 \end{aligned}$$

b) Abscisa PT'_2 por la variante

$$\text{Abscisa } PT'_2 (\text{variante}) = \text{Abscisa } PC'_1 + L'_{s1} + PT'_1 \cdot PC'_2 + L'_{s2}$$

Donde:

Abscisa: PC'_1

$$\text{Abscisa } PC'_1 = \text{Abscisa } PC_1 - PC'_1 \cdot PC_1$$

$$PC'_1 \cdot PC_1 = PC'_1 \cdot PI_1 - PC_1 \cdot PI_1 \quad , PC_1 \cdot PI_1 = T_1$$

$$PC'_1 \cdot PI_1 = PC'_1 \cdot PI'_1 + PI'_1 \cdot PI_1 = T'_1 + x$$

$$PC'_1 \cdot PC_1 = T'_1 + x - T_1$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 42.500 \left(\tan \frac{109^\circ 20'}{2} \right) = 59.951m$$

$$T'_1 = R'_1 \tan \frac{\Delta'_1}{2} \quad , \Delta'_1 = 180^\circ - 70^\circ 40' - 19^\circ 20' = 90^\circ D$$

$$T'_1 = R'_1 \quad , \text{sen } 70^\circ 40' = \frac{T'_1}{T_1}$$

$$T'_1 = 59.951 (\text{sen } 70^\circ 40') = 56.570m = R'_1$$

$$\cos 70^\circ 40' = \frac{x}{T_1} \quad , x = 59.951 (\cos 70^\circ 40') = 19.848m$$

$$PC'_1 \cdot PC_1 = 56.570 + 19.848 - 59.951 = 16.467m \quad , \text{ entonces,}$$

$$\text{Abscisa } PC'_1 = K2 + 930.420 - 16.467 = K2 + 913.953$$

Longitud de la curva 1': L'_{s1}

$$L'_{s1} = \frac{\pi R'_1 \Delta'_1}{180^\circ}, \quad \Delta'_1 = 90^\circ D$$

$$L'_{s1} = \frac{\pi(56.570)90^\circ}{180^\circ} = 88.860m$$

Distancia: $PT'_1 PC'_2$

$$PT'_1 \cdot PC'_2 = PT'_1 \cdot PI'_2 - T'_2$$

$$\frac{PT'_1 \cdot PI'_2}{\sin(70^\circ 40' + 29^\circ 10')} = \frac{PI'_2 \cdot PI'_2}{\sin 19^\circ 20'}, \quad PT'_1 \cdot PI'_2 = \frac{28.465(\sin 99^\circ 50')}{\sin 19^\circ 20'} = 84.717m$$

$$PT'_1 \cdot PC'_2 = 84.717 - 29.354 = 55.363m$$

Longitud de la curva 2': L'_{s2}

$$L'_{s2} = \frac{\pi R'_2 \Delta'_2}{180^\circ} = \frac{\pi(50.000)60^\circ 50'}{180^\circ} = 53.087m$$

Por lo tanto:

$$Abcisa \, PT'_2 \, (variante) = K2 + 913.953 + 88.860 + 55.363 + 53.087 = K3 + 111.263$$

Luego, la ecuación de empalme es:

$$K3 + 111.263(variante, atrás) \equiv K3 + 130.219(vía antigua, adelante)$$

EJEMPLO 3.23: Ecuación de empalme entre dos vías inicialmente paralelas

Datos:

De acuerdo con la Figura 3.43, para la *vía A* y la *vía B* también se conoce:

Abcisa del PC_1	$= K2 + 920.000$
Abcisa del PC'_1	$= K2 + 890.000$
Distancia del PI_1 al PI_2	$= PI_1 PI_2 = 200.000m$
Radio de la curva 1	$= R_1 = 40.000m$

Tangente de la curva 2 $= T_2 = 100.000m$

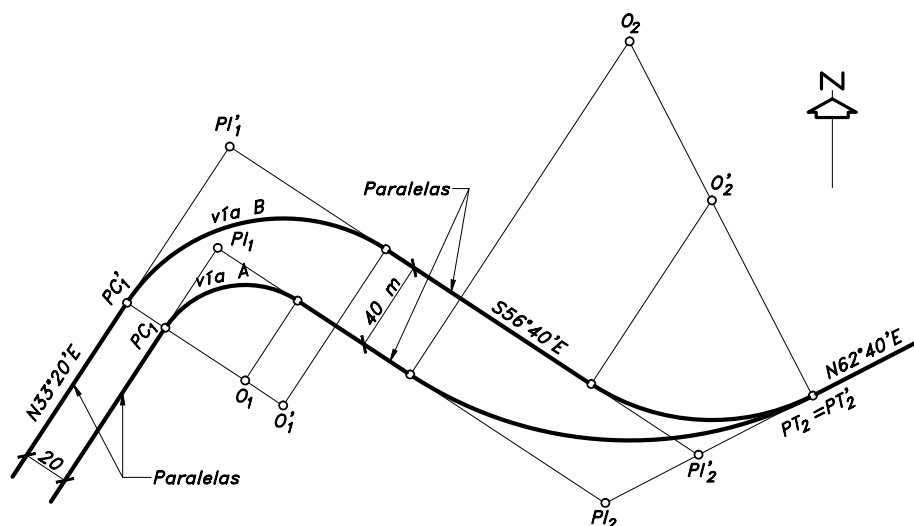


Figura 3.43 Ejemplo 3.23

Calcular:

La ecuación de empalme de la *vía A* en la *vía B*.

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.44, el empalme de la *vía A* en la *vía B* tiene lugar en el $PT_2=PT'_2$. Por lo tanto, las abscisas de este punto por cada una de las vías son:

a) **Abscisa ($PT_2=PT'_2$) vía A**

$$\text{Abscisa } (PT_2 = PT'_2) \text{ vía A} = \text{Abscisa } PC_1 + L_{s1} + PT_1 \cdot PC_2 + L_{s2}$$

Donde:

Abscisa: PC_1

$$\text{Abscisa } PC_1 = K2 + 920.000$$

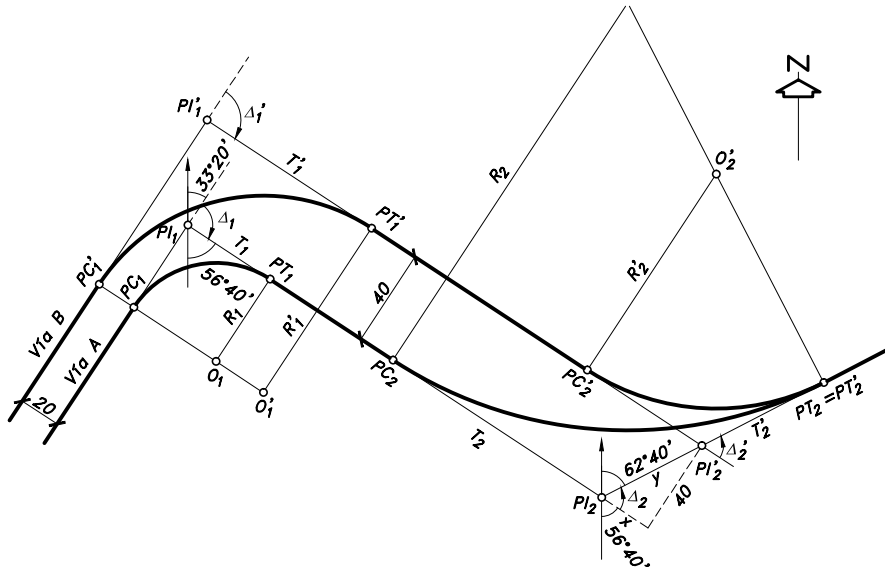


Figura 3.44 Ecuación de empalme entre dos vías inicialmente paralelas

Longitud de la curva 1: L_{s1}

$$L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ} \quad , \quad \Delta_1 = 180^\circ - 33^\circ 20' - 56^\circ 40' = 90^\circ D \quad , \quad \text{entonces,}$$

$$L_{s1} = \frac{\pi (40.000) 90^\circ}{180^\circ} = 62.832m$$

Distancia: $PT_1 \cdot PC_2$

$$PT_1 \cdot PC_2 = PI_1 \cdot PI_2 - T_1 - T_2 \quad , \quad PI_1 \cdot PI_2 = 200.000m \quad , \quad T_1 = R_1 = 40.000m$$

$$T_2 = 100.000m \quad , \quad PT_1 \cdot PC_2 = 200.000 - 40.000 - 100.000 = 60.000m$$

Longitud de la curva 2: L_{s2}

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} \quad , \quad \Delta_2 = 180^\circ - 56^\circ 40' - 62^\circ 40' = 60^\circ 40'$$

$$R_2 = \frac{T_2}{\tan \frac{\Delta_2}{2}} = \frac{100.000}{\tan \frac{60^\circ 40'}{2}} = 170.901m$$

$$L_{s2} = \frac{\pi(170.901)60^\circ 40'}{180^\circ} = 180.956m$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Abscisa } (PT_2 = PT'_2) \text{ vía A} &= K2 + 920.000 + 62.832 + 60.000 + 180.956 \\ &= K3 + 223.788 \end{aligned}$$

b) Abscisa $(PT_2 = PT'_2)$ vía B

$$\text{Abscisa } (PT_2 = PT'_2) \text{ vía B} = \text{Abscisa } PC'_1 + L'_{s1} + PT'_1 \cdot PC'_2 + L'_{s2}$$

Donde:

Abscisa: PC'_1

$$\text{Abscisa } PC'_1 = K2 + 890.000$$

Longitud de la curva 1': L'_{s1}

$$L'_{s1} = \frac{\pi R'_1 \Delta'_1}{180^\circ}, \text{ pero por paralelas, } \Delta'_1 = \Delta_1 = 90^\circ D$$

$$R'_1 = R_1 + 40.000 = 40.000 + 40.000 = 80.000m = T'_1$$

$$L'_{s1} = \frac{\pi(80.000)90^\circ}{180^\circ} = 125.664m$$

Distancia: $PT'_1 \cdot PC'_2$

$$PT'_1 \cdot PC'_2 = PI'_1 \cdot PI'_2 - T'_1 - T'_2 = (20.000 + PI_1 \cdot PI_2 + x) - 80.000 - (T_2 - y)$$

$$\tan \Delta_2 = \frac{40.000}{x}, x = \frac{40.000}{\tan 60^\circ 40'} = 22.478m$$

$$\text{sen } \Delta_2 = \frac{40.000}{y}, y = \frac{40.000}{\text{sen } 60^\circ 40'} = 45.883m$$

$$PT'_1 \cdot PC'_2 = (20.000 + 200.000 + 22.478) - 80.000 - (100.000 - 45.883) = 108.361m$$

Longitud de la curva 2': L'_{s2}

$$L'_{s2} = \frac{\pi R'_2 \Delta'_2}{180^\circ}, R'_2 = \frac{T'_2}{\tan \frac{\Delta'_2}{2}}, T'_2 = T_2 - y = 100.000 - 45.883 = 54.117m$$

$$R'_2 = \frac{54.117}{\tan \frac{60^\circ 40'}{2}} = 92.487m \quad , L'_{s2} = \frac{\pi(92.487)60^\circ 40'}{180^\circ} = 97.928m$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Abscisa } (PT_2 = PT'_2) \text{ vía B} &= K2 + 890.000 + 125.664 + 108.361 + 97.928 \\ &= K3 + 221.953 \end{aligned}$$

Luego, la ecuación de empalme es:

$$K3 + 223.788 (\text{vía A, atrás}) \equiv K3 + 221.953 (\text{vía B, adelante})$$

3.2.6 Otros métodos para el cálculo y localización de curvas circulares simples

❶ DESDE EL PC, O PT, POR NORMALES A LA TANGENTE

Este método, según la Figura 3.45, consiste en calcular la normal y , dados el radio R , la distancia x y el ángulo Δ , así:

En el triángulo rectángulo OAP , se tiene:

$$\begin{aligned} (OP)^2 &= (OA)^2 + (AP)^2 \quad , \text{ esto es,} \\ R^2 &= (R-y)^2 + x^2 \quad , R-y = \sqrt{R^2 - x^2} \end{aligned}$$

De donde:

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2} \quad (3-15)$$

Una generalización de este método consiste en hacer coincidir los puntos P , ubicados sobre la curva, con las subcuerdas y las cuerdas unidad del método de las deflexiones. Por lo tanto, los valores de x e y deben ser:

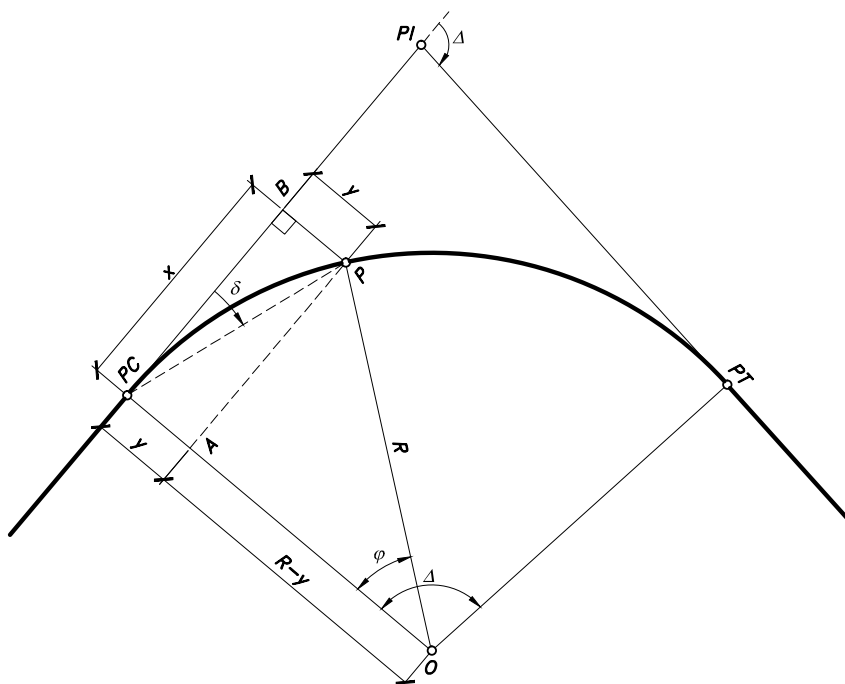


Figura 3.45 Cálculo de una curva circular simple por normales a la tangente

En el triángulo rectángulo OAP :

$$\cos \varphi = \frac{OA}{OP} = \frac{R-y}{R} = 1 - \frac{y}{R} \quad , \text{ esto es,}$$

$$y = R(1 - \cos \varphi)$$

Pero, según la ecuación (3-12), $\varphi = 2\delta$. Entonces:

$$y = R(1 - \cos 2\delta) \quad (3-16)$$

Ahora, en el triángulo rectángulo $PCBP$, se tiene:

$$\tan \delta = \frac{BP}{PC \cdot B} = \frac{y}{x} \quad , \text{ esto es,}$$

$$x = \frac{y}{\tan \delta} \quad , \text{ entonces:}$$

$$x = \frac{R(1 - \cos 2\delta)}{\tan \delta} \quad (3-17)$$

Se debe recordar que δ es el ángulo de deflexión correspondiente al punto P sobre la curva y φ el ángulo central subtendido por la cuerda $PC \cdot P$. De esta forma pueden ser calculados x e y mediante las dos expresiones anteriores, dadas por las ecuaciones (3-16) y (3-17).

2 DESDE EL PI , POR DEFLEXIONES Y DISTANCIAS

Este método, según la Figura 3.46, consiste en calcular el ángulo α y la distancia $PI \cdot P$, dados el radio R , el ángulo Δ y el ángulo φ , así:

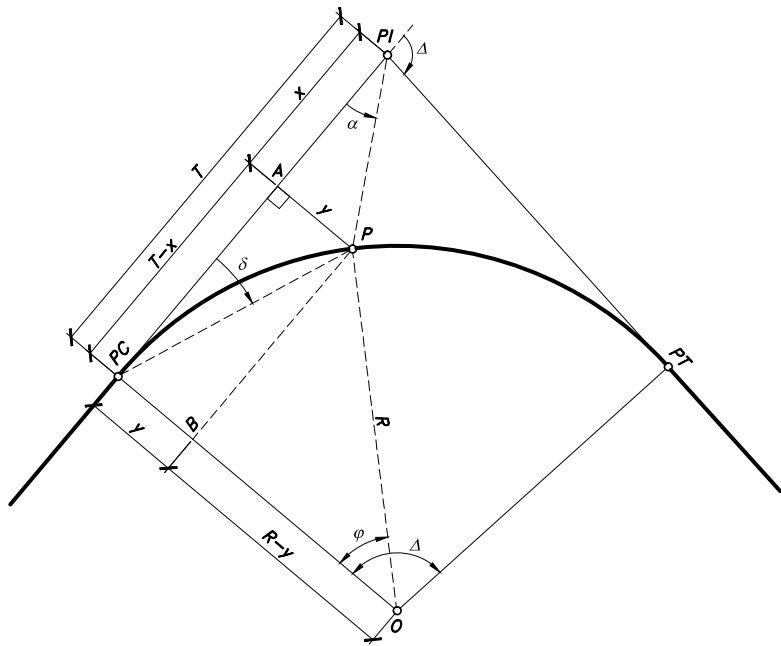


Figura 3.46 Cálculo de una curva circular simple desde el PI

En el triángulo rectángulo $A \cdot P \cdot PI$, se tiene:

$$\tan \alpha = \frac{AP}{A \cdot PI} = \frac{y}{x}$$

En el triángulo rectángulo OBP , se tiene:

$$\cos \varphi = \frac{OB}{OP} = \frac{R-y}{R} = 1 - \frac{y}{R} \quad , y = R(1 - \cos \varphi)$$

$$\sin \varphi = \frac{BP}{OP} = \frac{T-x}{R} \quad , x = T - R \sin \varphi \quad , \text{pero,}$$

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} \quad , \text{esto es,}$$

$$x = R \tan \frac{\Delta}{2} - R \sin \varphi = R \left(\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi \right) \quad , \text{por lo tanto,}$$

$$\tan \alpha = \frac{R(1 - \cos \varphi)}{R \left(\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi \right)} = \frac{1 - \cos \varphi}{\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi}$$

Luego:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{1 - \cos \varphi}{\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi} \right) \quad (3-18)$$

Si $\arctan > 0$, entonces el ángulo α es del primer cuadrante.

Si $\arctan < 0$, entonces el ángulo α es del segundo cuadrante.

Ahora, en el triángulo rectángulo $A \cdot P \cdot PI$, se tiene:

$$(PI \cdot P)^2 = (A \cdot PI)^2 + (AP)^2 \quad , \text{esto es,}$$

$$PI \cdot P = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{R^2 \left(\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi \right)^2 + R^2 (1 - \cos \varphi)^2}$$

Luego:

$$PI \cdot P = R \sqrt{\left(\tan \frac{\Delta}{2} - \sin \varphi \right)^2 + (1 - \cos \varphi)^2} \quad (3-19)$$

Por consiguiente, el procedimiento general para calcular y localizar el punto P sobre la curva, consiste en darse un ángulo φ , ($\varphi \leq \Delta$), para el cual con el radio R y el ángulo Δ , se calcula el ángulo α y la distancia $PI \cdot P$, con las ecuaciones (3-18) y (3-19) respectivamente.

Estacionados en el PI y con ceros en la dirección del PC se defleca el ángulo α y en la dirección de esta visual se mide la distancia $PI-P$, obteniéndose así el punto P sobre la curva.

Un método particular, consiste en hacer coincidir los puntos sobre la curva con las subcuerdas y cuerdas unidad del método de las deflexiones desde el PC . En este caso, el ángulo φ es igual a 2δ , donde δ es la deflexión correspondiente al punto P desde el PC por el sistema subcuerdas y cuerdas.

3.3 CURVAS CIRCULARES COMPUESTAS

Las curvas circulares compuestas son aquellas que están formadas por dos o más curvas circulares simples.

A pesar de que no son muy comunes, se pueden emplear en terrenos montañosos, cuando se quiere que la carretera quede lo más ajustada posible a la forma del terreno o topografía natural, lo cual reduce el movimiento de tierras. También se pueden utilizar cuando existen limitaciones de libertad en el diseño, como por ejemplo, en los accesos a puentes, en los pasos a desnivel y en las intersecciones.

3.3.1 Curvas circulares compuestas de dos radios

En la Figura 3.47 aparecen los diferentes elementos geométricos de una curva circular compuesta de dos radios, definidos como:

- PI = Punto de intersección de las tangentes.
- PC = Principio de la curva compuesta.
- PT = Fin de la curva compuesta o principio de tangente.
- PCC = Punto común de curvas o punto de curvatura compuesta. Punto donde termina la primera curva circular simple y empieza la segunda.
- R_1 = Radio de la curva de menor curvatura o mayor radio.
- R_2 = Radio de la curva de mayor curvatura o menor radio.
- O_1 = Centro de la curva de mayor radio.

- O_2 = Centro de la curva de menor radio.
 Δ = Ángulo de deflexión principal.
 Δ_1 = Ángulo de deflexión principal de la curva de mayor radio.
 Δ_2 = Ángulo de deflexión principal de la curva de menor radio.
 T_1 = Tangente de la curva de mayor radio.
 T_2 = Tangente de la curva de menor radio.
 T_L = Tangente larga de la curva circular compuesta.
 T_C = Tangente corta de la curva circular compuesta.

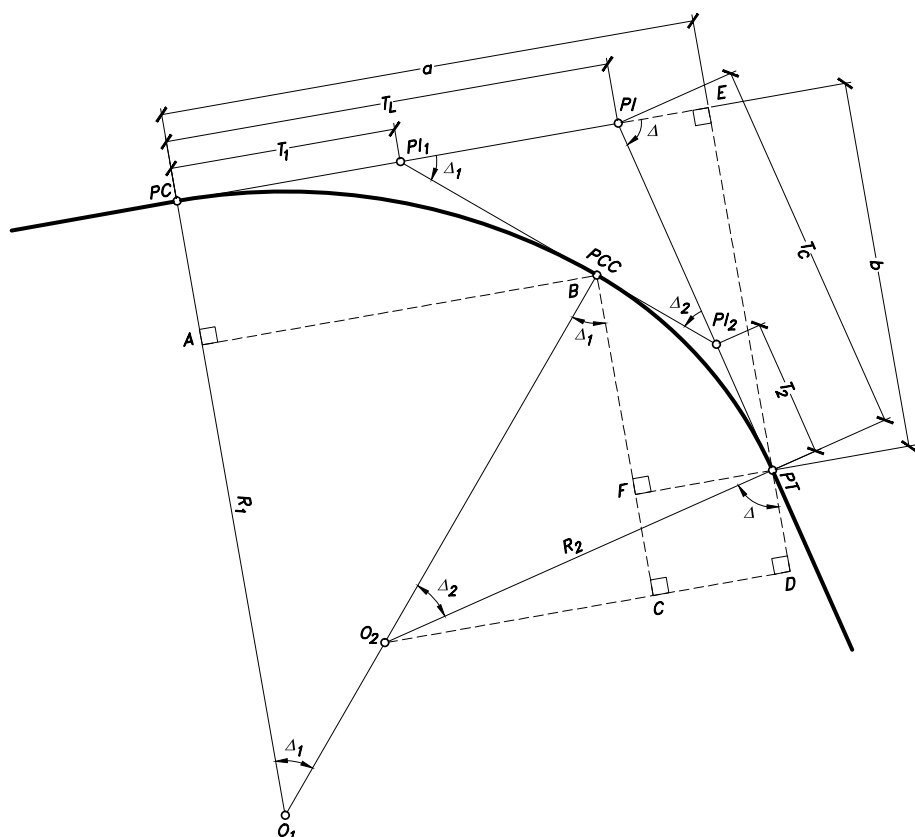


Figura 3.47 Curva circular compuesta de dos radios

Los elementos geométricos que caracterizan cada curva circular simple se calculan en forma independiente en cada una de ellas, utilizando las expresiones para curvas circulares simples, deducidas anteriormente.

Para la curva compuesta es necesario calcular la tangente larga T_L y la tangente corta T_C , así:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 \quad (3-20)$$

$$T_L = PC \cdot E - PI \cdot E$$

$$PC \cdot E = a = AB + CD = AB + (O_2D - O_2C)$$

En el triángulo rectángulo ABO_1 :

$$AB = O_1B \operatorname{sen} \Delta_1 = R_1 \operatorname{sen} \Delta_1$$

En el triángulo rectángulo $O_2D \cdot PT$:

$$O_2D = O_2 \cdot PT \operatorname{sen} \Delta = R_2 \operatorname{sen} \Delta$$

En el triángulo rectángulo O_2CB :

$$O_2C = O_2B \operatorname{sen} \Delta_1 = R_2 \operatorname{sen} \Delta_1$$

En el triángulo rectángulo $PI \cdot E \cdot PT$:

$$PI \cdot E = PI \cdot PT \cos \Delta = T_C \cos \Delta$$

Por lo tanto,

$$T_L = AB + O_2D - O_2C - PI \cdot E$$

$$T_L = R_1 \operatorname{sen} \Delta_1 + R_2 \operatorname{sen} \Delta - R_2 \operatorname{sen} \Delta_1 - T_C \cos \Delta$$

$$T_L = R_2 \operatorname{sen} \Delta + (R_1 - R_2) \operatorname{sen} \Delta_1 - T_C \cos \Delta$$

En el triángulo rectángulo $PI \cdot E \cdot PT$:

$$\operatorname{sen} \Delta = \frac{E \cdot PT}{PI \cdot PT} = \frac{b}{T_C}, \quad T_C = \frac{b}{\operatorname{sen} \Delta}$$

$$b = PC \cdot A + BF$$

$$PC \cdot A = PC \cdot O_1 - AO_1 = R_1 - AO_1$$

$$BF = BC - PT \cdot D$$

En el triángulo rectángulo ABO_1 :

$$AO_1 = O_1B \cos \Delta_1 = R_1 \cos \Delta_1$$

En el triángulo rectángulo $O_2D \cdot PT$:

$$PT \cdot D = O_2 \cdot PT \cos \Delta = R_2 \cos \Delta$$

Entonces:

$$b = R_1 - AO_1 + BC - PT \cdot D = R_1 - (R_1 \cos \Delta_1) + R_2 \cos \Delta_1 - R_2 \cos \Delta$$

$$b = R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1$$

Luego:

$$T_c = \frac{R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin \Delta} \quad (3-21)$$

Igualmente:

$$T_L = R_2 \sin \Delta + (R_1 - R_2) \sin \Delta_1 - \left[\frac{R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin \Delta} \right] \cos \Delta$$

$$T_L = \frac{R_2 \sin^2 \Delta + (R_1 - R_2) \sin \Delta \sin \Delta_1}{\sin \Delta} + \frac{-R_1 \cos \Delta + R_2 \cos^2 \Delta + (R_1 - R_2) \cos \Delta \cos \Delta_1}{\sin \Delta}$$

$$T_L = \frac{R_2 - (R_1 \cos \Delta) + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2}{\sin \Delta} \quad (3-22)$$

EJEMPLO 3.24: Elementos geométricos y deflexiones de una curva circular compuesta de dos radios

Datos:

Según la Figura 3.48, se tienen tres alineamientos rectos AB , BC y CD con la siguiente información:

$$\text{Azimut alineamiento } AB = 32^\circ$$

$$\text{Azimut alineamiento } BC = 66^\circ$$

Azimut alineamiento CD	$= 144^\circ$
Radio de la curva 1	$= R_1 = 76.800m$
Cuerda unidad de la curva 1	$= c_1 = 10m$
Cuerda unidad de la curva 2	$= c_2 = 5m$
Abscisa del PC	$= K0+968.000$
Distancia de B a C	$= BC = 60.000m$

Los tres alineamientos deben unirse con una curva compuesta de dos radios ($R_1 > R_2$), donde el tramo BC es la tangente común a las curvas simples.

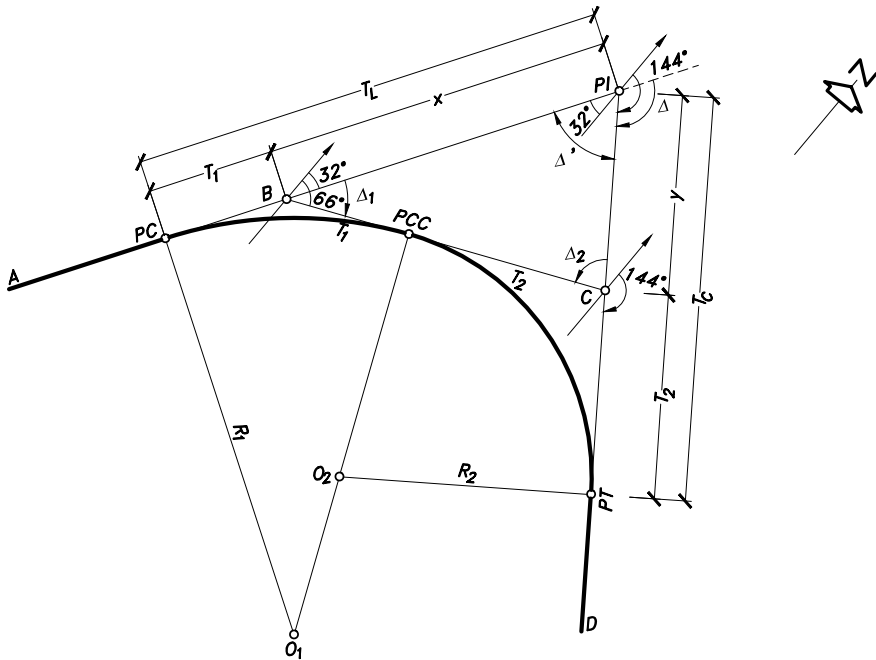


Figura 3.48 Ejemplo de una curva circular compuesta de dos radios

Calcular:

- Las tangentes larga y corta de la curva compuesta.
- Las deflexiones de la curva compuesta.

Solución:

a) Tangentes larga y corta

Tangente larga: T_L

$$T_L = \frac{R_2 - (R_1 \cos \Delta) + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2}{\sin \Delta}$$

Donde:

$$R_2 = \frac{T_2}{\tan \frac{\Delta_2}{2}}, \Delta_2 = \Delta - \Delta_1, T_2 = BC - T_1 = 60.000 - T_1$$

$$\Delta = 144^\circ - 32^\circ = 112^\circ D, \Delta_1 = 66^\circ - 32^\circ = 34^\circ, \Delta_2 = 112^\circ - 34^\circ = 78^\circ$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 76.800 \left(\tan \frac{34^\circ}{2} \right) = 23.480m$$

$$T_2 = 60.000 - 23.480 = 36.520m, \text{ entonces,}$$

$$R_2 = \frac{36.520}{\tan \frac{78^\circ}{2}} = 45.098m$$

Luego:

$$T_L = \frac{45.098 - (76.800 \cos 112^\circ) + (76.800 - 45.098) \cos 78^\circ}{\sin 112^\circ} = 86.778m$$

Tangente corta: T_C

$$T_C = \frac{R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin \Delta}$$

$$T_C = \frac{76.800 - (45.098 \cos 112^\circ) - (76.800 - 45.098) \cos 34^\circ}{\sin 112^\circ} = 72.706m$$

Los valores de estas tangentes también pueden calcularse en función de las tangentes simples T_1 y T_2 y las distancias x e y , así:

$$T_L = T_1 + x$$

$$T_C = T_2 + y$$

$$\frac{x}{\text{sen } \Delta_2} = \frac{y}{\text{sen } \Delta_1} = \frac{BC}{\text{sen } \Delta'}, \quad BC = 60.000m$$

$$\Delta' = 180^\circ - \Delta = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

$$x = \frac{60.000 \text{ sen } 78^\circ}{\text{sen } 68^\circ} = 63.298m, \quad y = \frac{60.000 \text{ sen } 34^\circ}{\text{sen } 68^\circ} = 36.186m$$

Entonces:

$$T_L = 23.480 + 63.298 = 86.778m$$

$$T_C = 36.520 + 36.186 = 72.706m$$

b) Deflexiones de la curva compuesta

Primera curva circular simple:

Abcisa: PCC

$$\text{Abcisa PCC} = \text{Abcisa PC} + L_{c1}$$

$$L_{c1} = \frac{c_1 \Delta_1}{G_{c1}}, \quad c_1 = 10m, \quad \Delta_1 = 34^\circ$$

$$G_{c1} = 2 \arcsen \frac{c_1}{2R_1} = 2 \arcsen \frac{10}{2(76.800)} = 7^\circ 27'56.41''$$

$$L_{c1} = \frac{10(34^\circ)}{7^\circ 27'56.41''} = 45.542m$$

$$\text{Abcisa PCC} = K0 + 968 + 45.542 = K1 + 013.542$$

Deflexión por metro:

$$d_{10}^\circ = \frac{G_{c1}}{20} = \frac{7^\circ 27'56.41''}{20} = 0^\circ 22'23.82'' / m$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_{c1}}{2} = \frac{7^\circ 27'56.41''}{2} = 3^\circ 43'58.20'' / \text{cuerda}$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PC

$$\text{Longitud subcuerda} = 970 - 968 = 2.000m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 2.000m(0^\circ 22'23.82'' / m) = 0^\circ 44'47.64''$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PCC

$$\text{Longitud subcuerda} = 13.542 - 10 = 3.542m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 3.542m(0^\circ 22'23.82'' / m) = 1^\circ 19'19.81''$$

Chequeo deflexión al: PCC

Deflexión al PCC = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al PCC} = 4 \text{ cuerdas}(3^\circ 43'58.20'' / \text{cuerda}) + 0^\circ 44'47.64'' + 1^\circ 19'19.81''$$

$$\text{Deflexión al PCC} = 17^\circ 0'0.25'' \approx 17^\circ = \frac{\Delta_1}{2}$$

Segunda curva circular simple:Abscisa: PT

Aquí el PCC es el punto inicial de la segunda curva y el PT su punto final. Entonces:

$$\text{Abscisa PT} = \text{Abscisa PCC} + L_{c2}$$

$$L_{c2} = \frac{c_2 \Delta_2}{G_{c2}}, \quad c_2 = 5m, \quad \Delta_2 = 78^\circ$$

$$G_{c2} = 2 \arcsen \frac{c_2}{2R_2} = 2 \arcsen \frac{5}{2(45.098)} = 6^\circ 21'20.24''$$

$$L_{c2} = \frac{5(78^\circ)}{6^\circ 21'20.24''} = 61.363m$$

$$\text{Abscisa PT} = K1 + 013.542 + 61.363 = K1 + 074.905$$

Deflexión por metro:

$$d_5^\circ = \frac{G_{c2}}{10} = \frac{6^\circ 21'20.24''}{10} = 0^\circ 38'8.02'' / m$$

Deflexión por cuerda unidad:

$$\frac{G_{c2}}{2} = \frac{6^\circ 21'20.24''}{2} = 3^\circ 10'40.12'' / \text{cuerda}$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PCC

$$\text{Longitud subcuerda} = 15 - 13.542 = 1.458m$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 1.458m(0^\circ 38'8.02'' / m) = 0^\circ 55'35.93''$$

Deflexión por subcuerda adyacente al: PT

$$\text{Longitud subcuerda} = 74.905 - 70 = 4.905\text{m}$$

$$\text{Deflexión por subcuerda} = 4.905\text{m} \left(0^\circ 38'8.02'' / \text{m} \right) = 3^\circ 7'2.74''$$

Chequeo deflexión al: PT

Deflexión al PT = Deflexión (por cuerdas completas + por subcuerdas)

$$\text{Deflexión al PT} = 11 \text{ cuerdas} \left(3^\circ 10'40.12'' / \text{cuerda} \right) + 0^\circ 55'35.93'' + 3^\circ 7'2.74''$$

$$\text{Deflexión al PT} = 38^\circ 59'59.99'' \approx 39^\circ = \frac{\Delta_2}{2}$$

En la Tabla 3.8 se muestra la cartera de localización de la curva compuesta de dos radios.

Tabla 3.8 Cartera de localización de la curva compuesta de dos radios

ESTACIÓN	ABSCISA	DEFLEXIÓN	ELEMENTOS	AZIMUT	ANOTACIONES
PT	K1+100				
	090				
	080				
	K1+074.905	56°00'00.24"		144°	⊙ PT
	070	52°52'57.50"			
	065	49°42'17.38"	$\Delta = 112^\circ\text{D}$		
	060	46°31'37.26"	$\Delta_1 = 34^\circ\text{D}$		
	055	43°20'57.14"	$\Delta_2 = 78^\circ\text{D}$		
	050	40°10'17.02"	$R_1 = 76.800\text{m}$		
	045	36°59'36.90"	$R_2 = 45.098\text{m}$		
	040	33°48'56.78"	$c_1 = 10\text{m}$		
	035	30°38'16.66"	$c_2 = 5\text{m}$		
	030	27°27'36.54"	$G_{c1} = 7^\circ 27'56.41''$		
	025	24°16'56.42"	$G_{c2} = 6^\circ 21'20.24''$		
	020	21°06'16.30"	$L_{c1} = 45.542\text{m}$		
PCC	015	17°55'36.18"	$L_{c2} = 61.363\text{m}$		
	K1+013.542	17°00'00.25"	$T_1 = 23.480\text{m}$	66°	⊙ PCC
	010	15°40'40.44"	$T_2 = 36.520\text{m}$		
	K1+000	11°56'42.24"	$T_L = 86.778\text{m}$		
	990	08°12'44.04"	$T_C = 72.706\text{m}$		
PC	980	04°28'45.84"			
	970	00°44'47.64"			
	K0+968.000	00°00'00"		32°	⊙ PC
	960				
	950				
	K0+940				

Datos:

Radio R_2	$= R_2 = 31.200m$
Distancia de D a E	$= DE = 46.800m$
Coordenadas del punto F	$= 100.000N, 100.000E$
Abscisa de F	$= K6+947.290$
Abscisa de β	$= K4+742.530$

Calcular:

- La ecuación de empalme de la *vía 2* en la *vía 1*.
- La abscisa del punto *C*.
- Las coordenadas del punto *C*.

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.50, se tiene:

a) Ecuación de empalme

El empalme tiene lugar en el punto *G*. Por lo tanto, es necesario calcular la abscisa de este punto por cada una de las vías.

Abscisa de *G* por la vía 1:

$$\text{Abscisa de } G (\text{vía 1}) = \text{Abscisa de } B + \text{Arco } BG$$

Abscisa de: *B*

$$\text{Abscisa de } B = K4 + 742.530$$

Arco: *BG*

$$BG = \frac{\pi R_1 \alpha}{180^\circ}, T_2 = R_1 \tan \frac{\alpha}{2}, \alpha = 2 \arctan \frac{T_2}{R_1}$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} = 31.200 \left(\tan \frac{62^\circ 50'}{2} \right) = 19.057m$$

$$R_1 = \frac{T_1}{\tan \frac{\Delta_1}{2}}, T_1 = DE - T_2 = 46.800 - 19.057 = 27.743m$$

$$R_1 = \frac{27.743}{\tan \frac{38^\circ 20'}{2}} = 79.817m, \alpha = 2 \arctan \frac{19.057}{79.817} = 26^\circ 51' 24.94'' \text{ , entonces,}$$

$$BG = \frac{\pi(79.817)26^\circ 51' 24.94''}{180^\circ} = 37.414m$$

Por lo tanto:

$$\text{Abscisa de } G (\text{vía 1}) = K4 + 742.530 + 37.414 = K4 + 779.944$$

Abscisa de *G* por la vía 2:

$$\text{Abscisa de } G (\text{vía 2}) = \text{Abscisa de } F + \text{Arco } FG$$

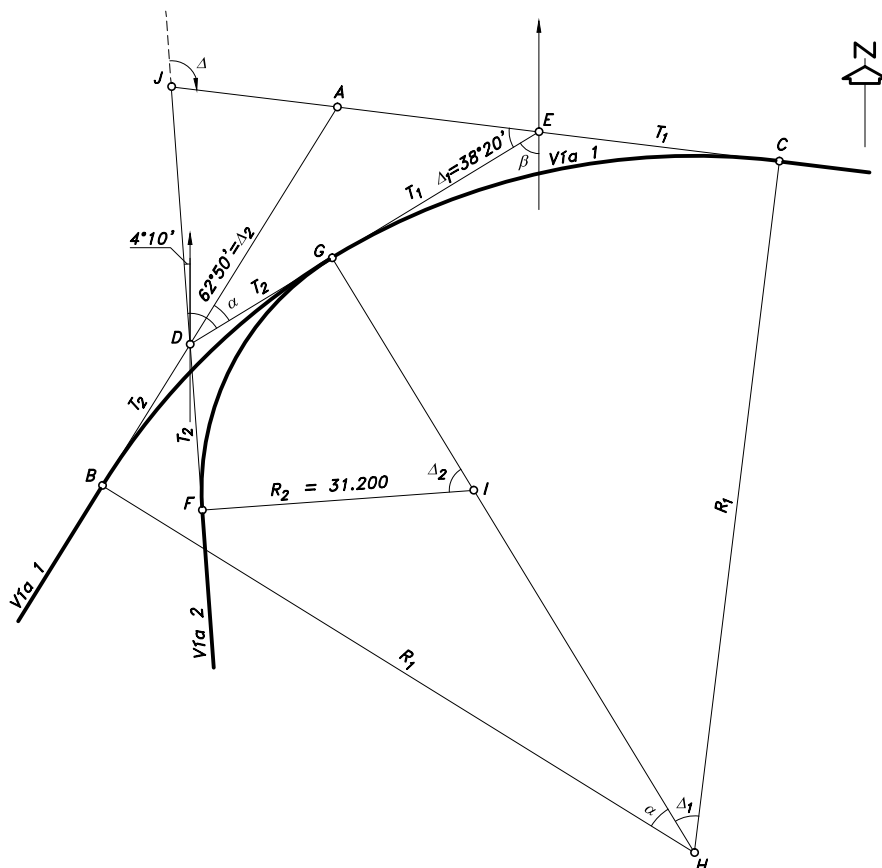


Figura 3.50 Ecuación de empalme con curvas circulares simples y compuestas

Abscisa de: F

$$\text{Abscisa de F} = K6 + 947.290$$

Arco: FG

$$FG = L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} = \frac{\pi (31.200) 62^\circ 50'}{180^\circ} = 34.215m$$

Por lo tanto:

$$\text{Abscisa de G (vía 2)} = K6 + 947.290 + 34.215 = K6 + 981.505$$

Luego, la ecuación de empalme es:

$$K6 + 981.505 \text{ (vía 2, atrás)} \equiv K4 + 779.944 \text{ (vía 1, adelante)}$$

b) **Abscisa del punto C**

$$\text{Abscisa de C} = \text{Abscisa de G (vía 1)} + \text{Arco GC}$$

Abscisa de: G (vía 1)

$$\text{Abscisa de G (vía 1)} = K4 + 779.944$$

Arco: GC

$$GC = L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_I}{180^\circ} = \frac{\pi (79.817) 38^\circ 20'}{180^\circ} = 53.401m$$

Por lo tanto:

$$\text{Abscisa de C} = K4 + 779.944 + 53.401 = K4 + 833.345$$

c) **Coordenadas del punto C**

Las coordenadas se calcularán siguiendo el polígono *FDEC* y se comprobarán según el polígono *FJC*. Por lo tanto:

Según el polígono: *FDEC*

Como se planteó anteriormente, las coordenadas de un punto final con referencia a un punto inicial, se calculan como:

$$N_{\text{PUNTO FINAL}} = N_{\text{PUNTO INICIAL}} + \text{Distancia ENTRE LOS PUNTOS} (\cos \text{Azimut})$$

$$E_{\text{PUNTO FINAL}} = E_{\text{PUNTO INICIAL}} + \text{Distancia ENTRE LOS PUNTOS} (\sin \text{Azimut})$$

$$N_D = N_F + FD \cos Az_{FD}$$

$$N_F = 100.000m, FD = T_2 = 19.057m, Az_{FD} = 360^\circ - 4^\circ 10' = 355^\circ 50'$$

$$N_D = 100.000 + 19.057 \cos 355^\circ 50' = 119.007m$$

$$E_D = E_F + FD \sin Az_{FD}$$

$$E_D = 100.000 + 19.057 \sin 355^\circ 50' = 98.615m$$

$$N_E = N_D + DE \cos Az_{DE}$$

$$DE = 46.800m \quad , \quad Az_{DE} = 62^\circ 50' - 4^\circ 10' = 58^\circ 40'$$

$$N_E = 119.007 + 46.800 \cos 58^\circ 40' = 143.344m$$

$$E_E = E_D + DE \sin Az_{DE}$$

$$E_E = 98.615 + 46.800 \sin 58^\circ 40' = 138.590m$$

$$N_C = N_E + EC \cos Az_{EC}$$

$$EC = T_1 = 27.743m \quad , \quad Az_{EC} = 58^\circ 40' + 38^\circ 20' = 97^\circ 00'$$

$$N_C = 143.344 + 27.743 \cos 97^\circ 00' = 139.963m$$

$$E_C = E_E + EC \sin Az_{EC}$$

$$E_C = 138.590 + 27.743 \sin 97^\circ 00' = 166.126m$$

Según el polígono: FJC

Se observa que FJ y JC son las tangentes corta y larga de la curva compuesta de $PI=J$, $PC=F$, $PT=C$ y $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = 38^\circ 20' + 62^\circ 50' = 101^\circ 10'$. Por lo tanto, de acuerdo con las ecuaciones (3-21) y (3-22), se tiene:

$$FJ = T_c = \frac{R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin \Delta}$$

$$FJ = T_c = \frac{79.817 - (31.200 \cos 101^\circ 10') - (79.817 - 31.200) \cos 38^\circ 20'}{\sin 101^\circ 10'} = 48.644m$$

$$JC = T_L = \frac{R_2 - (R_1 \cos \Delta) + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2}{\sin \Delta}$$

$$JC = T_L = \frac{31.200 - (79.817 \cos 101^\circ 10') + (79.817 - 31.200) \cos 62^\circ 50'}{\sin 101^\circ 10'} = 70.184m$$

$$N_J = N_F + FJ \cos Az_{FJ}$$

$$N_F = 100.000m \quad , \quad FJ = T_c = 48.644m \quad , \quad Az_{FJ} = 355^\circ 50'$$

$$N_J = 100.000 + 48.644 \cos 355^\circ 50' = 148.515m$$

$$E_J = E_F + FJ \sin Az_{FJ}$$

$$E_J = 100.000 + 48.644 \sin 355^\circ 50' = 96.466m$$

$$\begin{aligned}
 N_C &= N_J + JC \cos Az_{JC} \\
 JC &= T_L = 70.184m, \quad Az_{JC} = 97^\circ 00' \\
 N_C &= 148.515 + 70.184 \cos 97^\circ 00' = 139.962m \\
 E_C &= E_J + JC \sin Az_{JC} \\
 E_C &= 96.466 + 70.184 \sin 97^\circ 00' = 166.127m
 \end{aligned}$$

3.3.2 Curvas circulares compuestas de tres radios

La Figura 3.51 muestra una curva compuesta de tres radios de longitudes diferentes tal que $R_1 > R_2 > R_3$ y de ángulos de deflexión principal Δ_1 , Δ_2 y Δ_3 respectivamente. Los puntos H y D son los puntos comunes a cada par de curvas circulares, o sea, los dos PCC de la curva compuesta. Para el cálculo y localización de la curva circular compuesta es necesario determinar la tangente larga T_L y la tangente corta T_C , así:

$$\begin{aligned}
 \Delta &= \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 \\
 T_L &= a - PI \cdot G, \quad \text{donde,} \\
 a &= AB + CD + EF \\
 AB &= AH - BH \\
 EF &= O_3F - O_3E, \quad \text{entonces,} \\
 T_L &= AB + CD + EF - PI \cdot G \\
 T_L &= AH - BH + CD + O_3F - O_3E - PI \cdot G \quad [1]
 \end{aligned}$$

Los segmentos AH , BH , CD , O_3F , O_3E y $PI \cdot G$ se determinan en los siguientes triángulos rectángulos:

$$\begin{aligned}
 \text{Triángulo } O_1AH &\Rightarrow AH = O_1H \sin \Delta_1 = R_1 \sin \Delta_1 \\
 \text{Triángulo } O_2BH &\Rightarrow BH = O_2H \sin \Delta_1 = R_2 \sin \Delta_1 \\
 \text{Triángulo } O_2CD &\Rightarrow CD = O_2D \sin(\Delta_1 + \Delta_2) = R_2 \sin(\Delta_1 + \Delta_2) \\
 \text{Triángulo } O_3F \cdot PT &\Rightarrow O_3F = O_3 \cdot PT \sin \Delta = R_3 \sin \Delta \\
 \text{Triángulo } O_3ED &\Rightarrow O_3E = O_3D \sin(\Delta_1 + \Delta_2) = R_3 \sin(\Delta_1 + \Delta_2) \\
 \text{Triángulo } PI \cdot G \cdot PT &\Rightarrow PI \cdot G = PI \cdot PT \cos \Delta = T_C \cos \Delta
 \end{aligned}$$

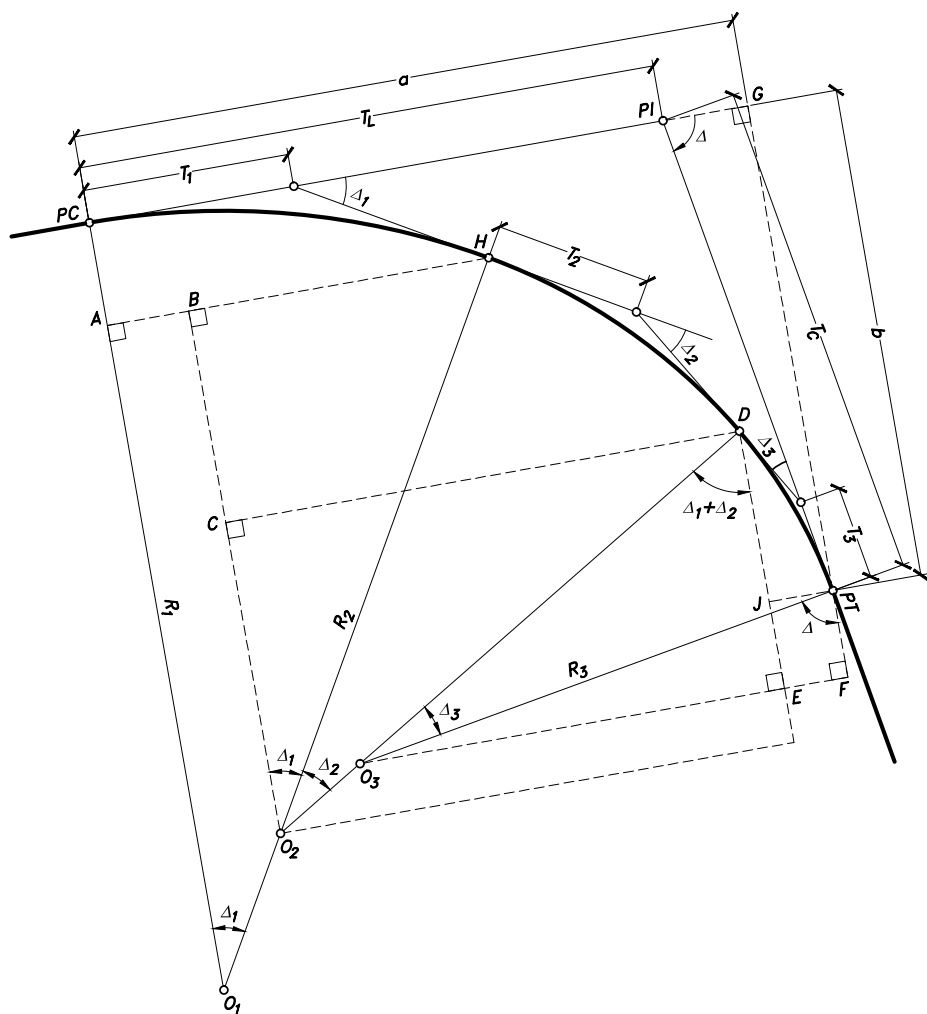


Figura 3.51 Elementos de una curva circular compuesta de tres radios

Por lo tanto, en [1]:

$$T_L = R_1 \operatorname{sen} \Delta_1 - R_2 \operatorname{sen} \Delta_1 + R_2 \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \operatorname{sen} \Delta - R_3 \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) - T_C \cos \Delta$$

$$T_L = (R_1 - R_2) \operatorname{sen} \Delta_1 + (R_2 - R_3) \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \operatorname{sen} \Delta - T_C \cos \Delta \quad [2]$$

La tangente corta T_C , en el triángulo rectángulo $PI \cdot G \cdot PT$, es:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \Delta &= \frac{G \cdot PT}{PI \cdot PT} = \frac{b}{T_C}, \quad T_C = \frac{b}{\operatorname{sen} \Delta}, \quad \text{donde,} \\ b &= PC \cdot A + BC + DJ \\ PC \cdot A &= PC \cdot O_1 - AO_1 = R_1 - AO_1 \\ BC &= BO_2 - CO_2 \\ DJ &= DE - JE = DE - PT \cdot F \\ T_C &= \frac{PC \cdot A + BC + DJ}{\operatorname{sen} \Delta} = \frac{R_1 - AO_1 + BO_2 - CO_2 + DE - PT \cdot F}{\operatorname{sen} \Delta} \end{aligned} \quad [3]$$

Los segmentos AO_1 , BO_2 , CO_2 , DE y $PT \cdot F$ se determinan en los siguientes triángulos rectángulos:

$$\begin{aligned} \text{Triángulo } O_1AH &\Rightarrow AO_1 = O_1H \cos \Delta_1 = R_1 \cos \Delta_1 \\ \text{Triángulo } O_2BH &\Rightarrow BO_2 = O_2H \cos \Delta_1 = R_2 \cos \Delta_1 \\ \text{Triángulo } O_2CD &\Rightarrow CO_2 = O_2D \cos(\Delta_1 + \Delta_2) = R_2 \cos(\Delta_1 + \Delta_2) \\ \text{Triángulo } O_3ED &\Rightarrow DE = O_3D \cos(\Delta_1 + \Delta_2) = R_3 \cos(\Delta_1 + \Delta_2) \\ \text{Triángulo } O_3F \cdot PT &\Rightarrow PT \cdot F = O_3 \cdot PT \cos \Delta = R_3 \cos \Delta \end{aligned}$$

Por lo tanto, en [3]:

$$T_C = \frac{R_1 - (R_1 \cos \Delta_1) + R_2 \cos \Delta_1 - R_2 \cos(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \cos(\Delta_1 + \Delta_2) - R_3 \cos \Delta}{\operatorname{sen} \Delta}$$

Luego:

$$T_C = \frac{R_1 - (R_3 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2)}{\operatorname{sen} \Delta} \quad (3-23)$$

La tangente larga T_L se obtiene reemplazando la ecuación (3-23) en [2]:

$$\begin{aligned} T_L &= (R_1 - R_2) \operatorname{sen} \Delta_1 + (R_2 - R_3) \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \operatorname{sen} \Delta - \\ &\quad \left[\frac{R_1 - (R_3 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2)}{\operatorname{sen} \Delta} \right] (\cos \Delta) \end{aligned}$$

$$T_L = \frac{(R_1 - R_2) \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} \Delta_1 + (R_2 - R_3) \operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) + R_3 \operatorname{sen}^2 \Delta - R_1 \cos \Delta}{\operatorname{sen} \Delta} +$$

$$\frac{R_3 \cos^2 \Delta + (R_1 - R_2) \cos \Delta \cos \Delta_1 + (R_2 - R_3) \cos \Delta \cos(\Delta_1 + \Delta_2)}{\operatorname{sen} \Delta}$$

$$T_L = \frac{R_3 (\operatorname{sen}^2 \Delta + \cos^2 \Delta) - R_1 \cos \Delta + (R_1 - R_2) (\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen} \Delta_1 + \cos \Delta \cos \Delta_1)}{\operatorname{sen} \Delta} +$$

$$\frac{(R_2 - R_3) [\operatorname{sen} \Delta \operatorname{sen}(\Delta_1 + \Delta_2) + \cos \Delta \cos(\Delta_1 + \Delta_2)]}{\operatorname{sen} \Delta}$$

$$T_L = \frac{R_3 (1) - R_1 \cos \Delta + (R_1 - R_2) \cos(\Delta - \Delta_1) + (R_2 - R_3) \cos[\Delta - (\Delta_1 + \Delta_2)]}{\operatorname{sen} \Delta}$$

Pero, $\Delta - \Delta_1 = \Delta_2 + \Delta_3$ y $\Delta - (\Delta_1 + \Delta_2) = \Delta_3$

Luego:

$$T_L = \frac{R_3 - (R_1 \cos \Delta) + (R_1 - R_2) \cos(\Delta_2 + \Delta_3) + (R_2 - R_3) \cos \Delta_3}{\operatorname{sen} \Delta} \quad (3-24)$$

Las expresiones anteriores para T_C y T_L sólo son válidas bajo la condición de que $R_1 > R_2 > R_3$, en ese orden.

Sin embargo, un *caso más general* es aquel en el cual *siempre* el radio de la primera curva es R_1 , el de la segunda R_2 y el de la tercera R_3 , cualquiera sean sus longitudes; como por ejemplo, el mostrado en la Figura 3.52. En esta situación, es más conveniente denominar las tangentes de la curva compuesta como tangente de entrada T_E o del lado del PC y tangente de salida T_S o del lado del PT . Dichas tangentes se calculan así:

$$T_E = T_1 + x, \text{ donde,}$$

$$\frac{x}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{T_1 + T_2 + y}{\operatorname{sen} \beta}, \text{ esto es,}$$

$$T_E = T_1 + \frac{(T_1 + T_2 + y) \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \beta}, \text{ pero,}$$

$$\frac{y}{\operatorname{sen} \Delta_3} = \frac{T_2 + T_3}{\operatorname{sen} \rho}$$

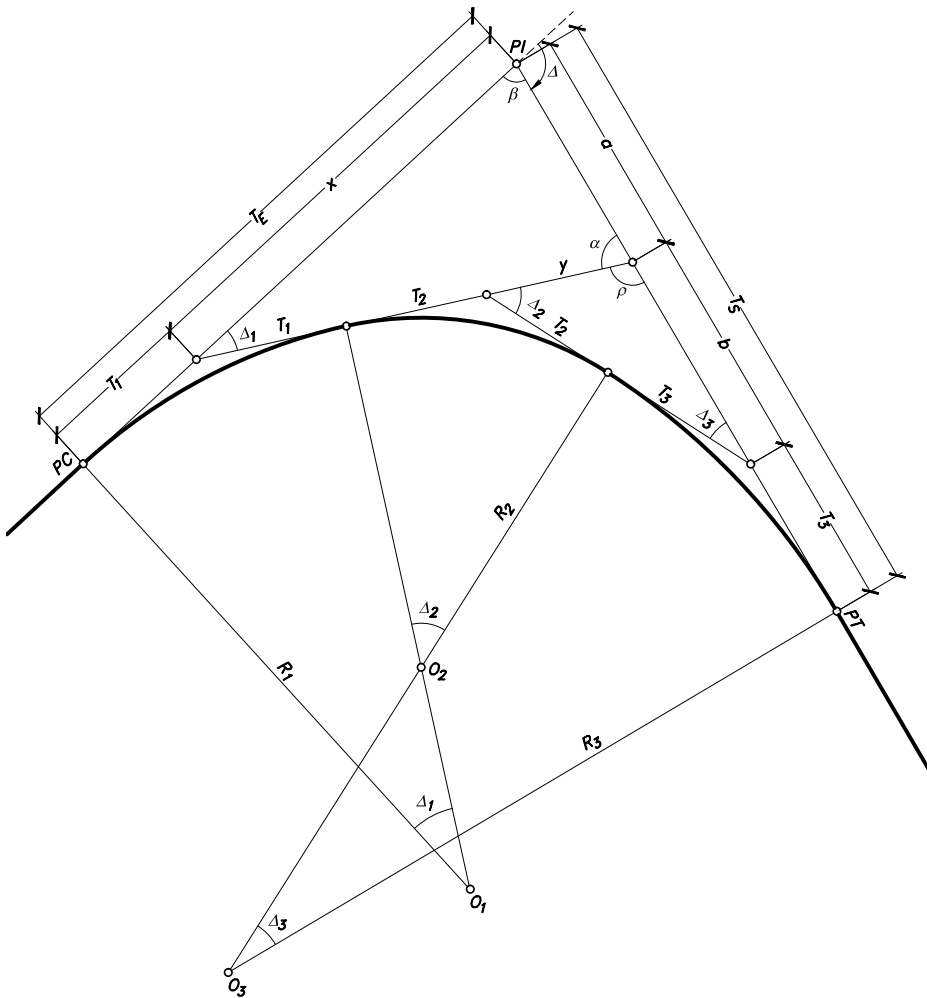


Figura 3.52 Caso general de una curva circular compuesta de tres radios

$$T_E = T_1 + \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \operatorname{sen} \Delta_3}{\operatorname{sen} \rho} \right] \left(\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \beta} \right)$$

$$\rho = 180^\circ - (\Delta_2 + \Delta_3) \quad , \operatorname{sen} \rho = \operatorname{sen} [180^\circ - (\Delta_2 + \Delta_3)] = \operatorname{sen} (\Delta_2 + \Delta_3)$$

$$\alpha = (\Delta_2 + \Delta_3) \quad , \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen} (\Delta_2 + \Delta_3)$$

$$\beta = 180^\circ - \Delta, \quad \text{sen } \beta = \text{sen}(180^\circ - \Delta) = \text{sen } \Delta$$

Por lo tanto:

$$T_E = T_1 + \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \right] \left[\frac{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)}{\text{sen } \Delta} \right] \quad (3-25)$$

Para la tangente de salida se tiene:

$$T_S = T_3 + a + b, \quad \text{donde,}$$

$$\frac{a}{\text{sen } \Delta_1} = \frac{T_1 + T_2 + y}{\text{sen } \beta} = \frac{T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen } \rho}}{\text{sen } \beta}$$

$$a = \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \right] \left(\frac{\text{sen } \Delta_1}{\text{sen } \Delta} \right)$$

$$\frac{b}{\text{sen } \Delta_2} = \frac{T_2 + T_3}{\text{sen } \rho}, \quad b = \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_2}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)}$$

Por lo tanto:

$$T_S = T_3 + \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \right] \left(\frac{\text{sen } \Delta_1}{\text{sen } \Delta} \right) + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_2}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \quad (3-26)$$

Los valores de las tangentes simples T_1 , T_2 y T_3 se calculan en cada curva como:

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2}$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2}$$

$$T_3 = R_3 \tan \frac{\Delta_3}{2}$$

Dependiendo del valor de las longitudes de los radios R_1 , R_2 y R_3 , en la Figura 3.53 se presentan las seis posibles configuraciones.

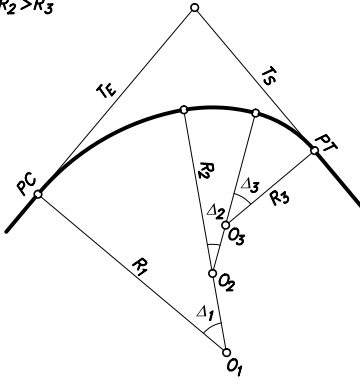
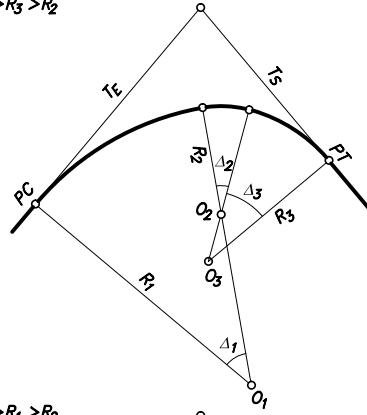
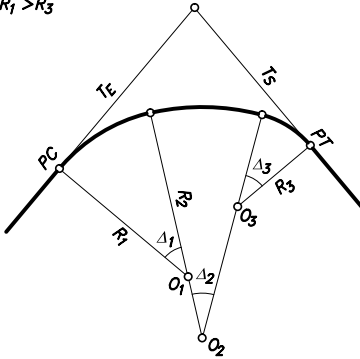
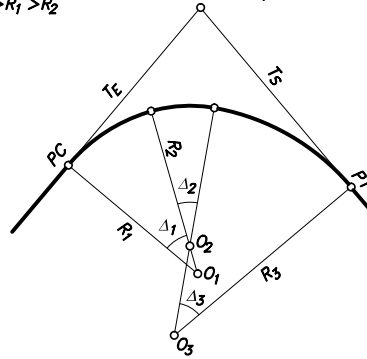
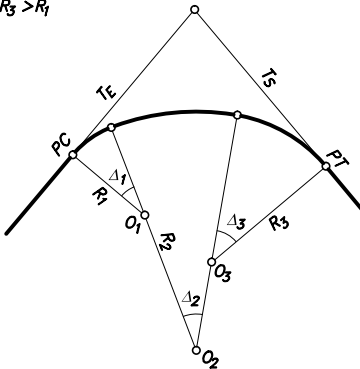
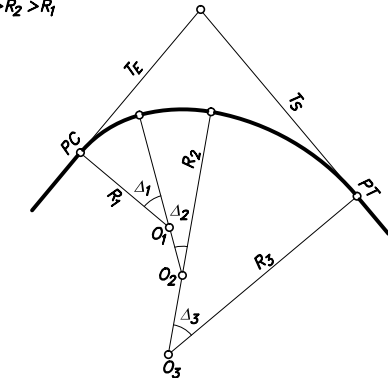
1. $R_1 > R_2 > R_3$ 2. $R_1 > R_3 > R_2$ 3. $R_2 > R_1 > R_3$ 4. $R_3 > R_1 > R_2$ 5. $R_2 > R_3 > R_1$ 6. $R_3 > R_2 > R_1$ 

Figura 3.53 Casos de curvas circulares compuestas de tres radios

EJEMPLO 3.26: Elementos geométricos de una curva circular compuesta de tres radios

Datos:

Para la curva compuesta de tres radios de la Figura 3.54, la abscisa del PC es $K0+000$. También se conocen:

$$\begin{aligned}\Delta &= 80^\circ D \\ \Delta_1 &= 30^\circ D \\ \Delta_2 &= 29^\circ D \\ R_1 &= 112m \\ R_2 &= 87m \\ R_3 &= 69m\end{aligned}$$

Calcular:

- Los elementos geométricos para trazar la curva.
- La abscisa del PT de la curva compuesta.

Solución:

- Elementos geométricos para trazar la curva

Para trazar la curva se necesita conocer las tangentes larga y corta T_L y T_C , lo mismo que las tangentes simples T_1 , T_2 y T_3 . Entonces:

Tangente larga: T_L

Según la ecuación (3-24):

$$T_L = \frac{R_3 - (R_1 \cos \Delta) + (R_1 - R_2) \cos(\Delta_2 + \Delta_3) + (R_2 - R_3) \cos \Delta_3}{\text{sen } \Delta}$$

$$\Delta_3 = \Delta - \Delta_1 - \Delta_2 = 80^\circ - 30^\circ - 29^\circ = 21^\circ D$$

$$T_L = \frac{69 - (112 \cos 80^\circ) + (112 - 87) \cos(29^\circ + 21^\circ) + (87 - 69) \cos 21^\circ}{\text{sen } 80^\circ} = 83.697m$$

Tangente corta: T_C

Según la ecuación (3-23):

$$T_C = \frac{R_1 - (R_3 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1 - (R_2 - R_3) \cos(\Delta_1 + \Delta_2)}{\sin \Delta}$$

$$T_C = \frac{112 - (69 \cos 80^\circ) - (112 - 87) \cos 30^\circ - (87 - 69) \cos(30^\circ + 29^\circ)}{\sin 80^\circ} = 70.163 \text{ m}$$

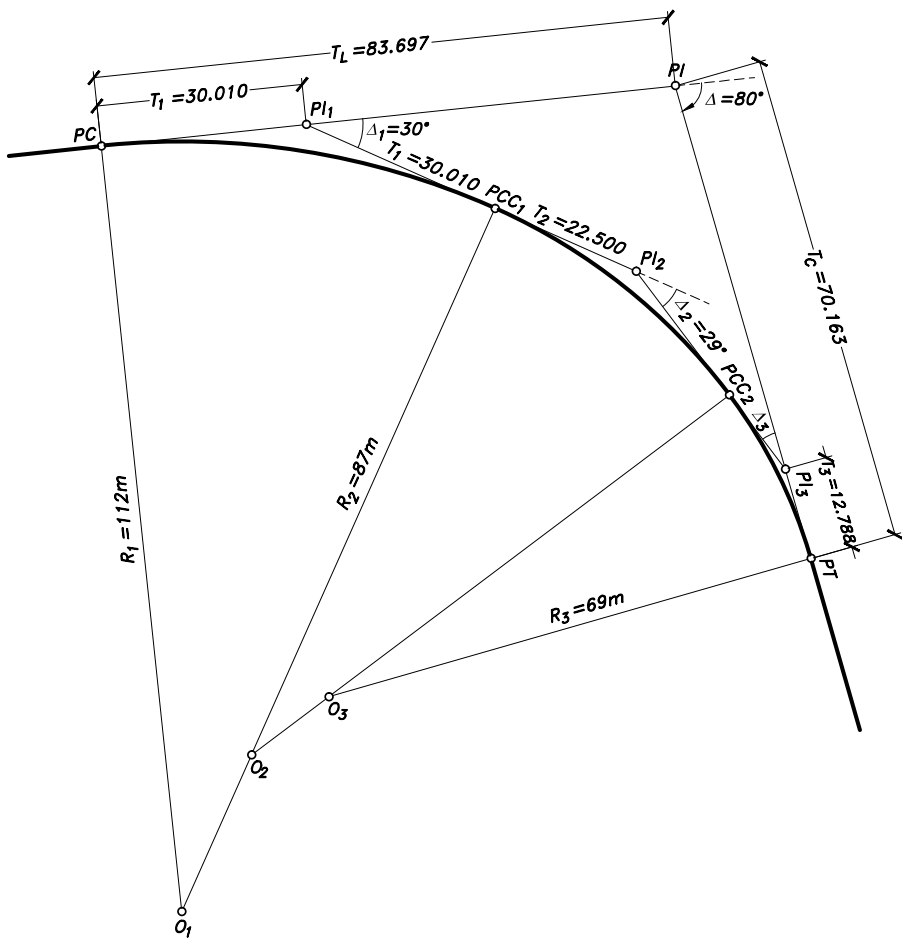


Figura 3.54 Ejemplo de una curva circular compuesta de tres radios

Tangente de la primera curva: T_1

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 112 \tan \frac{30^\circ}{2} = 30.010m$$

Tangente de la segunda curva: T_2

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} = 87 \tan \frac{29^\circ}{2} = 22.500m$$

Tangente de la tercera curva: T_3

$$T_3 = R_3 \tan \frac{\Delta_3}{2} = 69 \tan \frac{21^\circ}{2} = 12.788m$$

El trazado de dicha curva se realiza así:

Marcado el PI se mide el ángulo Δ y se identifican el PC y el PT midiendo las tangentes T_L y T_C . El PI_1 se obtiene midiendo T_1 en la dirección de la tangente de entrada. Situados en el PI_1 se mide el ángulo Δ_1 y en esta dirección se mide T_1 y T_2 , quedando marcados el PCC_1 y el PI_2 . Luego a partir del PI_2 se mide el ángulo Δ_2 y en esa dirección se miden T_2 y T_3 , quedando así marcados el PCC_2 y el PI_3 . Como chequeo, si el trazado se ha realizado con toda la precisión posible, el PI_3 deberá caer exactamente sobre la dirección de la tangente de salida. Por último, se trazan normales en el PC , PCC_1 , PCC_2 y PT obteniéndose los centros O_1 , O_2 y O_3 .

b) Abscisa del PT

$$\text{Abscisa del } PT = \text{Abscisa del } PC + L_{s1} + L_{s2} + L_{s3}$$

Longitud de la primera curva: L_{s1}

$$L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ} = \frac{\pi (112) 30^\circ}{180^\circ} = 58.643m$$

Longitud de la segunda curva: L_{s2}

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} = \frac{\pi (87) 29^\circ}{180^\circ} = 44.035m$$

Longitud de la tercera curva: L_{s3}

$$L_{s3} = \frac{\pi R_3 \Delta_3}{180^\circ} = \frac{\pi(69)21^\circ}{180^\circ} = 25.290m$$

Luego:

$$\text{Abscisa del PT} = K0 + 000 + 58.643 + 44.035 + 25.290 = K0 + 127.968$$

EJEMPLO 3.27: Elementos de curvas circulares compuestas de dos y tres radios

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.55, también se conocen:

Δ	$= 121^\circ D$
Δ_1	$= 24^\circ D$
Δ_2	$= 56^\circ D$
Abscisa del PI	$= K2+428.370$
Coordenadas del PI	$= 500N, 500E$

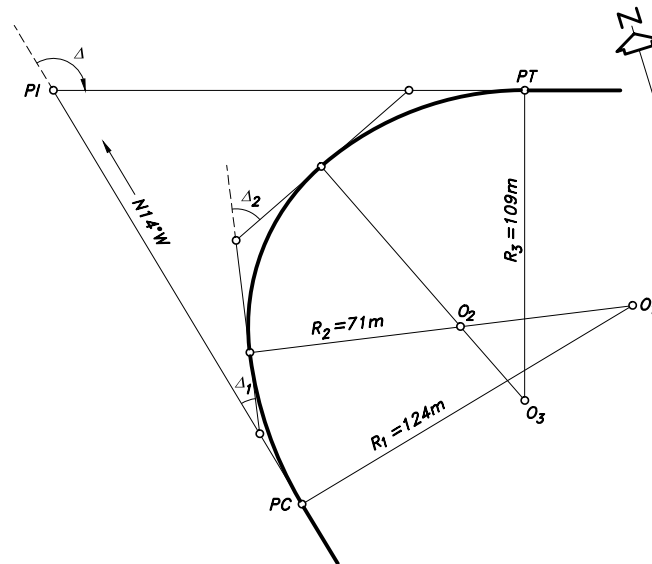


Figura 3.55 Ejemplo 3.27

Calcular:

Las abscisas y coordenadas del PC y PT .

Solución:

De acuerdo con la Figura 3.56, se tiene:

Abscisa del PC :

$Abscisa\ del\ PC = Abscisa\ del\ PI - T_L - y$, donde,

Abscisa del: PI

$Abscisa\ del\ PI = K2 + 428.370$

Tangente larga: T_L

Esta es la tangente larga de la curva compuesta de dos radios R_1 y R_2 .

Según la ecuación (3-22), se tiene:

$$T_L = \frac{R_2 - (R_1 \cos \Delta') + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2}{\sin \Delta'}$$

$$R_1 = 124m, R_2 = 71m, \Delta_2 = 56^\circ D, \Delta' = \Delta_1 + \Delta_2 = 24^\circ + 56^\circ = 80^\circ D$$

$$T_L = \frac{71 - (124 \cos 80^\circ) + (124 - 71) \cos 56^\circ}{\sin 80^\circ} = 80.325m$$

Distancia: y

$$\frac{y}{\sin \Delta_3} = \frac{T_C + T_3}{\sin \alpha}, y = \frac{(T_C + T_3) \sin \Delta_3}{\sin \alpha}$$

T_C es la tangente corta de la curva compuesta de dos radios R_1 y R_2 , que según la ecuación (3-21) es:

$$T_C = \frac{R_1 - (R_2 \cos \Delta') - (R_1 - R_2) \cos \Delta_1}{\sin \Delta'}$$

$$T_C = \frac{124 - (71 \cos 80^\circ) - (124 - 71) \cos 24^\circ}{\sin 80^\circ} = 64.229m$$

T_3 es la tangente de la curva circular simple de radio R_3 , cuyo valor es:

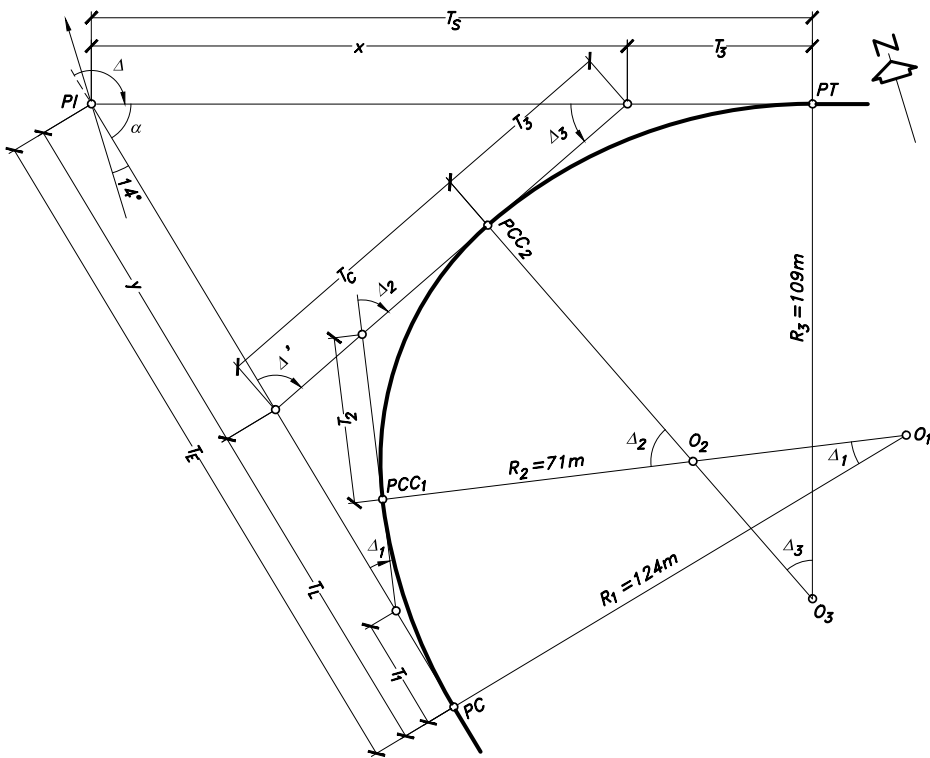


Figura 3.56 Curvas circulares compuestas de dos y tres radios

$$T_3 = R_3 \tan \frac{\Delta_3}{2}, R_3 = 109m, \Delta_3 = \Delta - \Delta' = 121^\circ - 80^\circ = 41^\circ$$

$$T_3 = 109 \tan \frac{41^\circ}{2} = 40.753m$$

$$\alpha = 180^\circ - \Delta = 180^\circ - 121^\circ = 59^\circ, \text{ por lo tanto,}$$

$$y = \frac{(64.229 + 40.753) \sin 41^\circ}{\sin 59^\circ} = 80.351m$$

Luego:

$$\text{Abcisa PC} = K2 + 428.370 - 80.325 - 80.351 = K2 + 267.694$$

Abscisa del PT:

$$\text{Abscisa del PT} = \text{Abscisa del PC} + L_{s1} + L_{s2} + L_{s3} \quad , \text{ donde,}$$

Abscisa del: PC

$$\text{Abscisa del PC} = K2 + 267.694$$

Longitud de la primera curva: L_{s1}

$$L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ} = \frac{\pi(124)24^\circ}{180^\circ} = 51.941m$$

Longitud de la segunda curva: L_{s2}

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} = \frac{\pi(71)56^\circ}{180^\circ} = 69.394m$$

Longitud de la tercera curva: L_{s3}

$$L_{s3} = \frac{\pi R_3 \Delta_3}{180^\circ} = \frac{\pi(109)41^\circ}{180^\circ} = 77.999m$$

Luego:

$$\text{Abscisa PT} = K2 + 267.694 + 51.941 + 69.394 + 77.999 = K2 + 467.028$$

Coordenadas del PC:

$$N_{PC} = N_{PI} + PI \cdot PC \cos Az_{PI,PC}$$

$$PI \cdot PC = y + T_L = 80.351 + 80.325 = 160.676m \quad , \quad Az_{PI,PC} = 360^\circ - 14^\circ - 180^\circ = 166^\circ$$

$$N_{PC} = 500 + 160.676 \cos 166^\circ = 344.097m$$

$$E_{PC} = E_{PI} + PI \cdot PC \sin Az_{PI,PC}$$

$$E_{PC} = 500 + 160.676 \sin 166^\circ = 538.871m$$

Coordenadas del PT:

$$N_{PT} = N_{PI} + PI \cdot PT \cos Az_{PI,PT}$$

$$PI \cdot PT = x + T_3$$

$$\frac{x}{\text{sen } \Delta'} = \frac{y}{\text{sen } \Delta_3}, \quad x = \frac{y \text{ sen } \Delta'}{\text{sen } \Delta_3} = \frac{80.351 \text{ sen } 80^\circ}{\text{sen } 41^\circ} = 120.615m$$

$$PI \cdot PT = 120.615 + 40.753 = 161.368m, \quad Az_{PI,PT} = \Delta - 14^\circ = 121 - 14 = 107^\circ$$

$$N_{PT} = 500 + 161.368 \cos 107^\circ = 452.821m$$

$$E_{PT} = E_{PI} + PI \cdot PT \text{ sen } Az_{PI,PT}$$

$$E_{PT} = 500 + 161.368 \text{ sen } 107^\circ = 654.317m$$

Chequeo de las tangentes de entrada y salida: T_E y T_S

Los resultados anteriores arrojan los siguientes valores:

$$T_E = PC \cdot PI = 160.676m$$

$$T_S = PI \cdot PT = 161.368m$$

Para la curva compuesta de tres radios, la tangente de entrada T_E , de acuerdo a la ecuación (3-25), es:

$$T_E = T_1 + \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \right] \left[\frac{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)}{\text{sen } \Delta} \right], \text{ donde,}$$

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 124 \tan \frac{24^\circ}{2} = 26.357m$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} = 71 \tan \frac{56^\circ}{2} = 37.751m$$

$$T_3 = R_3 \tan \frac{\Delta_3}{2} = 109 \tan \frac{41^\circ}{2} = 40.753m, \text{ por lo tanto,}$$

$$T_E = 26.357 + \left[26.357 + 37.751 + \frac{(37.751 + 40.753) \text{sen } 41^\circ}{\text{sen}(56^\circ + 41^\circ)} \right] \left[\frac{\text{sen}(56^\circ + 41^\circ)}{\text{sen } 121^\circ} \right]$$

$$T_E = 160.675m$$

Igualmente, la tangente de salida T_S , de acuerdo a la ecuación (3-26), es:

$$T_S = T_3 + \left[T_1 + T_2 + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_3}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)} \right] \left(\frac{\text{sen } \Delta_1}{\text{sen } \Delta} \right) + \frac{(T_2 + T_3) \text{sen } \Delta_2}{\text{sen}(\Delta_2 + \Delta_3)}, \text{ esto es,}$$

$$T_S = 40.753 + \left[26.357 + 37.751 + \frac{(37.751 + 40.753) \operatorname{sen} 41^\circ}{\operatorname{sen}(56^\circ + 41^\circ)} \right] \left(\frac{\operatorname{sen} 24^\circ}{\operatorname{sen} 127^\circ} \right) +$$

$$\frac{(37.751 + 40.753) \operatorname{sen} 56^\circ}{\operatorname{sen}(56^\circ + 41^\circ)}$$

$$T_S = 161.367m$$

3.4 ESTABILIDAD EN LA MARCHA, VELOCIDAD, CURVATURA, PERALTE Y TRANSICIÓN

3.4.1 Velocidad de diseño^[5,10]

La velocidad es el elemento básico para el diseño geométrico de carreteras y el parámetro de cálculo de la mayoría de los diversos componentes del proyecto.

La velocidad debe ser estudiada, regulada y controlada con el fin de que ella origine un perfecto equilibrio entre el usuario, el vehículo y la carretera, de tal manera que siempre se garantice la seguridad.

La *velocidad de diseño* o *velocidad de proyecto* de un tramo de carretera es la velocidad guía o de referencia que permite definir las características geométricas mínimas de todos los elementos del trazado, en condiciones de comodidad y seguridad. Por lo tanto, ella representa una referencia mínima.

La *velocidad de diseño* se define como la máxima velocidad segura y cómoda que puede ser mantenida en un tramo determinado de una vía, cuando las condiciones son tan favorables, que las características geométricas de la vía predominan.

Todos aquellos elementos geométricos de los alineamientos horizontal, de perfil y transversal, tales como radios mínimos, distancias de visibilidad, peraltes, pendientes máximas, anchos de carriles y bermas, anchuras y alturas libres, etc., dependen de la velocidad de diseño y varían con un cambio de ella.

La selección de la velocidad de diseño depende de la importancia o categoría de la futura carretera, de la configuración topográfica del terreno, de los usos de la tierra, del servicio que se quiere ofrecer, de las consideraciones ambientales, de la homogeneidad a lo largo de la carretera, de las facilidades de acceso (control de accesos), de la disponibilidad de recursos económicos y de las facilidades de financiamiento.

Al proyectar un tramo de carretera, hay que mantener un valor constante para la velocidad de diseño. Sin embargo, los cambios drásticos y sus limitaciones mismas, pueden obligar a usar diferentes velocidades de diseño para distintos tramos.

En el proceso de asignación de la velocidad de diseño se debe otorgar la máxima prioridad a la seguridad de los usuarios. Por ello la velocidad de diseño a lo largo del trazado debe ser tal que los conductores no sean sorprendidos por cambios bruscos y/o muy frecuentes en la velocidad a la que pueden realizar con seguridad el recorrido.

El diseñador, para garantizar la consistencia en la velocidad, debe identificar a lo largo del corredor de ruta tramos homogéneos a los que por las condiciones topográficas se les pueda asignar una misma velocidad. Esta velocidad, denominada *velocidad de diseño del tramo* homogéneo, V_{TR} , es la base para la definición de las características de los elementos geométricos incluidos en dicho tramo.

Para identificar los tramos homogéneos y establecer su *velocidad de diseño*, V_{TR} , se debe atender los dos siguientes criterios:

1. La longitud mínima de un tramo de carretera con una velocidad de diseño dada debe ser de 3 kilómetros para velocidades entre 20 y 50 Km/h y de 4 kilómetros para velocidades entre 60 y 110 Km/h, respectivamente.
2. La diferencia de la velocidad de diseño entre tramos adyacentes no puede ser mayor a 20 Km/h.

No obstante lo anterior, si debido a un marcado cambio en el tipo de terreno en un corto sector del corredor de ruta, es necesario establecer un tramo con longitud menor a la especificada, la diferencia de su velocidad de diseño con la de los tramos adyacentes no puede ser mayor de 10 Km/h.

En la Tabla 3.9 se establecen los rangos de las *velocidades de diseño* que se deben utilizar en función de la categoría de la carretera y el tipo de terreno.

Tabla 3.9 Velocidades de diseño de tramos homogéneos, V_{TR}

CATEGORÍA DE LA CARRETERA	TIPO DE TERRENO	VELOCIDAD DE DISEÑO DE UN TRAMO HOMOGÉNEO V_{TR} (Km/h)									
		20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Primaria de dos calzadas	Plano										
	Ondulado										
	Montañoso										
	Escarpado										
Primaria de una calzada	Plano										
	Ondulado										
	Montañoso										
	Escarpado										
Secundaria	Plano										
	Ondulado										
	Montañoso										
	Escarpado										
Terciaria	Plano										
	Ondulado										
	Montañoso										
	Escarpado										

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá, 2008.

3.4.2 Velocidad específica^[5,10]

Aunque la *velocidad de diseño* o *de proyecto* siga siendo el parámetro básico e inicial del diseño geométrico, seleccionada estrechamente con las condiciones físicas de la vía y su entorno y, por tanto, con el nivel de velocidad al que van a desear operar los conductores, y que condiciona las características mínimas de los parámetros geométricos, no se puede seguir suponiendo que los conductores van a conducir

siempre sus vehículos manteniendo esa velocidad, por lo que hay que estimar las *velocidades de operación* que pueden llegar a desarrollar a lo largo de cada uno de los elementos del alineamiento, diseñándolos en correspondencia con ellas y así garantizar la seguridad y comodidad de los usuarios de la carretera.

Como una primera aproximación a las velocidades de operación se pueden emplear las *velocidades específicas* de cada uno de los elementos geométricos, por ejemplo, de curvas en planta, siendo éstas las velocidades inferidas de las características geométricas resultantes con base en los mismos criterios de seguridad y comodidad considerados para la aplicación de la velocidad de diseño. Es decir, que la velocidad específica de una determinada curva con radio superior al mínimo correspondiente a la velocidad de diseño del tramo, será equivalente a la velocidad de diseño que tuviera asociado ese radio como mínimo.

Por lo tanto, la *velocidad específica* de un elemento de diseño, es la máxima velocidad que puede mantenerse a lo largo del elemento considerado aisladamente, en condiciones de seguridad y comodidad, cuando encontrándose el pavimento húmedo y las llantas en buen estado; las condiciones meteorológicas, del tránsito y las regulaciones son tales que no imponen limitaciones a la velocidad.

Entonces, existirá toda una sucesión de velocidades específicas asociadas a cada uno de los elementos geométricos, no pudiendo ser nunca inferiores a la velocidad de diseño del tramo. Diseñando con las diferentes velocidades específicas siempre se mantendrán los márgenes de seguridad y comodidad dentro de cada elemento. Por ejemplo, estableciendo el peralte correspondiente a una curva de un determinado radio con base en su velocidad específica y no en función de la velocidad de diseño que puede llegar a ser muy inferior.

En el medio colombiano, la velocidad tope a la que viajan los conductores en un momento dado es función, principalmente, de las restricciones u oportunidades que ofrezca el trazado de la carretera, el estado de la superficie de la calzada, las condiciones climáticas, la

intensidad del tráfico y las características del vehículo y en menor medida por las señales de límite de velocidad colocadas en la vía o por una eventual intervención de los agentes de tránsito.

Para tener en cuenta en el diseño esta actitud de “relativa indisciplina” de los conductores, es necesario dimensionar los elementos geométricos, curvas y entretangencias en planta y perfil, en forma tal que puedan ser recorridos con plena seguridad a la velocidad máxima más probable con que sería abordado cada uno de dichos elementos geométricos.

La velocidad máxima más probable con que sería abordado cada elemento geométrico es justamente su *velocidad específica* y es con la que se debe diseñar ese elemento.

El valor de la *velocidad específica*, V_e , de un elemento geométrico depende esencialmente de los siguientes parámetros:

1. Del valor de la *velocidad de diseño del tramo* homogéneo, V_{TR} , en que se encuentra incluido el elemento. La condición deseable es que a la mayoría de los elementos geométricos que integran el tramo homogéneo se les pueda asignar como *velocidad específica* el valor de la *velocidad de diseño del tramo*, V_{TR} .
2. De la geometría del trazado inmediatamente antes del elemento considerado, teniendo en cuenta el sentido en que el vehículo realiza el recorrido.

Para asegurar la mayor homogeneidad posible en la *velocidad específica* de los elementos geométricos, curvas y entretangencias, lo que necesariamente se traduce en mayor seguridad para los usuarios, se obliga a que las *velocidades específicas* de los elementos que integran un tramo homogéneo sean como mínimo iguales a la *velocidad de diseño del tramo*, V_{TR} , y no superen esta velocidad en más de 20 Km/h ($V_{TR} + 20 \text{ Km/h}$).

Estudios de velocidad en carreteras realizados en países con idiosincrasia similar a la colombiana, han establecido que la gran

mayoría de los conductores, dependiendo de la percepción del trazado que tienen adelante, incrementan su velocidad respecto a la velocidad de diseño del tramo, hasta en 20 Km/h .

La secuencia general para la asignación de la *velocidad específica* de los elementos geométricos en planta es la siguiente:

1. Partiendo de la *velocidad de diseño del tramo* homogéneo adoptada, V_{TR} , asignar la *velocidad específica* a cada una de las *curvas horizontales*, V_{CH} .
2. Partiendo de la *velocidad específica* asignada a cada una de las *curvas horizontales*, V_{CH} , asignar la *velocidad específica* a las *entretangencias horizontales*, V_{ETH} .

❶ VELOCIDAD ESPECÍFICA DE LA CURVA HORIZONTAL, V_{CH}

Para asignar la *velocidad específica* a las *curvas horizontales*, V_{CH} , incluidas en un *tramo homogéneo*, se consideran los siguientes parámetros:

1. La *velocidad de diseño del tramo* homogéneo, V_{TR} , en que se encuentra la curva horizontal.
2. El sentido en que el vehículo recorre la carretera.
3. La *velocidad específica* asignada a la curva horizontal anterior.
4. La longitud del segmento recto anterior. Se considera *segmento recto* a la distancia horizontal medida entre los puntos medios de las espirales de las curvas al inicio y al final del segmento si éstas son espiralizadas o entre el PT y el PC de las curvas si son circulares.
5. El ángulo de deflexión principal, Δ , de la curva analizada.

La *velocidad específica* de cada una de las *curvas horizontales*, V_{CH} , se debe establecer atendiendo a los siguientes criterios:

1. La *velocidad específica* de una curva horizontal, V_{CH} , no puede ser menor que la *velocidad de diseño del tramo* ($V_{CH} \geq V_{TR}$) ni superior a ésta en 20 Km/h ($V_{CH} \leq V_{TR} + 20$).
2. La *velocidad específica* de una curva horizontal debe ser asignada teniendo en cuenta la *velocidad específica* de la curva horizontal anterior y la longitud del segmento recto anterior.

Se ha establecido que los conductores, en función de la velocidad a la que recorren una curva horizontal y la longitud del segmento recto que encuentran al salir de dicha curva, adoptan el patrón de comportamiento que se tipifica en los cinco casos que se enuncian más adelante.

Tales casos se ilustran para la situación de *velocidades de diseño* relativamente altas (V_{TR} entre 60 y 110 Km/h) y se consignan en la Tabla 3.10.

Cuando la *velocidad de diseño* del tramo es relativamente baja (V_{TR} entre 30 y 50 Km/h) la longitud del segmento recto, en función de la cual los conductores toman la decisión para ajustar su velocidad, es menor, tal como se puede observar en la misma Tabla 3.10.

CASO 1:

Los conductores, al salir de la curva anterior, juzgan que la longitud del *segmento recto* es inferior a la distancia recorrida en aproximadamente 5 segundos a la *velocidad de diseño del tramo* (150 metros en promedio). En este caso no disponen del tiempo suficiente para obtener plena claridad sobre la situación y en consecuencia no alcanzan a realizar ajustes a su velocidad. La condición de seguridad indica que a la curva horizontal siguiente se le debe asignar la misma *velocidad específica* que la asignada a la curva que se acaba de recorrer.

CASO 2:

Los conductores, al salir de la curva anterior, juzgan que la longitud del *segmento recto* se encuentra entre 150 y 400 metros.

Tabla 3.10 Velocidad específica de una curva horizontal V_{CH} , incluida en un tramo homogéneo con velocidad de diseño V_{TR}

VELOCIDAD ESPECÍFICA DE LA CURVA HORIZONTAL ANTERIOR V_{CH} (Km/h)	VELOCIDAD DE DISEÑO DEL TRAMO $V_{TR} \leq 50$ Km/h LONGITUD DEL SEGMENTO RECTO ANTERIOR (m)				VELOCIDAD DE DISEÑO DEL TRAMO $V_{TR} > 50$ Km/h LONGITUD DEL SEGMENTO RECTO ANTERIOR (m)						
	$L \leq 70$	$\Delta < 45^\circ$	$70 < L \leq 250$	$\Delta \geq 45^\circ$	$250 < L \leq 400$	$L > 400$	$L \leq 150$	$150 < L \leq 400$ $\Delta < 45^\circ$ $\Delta \geq 45^\circ$	$400 < L \leq 600$	$L > 600$	
V_{TR}	V_{TR}	V_{TR}	V_{TR}	V_{TR}	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 20$	V_{TR}	V_{TR}	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 20$	
$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 10$	V_{TR}	V_{TR}	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 20$	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 20$	
$V_{TR} + 20$	$V_{TR} + 20$	$V_{TR} + 20$	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 20$	$V_{TR} + 20$	$V_{TR} + 20$	$V_{TR} + 10$	$V_{TR} + 20$	
CASO	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5

Fuente: Instituto Nacional de Vías. Manual de Diseño Geométrico de Carreteras. Bogotá. 2008.

En este caso ajustan o no su velocidad en función de la percepción que obtienen del trazado más allá de la curva que encuentran ya muy cercana.

Si el ángulo deflexión principal de la curva siguiente es menor de cuarenta y cinco grados ($\Delta < 45^\circ$), los conductores alcanzan a tener una noción razonablemente clara del trazado que sigue y no disminuyen la velocidad a la que ya se desplazan por el *segmento recto*, que es la velocidad a la que salieron de la curva anterior. En consecuencia, se le debe asignar a la curva horizontal una *velocidad específica* igual a la *velocidad específica* de dicha curva anterior.

CASO 3:

Los conductores, al salir de la curva anterior, juzgan que la longitud del *segmento recto* se encuentra entre 150 y 400 metros. Como el caso anterior, ajustan o no su velocidad en función de la noción que obtienen del trazado más allá de la curva que encuentran ya muy cercana.

Si la deflexión de la curva siguiente es mayor ó igual a cuarenta y cinco grados ($\Delta \geq 45^\circ$), los conductores tienen una percepción incierta del trazado y cautelosamente disminuyen su velocidad por lo que a la curva horizontal se le debe asignar una *velocidad específica* 10 Km/h menor que la *velocidad específica* de la curva anterior.

CASO 4:

Los conductores, al salir de la curva anterior, juzgan que la longitud del *segmento recto* se encuentra entre 400 y 600 metros. De allí que, en este caso, el *segmento recto* es suficientemente extenso para que la velocidad de entrada a la curva siguiente sea independiente de la velocidad a la que se salió de la curva anterior, pero no demasiado, por lo que los conductores ajustan su velocidad a una superior tan solo en 10 Km/h respecto a la *velocidad de diseño del tramo*, V_{TR} . Por lo tanto, se le debe asignar a la curva horizontal una *velocidad específica* igual a la *velocidad de diseño del tramo*

más 10 Km/h ($V_{TR} + 10$), ya que es a esta velocidad a la que los vehículos entrarán en dicha curva.

CASO 5:

Los conductores, al salir de la curva anterior, juzgan que la longitud del *segmento recto* es mayor de 600 metros. En este caso, en el que el *segmento recto* por su longitud relativamente grande estimula a los conductores a incrementar la velocidad, éstos ajustan su velocidad a una superior en 20 Km/h respecto a la *velocidad de diseño del tramo*, V_{TR} . Por lo tanto, se le debe asignar a la curva horizontal una *velocidad específica* igual a la *velocidad de diseño del tramo* más 20 Km/h ($V_{TR} + 20$), ya que es a esta velocidad a la que los vehículos entrarán en dicha curva.

3. La diferencia entre las *velocidades específicas* de la última curva horizontal de un tramo y la primera del siguiente se indican en la Tabla 3.11. Tales diferencias están en función de la *velocidad de diseño* de los tramos contiguos y de la longitud del segmento recto entre dichas curvas. Además, son concordantes con los criterios establecidos para la asignación de la *velocidad específica* de las curvas horizontales dentro de un mismo tramo.

Es necesario enfatizar que para no desvirtuar el valor asignado a la *velocidad de diseño del tramo*, V_{TR} , cada vez que las condiciones topográficas del terreno lo permitan, se debe plantear una propuesta del eje que conduzca, al momento de asignar la *velocidad específica a las curvas horizontales*, V_{CH} , a que estas *velocidades específicas* resulten lo más cercanas posible a la *velocidad de diseño del tramo homogéneo*, V_{TR} . Como ya se manifestó en un párrafo anterior, la condición ideal es que todas o casi todas las curvas horizontales tengan como *velocidad específica*, V_{CH} , la *velocidad de diseño del tramo homogéneo*, V_{TR} .

Los criterios expuestos se han adoptado considerando terreno a nivel o pendientes muy suaves, siendo ésta la situación asociada a las mayores velocidades, constituyendo el caso crítico. En las pendientes, tanto de ascenso como de descenso, los vehículos tienden a reducir su velocidad.

Tabla 3.11 Diferencia entre la velocidad específica de la última curva horizontal del tramo anterior y la primera curva horizontal del tramo analizado, en Km/h

VELOCIDAD DE DISEÑO DE LOS TRAMOS CONTIGUOS (Km/h)		LONGITUD DEL SEGMENTO RECTO ANTERIOR (m) ⁽¹⁾				LONGITUD DEL SEGMENTO RECTO ANTERIOR (m)					
		L ≤ 70	70 < L ≤ 250		250 < L ≤ 400	L > 400	L ≤ 150	150 < L ≤ 400		400 < L ≤ 600	L > 600
			Δ < 45°	Δ ≥ 45°				Δ < 45°	Δ ≥ 45°		
20	30	0	0	0	10	20	N.A. ⁽²⁾	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
20	40	0	0	0	10	20	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
30	20	0	0	-10	10	NOTA ⁽³⁾	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
30	40	0	0	0	10	20	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
30	50	0	0	0	10	20	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
40	20	0	0	-10	NOTA ⁽⁵⁾	NOTA ⁽³⁾	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
40	30	0	0	-10	10	NOTA ⁽³⁾	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
40	50	0	0	0	10	20	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
40	60	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20
50	30	0	0	-10	NOTA ⁽⁵⁾	NOTA ⁽³⁾	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
50	40	0	0	-10	10	NOTA ⁽³⁾	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.
50	60	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20
50	70	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20
60	40	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	NOTA ⁽⁶⁾	NOTA ⁽⁴⁾
60	50	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	10	NOTA ⁽⁴⁾
60	70	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20
60	80	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20
70	50	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	NOTA ⁽⁶⁾	NOTA ⁽⁴⁾
70	60	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	10	NOTA ⁽⁴⁾
70	80	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20
70	90	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20

Continúa

Tabla 3.11 Diferencia entre la velocidad específica de la última curva horizontal del tramo anterior y la primera curva horizontal del tramo analizado, en Km/h (continuación)

VELOCIDAD DE DISEÑO DE LOS TRAMOS CONTIGUOS (Km/h)		LONGITUD DEL SEGMENTO RECTO ANTERIOR (m) ⁽¹⁾				LONGITUD DEL SEGMENTO RECTO ANTERIOR (m)						
		L ≤ 70	70 < L ≤ 250		250 < L ≤ 400		L > 400	L ≤ 150	150 < L ≤ 400		400 < L ≤ 600	L > 600
ANTERIOR	ANALIZADO		Δ < 45°	Δ ≥ 45°					Δ < 45°	Δ ≥ 45°		
80	60	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	NOTA ⁽⁶⁾	NOTA ⁽⁴⁾	
80	70	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	10	NOTA ⁽⁴⁾	
80	90	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20	
80	100	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20	
90	70	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	NOTA ⁽⁶⁾	NOTA ⁽⁴⁾	
90	80	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	10	NOTA ⁽⁴⁾	
90	100	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20	
90	110	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20	
100	80	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	NOTA ⁽⁶⁾	NOTA ⁽⁴⁾	
100	90	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	10	NOTA ⁽⁴⁾	
100	110	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	0	10	20	
110	90	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	-10	NOTA ⁽⁶⁾	NOTA ⁽⁴⁾	
110	100	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	0	0	10	10	NOTA ⁽⁴⁾	

(1): Longitud del segmento recto entre la última curva horizontal del tramo anterior y la primera curva horizontal del tramo analizado.

(2): No Aplica.

(3): Si la longitud del segmento recto anterior es mayor de 400 metros es necesario revisar las velocidades asignadas a los tramos homogéneos V_{IR}.

(4): Si la longitud del segmento recto anterior es mayor de 600 metros es necesario revisar las velocidades asignadas a los tramos homogéneos V_{IR}.

(5): Si la longitud del segmento recto anterior se encuentra entre 250 y 400 metros es necesario revisar las velocidades asignadas a los tramos homogéneos V_{IR}.

(6): Si la longitud del segmento recto anterior se encuentra entre 400 y 600 metros es necesario revisar las velocidades asignadas a los tramos homogéneos V_{IR}.

(1): Longitud del segmento recto entre la última curva horizontal del tramo anterior y la primera curva horizontal del tramo analizado.

(2): No Aplica.

(3): Si la longitud del segmento recto anterior es mayor de 400 metros es necesario revisar las velocidades asignadas a los tramos homogéneos V_{TR}.

(4): Si la longitud del segmento recto anterior es mayor de 600 metros es necesario revisar las velocidades asignadas a los tramos homogéneos V_{TR}.

(5): Si la longitud del segmento recto anterior se encuentra entre 250 y 400 metros es necesario revisar las velocidades asignadas a los tramos homogéneos V_{TR}.

(6): Si la longitud del segmento recto anterior se encuentra entre 400 y 600 metros es necesario revisar las velocidades asignadas a los tramos homogéneos V_{TR}.

Fuente: Instituto Nacional de Vías. Manual de Diseño Geométrico de Carreteras. Bogotá. 2008.

La asignación de la *velocidad específica de las curvas horizontales*, V_{CH} , se debe realizar simulando primero el desplazamiento de un vehículo en un sentido de circulación y luego en el otro. La *velocidad específica* que se le asigne como definitiva a una curva debe ser la mayor que resulte de la simulación en ambos sentidos.

El procedimiento general sugerido para asignar la *velocidad específica de las curvas horizontales*, V_{CH} , se describe a continuación:

1. Trazado de la línea de ceros.
2. Diseño preliminar del eje en planta: se debe realizar ajustado a la línea de ceros y de acuerdo a la *velocidad de diseño del tramo*, V_{TR} , adoptada.
3. Determinación de la longitud de los segmentos rectos entre las curvas propuestas.
4. Asignación de la *velocidad específica de las curvas horizontales*, V_{CH} , simulando el recorrido en el sentido creciente del abscisado. Se sugiere el siguiente procedimiento:
 - a) Asignar la *velocidad específica*, V_{CH} , a la primera curva del tramo homogéneo observando los criterios que se enuncian a continuación:
 - Diferencia de *velocidades de diseño* entre tramos homogéneos.
 - Diferencia entre la *velocidad específica* de la última curva del tramo anterior y la primera del tramo siguiente. Los valores se presentan en la Tabla 3.11. Cuando no existe tramo anterior, la *velocidad específica* de la primera curva debe ser mayor o igual a la *velocidad del tramo homogéneo*, V_{TR} , y menor o igual a la *velocidad del tramo* más 20 Km/h ($V_{TR} \leq V_{CH} \leq V_{TR} + 20$).
 - b) Asignar la *velocidad específica* a las demás curvas en forma consecutiva, cumpliendo con los criterios indicados en la Tabla 3.10, hasta terminar con la asignación de la *velocidad específica* de la última curva.

5. Asignación de la *velocidad específica*, V_{CH} , de las curvas horizontales simulando el recorrido en el sentido decreciente del abscisado: a la primera curva del tramo homogéneo analizado en el sentido decreciente del abscisado se le debe asignar el mismo valor de *velocidad específica* que se le asignó cuando se realizó la simulación en el sentido creciente del abscisado.
6. Asignación de la *velocidad específica*, V_{CH} , definitiva a cada una de las curvas horizontales del tramo homogéneo: como resultado de la asignación de las *velocidades específicas* simulando el recorrido en el sentido creciente del abscisado y luego en el sentido contrario, cada una de las curvas tiene asignadas dos *velocidades específicas* que pueden ser iguales o diferentes. En el caso de que sean diferentes, la condición de seguridad indica que se debe asignar la mayor como *velocidad específica* definitiva de la curva horizontal.

2 VELOCIDAD ESPECÍFICA DE LA ENTRETANGENCIA HORIZONTAL, V_{ETH}

En carreteras de una calzada, un vehículo puede ingresar a la entretangencia saliendo de la curva horizontal localizada en un extremo, que tiene una determinada *velocidad específica*, V_{CH} , o saliendo de la curva localizada en el otro extremo, que también tiene su propia *velocidad específica*, V_{CH} . Los vehículos van a circular por la entretangencia a la velocidad a la que salieron de la curva siendo críticos los que entraron a la entretangencia desde la curva horizontal que presenta la *velocidad específica* mayor.

En consecuencia, la *velocidad específica de la entretangencia horizontal*, V_{ETH} , debe ser igual a la mayor de las dos *velocidades específicas*, V_{CH} , de las curvas horizontales extremas.

Es necesario establecer la probable velocidad a la que circularán los vehículos en la entretangencia horizontal, para la verificación de la distancia de visibilidad de adelantamiento y para la asignación de la velocidad específica de una curva vertical incluida en dicha entretangencia, como se verá más adelante.

3.4.3 Desplazamiento de un vehículo sobre una curva circular

Para ángulos de deflexión principal $\Delta \leq 6^\circ$, en el caso de que no puedan evitarse curvas circulares simples, se recomienda utilizar las de los radios mínimos dados en la Tabla 3.12^[5].

Tabla 3.12 Radios para deflexiones pequeñas

ÁNGULO DE DEFLEXIÓN Δ	6°	5°	4°	3°	2°
RADIO MÍNIMO R (metros)	2000	2500	3500	5500	9000

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico para Carreteras*. Bogotá. 1998.

Con el propósito de proporcionar seguridad, eficiencia y un diseño balanceado entre los elementos de la vía desde el punto de vista *geométrico y físico*, es fundamental estudiar la relación existente entre la velocidad y la curvatura.

Cuando un vehículo circula sobre una curva horizontal, actúa sobre él una *fuerza centrífuga* F que tiende a desviarlo radialmente hacia afuera de su trayectoria normal. La magnitud de esta fuerza es:

$$F = ma$$

Donde:

m = Masa del vehículo.

a = Aceleración radial, dirigida hacia el centro de curvatura.

Pero, la masa m y la aceleración radial a son iguales a:

$$m = \frac{W}{g}, \quad a = \frac{V^2}{R}$$

Donde:

W = Peso del vehículo.

g = Aceleración de la gravedad.

V = Velocidad del vehículo.

R = Radio de la curva circular horizontal.

Por lo tanto:

$$F = \frac{WV^2}{gR} \quad (3-27)$$

En esta última expresión se puede ver que para un mismo radio R , la fuerza centrífuga F es mayor si la velocidad V es mayor, por lo que el *efecto centrífugo* es más notable.

La única fuerza que se opone al deslizamiento lateral del vehículo es la *fuerza de fricción* desarrollada entre las llantas y el pavimento. Esta fuerza por sí sola, generalmente, no es suficiente para impedir el deslizamiento transversal; por lo tanto, será necesario buscarle un complemento inclinando transversalmente la calzada. Dicha inclinación se denomina *peralte*.

Si sobre una curva horizontal de radio R un vehículo circula a una velocidad constante V , según la ecuación (3-27), el peso W y la fuerza centrífuga F son también constantes, pero sus componentes en las direcciones normal y paralela al pavimento varían según la inclinación que tenga la calzada, tal como se aprecia en la Figura 3.57.

Para la situación anterior, las componentes normales de las fuerzas W y F son siempre del mismo sentido y se suman, actuando hacia el pavimento, contribuyendo a la estabilidad del vehículo. Por el contrario, las componentes paralelas de W y F son de sentido opuesto y su relación hace variar los efectos que se desarrollan en el vehículo.

Las componentes normales y paralelas de las fuerzas W y F se definen como:

W_n, F_n = Componentes normales al pavimento.

W_p, F_p = Componentes paralelas al pavimento.

De esta manera, dependiendo de la relación entre W_p y F_p , se presentan los siguientes casos:

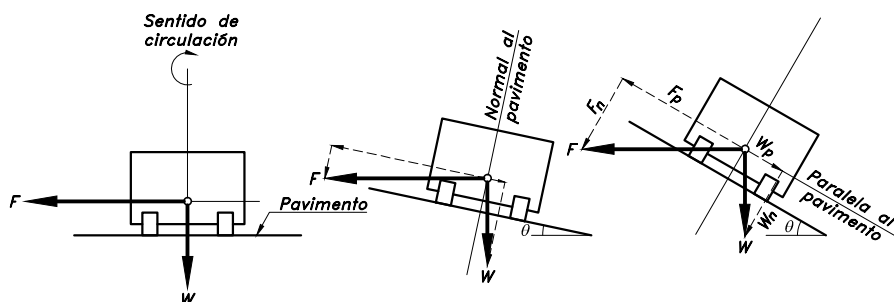


Figura 3.57 Efecto de la inclinación transversal de la calzada sobre un vehículo circulando en curva

Caso ❶: $W_p=0$

La calzada es horizontal, esto es, no hay inclinación transversal y F_p alcanza su valor máximo F .

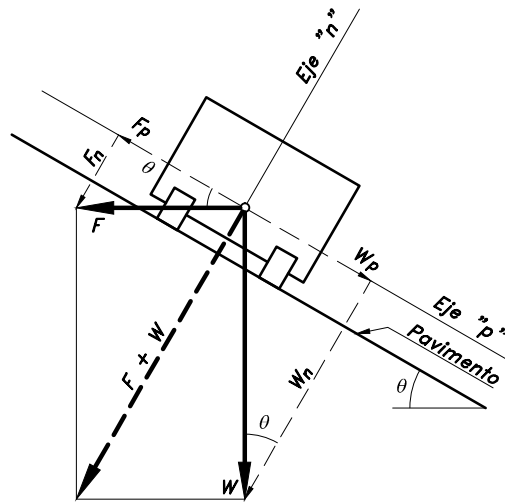
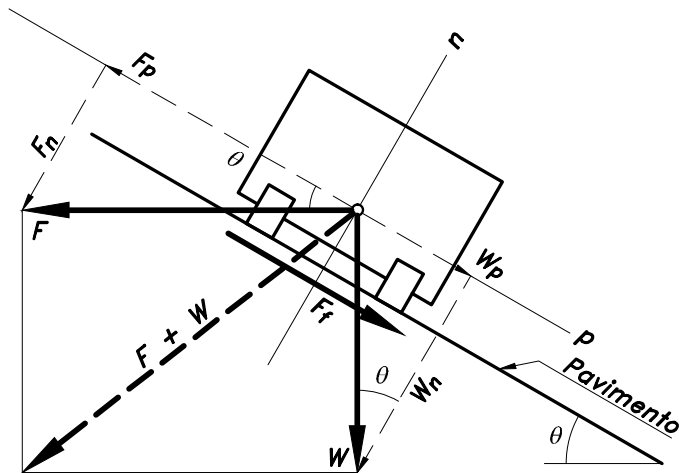
Caso ❷: $W_p=F_p$, Figura 3.58

En este caso, la fuerza resultante $F+W$ es perpendicular a la superficie del pavimento. Por lo tanto, la fuerza centrífuga F no es sentida en el vehículo. La velocidad a la cual se produce este efecto se le llama *velocidad de equilibrio*.

Caso ❸: $W_p < F_p$, Figura 3.59

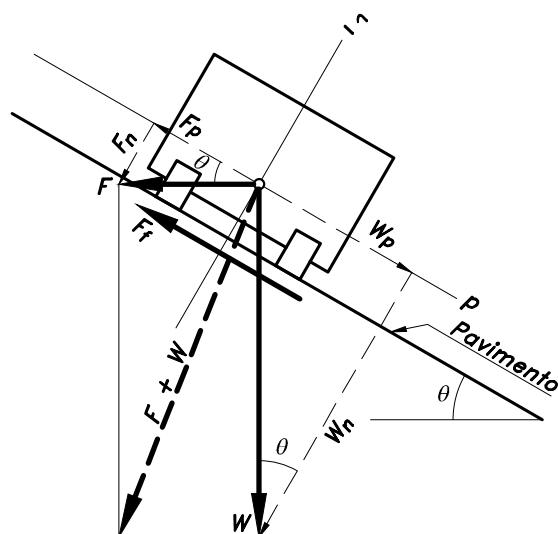
En este caso, la fuerza resultante $F+W$ actúa en el sentido de la fuerza centrífuga F .

Por lo tanto, el vehículo tiende a deslizarse hacia el *exterior* de la curva, pues se origina un momento en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj. Volcamiento de este caso es típico en vehículos *livianos*.

Figura 3.58 Caso $W_p = F_p$ Figura 3.59 Caso $W_p < F_p$

Caso ④: $W_p > F_p$, Figura 3.60

En este caso, la fuerza resultante $F+W$ actúa en el sentido contrario de la fuerza centrífuga F . Por lo tanto, el vehículo tiende a deslizarse hacia el *interior* de la curva. Volcamiento de este caso es típico en vehículos *pesados*.

Figura 3.60 Caso $W_p > F_p$

3.4.4 Velocidad, curvatura, peralte y fricción lateral^[5,10]

Existen dos fuerzas que se oponen al deslizamiento lateral de un vehículo, la componente W_p del peso y la fuerza de fricción transversal desarrollada entre las llantas y el pavimento. Igualmente para ayudar a evitar este deslizamiento, se acostumbra en las curvas darle cierta inclinación transversal a la calzada. Esta inclinación denominada *peralte*, se simboliza con la letra e . Por lo tanto, de acuerdo con las figuras anteriores:

$$e = \tan \theta \quad (3-28)$$

Dependiendo de la relación entre las componentes y , como se vio anteriormente, se plantea lo siguiente:

A la velocidad de equilibrio:

Según la Figura 3.58, se tiene que:

$$W_p = F_p$$

$$W \sin \theta = F \cos \theta$$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta = \frac{F}{W}$$

Reemplazando las ecuaciones (3-27) y (3-28):

$$e = \frac{\frac{WV^2}{gR}}{W}, \text{ esto es,}$$

$$e = \frac{V^2}{gR} \quad (3-29)$$

Donde el peralte e es adimensional, la velocidad V se expresa en Km/h , el radio R en metros, y g es igual a 9.81 m/seg^2 . Por lo tanto, convirtiendo unidades se llega a:

$$e = \frac{V^2}{9.81 R} \frac{Km^2 / h^2}{(m / seg^2) m}$$

$$e = \frac{V^2}{9.81 R} (Km^2 / m^2) (seg^2 / h^2) (1000 m / 1 Km)^2 (1 h / 3600 seg)^2$$

$$e = \frac{V^2}{127 R} \quad (3-30)$$

A velocidades diferentes a la de equilibrio:

Para el *Caso 3*, $W_p < F_p$, o lo que es lo mismo $(F_p - W_p) > 0$, en la Figura 3.59, se puede ver que:

La resultante paralela $(F_p - W_p)$ actúa hacia la izquierda, por lo que deberá ser resistida por una fuerza de fricción transversal F_f desarrollada entre las llantas y el pavimento y que actúa hacia la derecha. Esto es:

$$F_p - W_p = F_f$$

Pero también se sabe que:

$$\text{Fuerza de fricción} = \text{Fuerza normal} (\text{Coeficiente de fricción})$$

Por lo tanto, denominando por f_T el coeficiente de fricción transversal, se tiene:

$$F_p - W_p = (F_n + W_n)f_T$$

$$f_T = \frac{F_p - W_p}{F_n + W_n}$$

En la práctica para valores normales del peralte, la componente F_n es muy pequeña comparada con la componente W_n , por lo que se puede despreciar. Luego:

$$f_T = \frac{F_p - W_p}{W_n} = \frac{F \cos \theta - W \sin \theta}{W \cos \theta} = \frac{F \cos \theta}{W \cos \theta} - \frac{W \sin \theta}{W \cos \theta} = \frac{F}{W} - \tan \theta$$

$$f_T = \frac{F}{W} - e$$

Reemplazando la ecuación (3-27):

$$f_T = \frac{\frac{WV^2}{gR}}{W} - e = \frac{V^2}{gR} - e, \text{ esto es,}$$

$$e + f_T = \frac{V^2}{gR} \quad (3-31)$$

Convirtiendo unidades:

$$e + f_T = \frac{V^2}{127R} \quad (3-32)$$

Para el *Caso 4*, $W_p > F_p$, o lo que es lo mismo $(F_p - W_p) < 0$, según la Figura 3.60, por homología se llega a:

$$e - f_T = \frac{V^2}{127R} \quad (3-33)$$

La situación más común que se presenta en la práctica es aquella en la cual la mayoría de los vehículos circulan a velocidades superiores a la velocidad de equilibrio. En este sentido, para efectos de diseño, la expresión más utilizada es la de la ecuación (3-32) para el *Caso 3*.

Cuando un vehículo circula por una curva circular horizontal de radio R , se le debe permitir recorrerla con seguridad y comodidad a la velocidad de operación o específica V_{CH} por la que opte al afrontarla. La seguridad se introduce en el diseño garantizando la estabilidad del vehículo ante la fuerza centrífuga F que tiende a desequilibrarlo hacia el exterior de la curva, oponiéndose a ella el peralte e o inclinación transversal de la calzada y la fuerza de fricción transversal F_T movilizada entre las llantas y el pavimento.

Por tanto, para cada velocidad de operación o específica V_{CH} se adopta un coeficiente de fricción transversal movilizable que sea seguro en condiciones críticas $f_{Tm\acute{a}x}$, como son pavimento mojado y estado desgastado de las llantas, y un peralte suficiente $e_{m\acute{a}x}$, obteniendo así el radio mínimo R_{min} de la curva que genera la fuerza centrífuga que se puede contrarrestar con estos valores seleccionados.

En otras palabras, el radio mínimo R_{min} , es el límite para una velocidad específica V_{CH} dada del vehículo, calculado a partir del peralte máximo $e_{m\acute{a}x}$ y del coeficiente de fricción transversal máximo $f_{Tm\acute{a}x}$, según la ecuación (3-32), como:

$$R_{min} = \frac{V_{CH}^2}{127(e_{m\acute{a}x} + f_{Tm\acute{a}x})} \quad (3-34)$$

El Radio mínimo de curvatura solo debe ser usado en situaciones extremas, donde sea imposible la aplicación de radios mayores.

En Colombia para carreteras *primarias* y *secundarias* se establece como peralte máximo $e_{m\acute{a}x}$ el 8%, el cual permite no incomodar a aquellos vehículos que viajan a velocidades menores, especialmente a los vehículos con centro de gravedad muy alto y a los vehículos articulados (tracto-camión con remolque) los cuales pueden tener un potencial de volcamiento de su carga al circular por curvas con peraltes muy altos.

A su vez, para *carreteras terciarias*, especialmente en terreno montañoso y escarpado, donde es difícil disponer de longitudes de

entretangencia amplias, por lo que no es fácil hacer la transición de peralte, se considera que el peralte máximo $e_{m\acute{a}x}$ más adecuado es del 6%.

El coeficiente de fricción transversal máximo $f_{Tm\acute{a}x}$, está determinado por numerosos factores, entre los cuales se encuentran el estado de la superficie de rodadura, la velocidad del vehículo y el tipo y condiciones de las llantas de los vehículos. Se adoptan los valores del coeficiente de fricción transversal máximo $f_{Tm\acute{a}x}$, dados por los estudios recientes de la AASHTO^[1], los cuales se indican en la Tabla 3.13.

Tabla 3.13 Coeficientes de fricción transversal máximos, $f_{Tm\acute{a}x}$

VELOCIDAD ESPECÍFICA V_{CH} (Km/h)	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
COEFICIENTE DE FRICCIÓN TRANSVERSAL MÁXIMO $f_{Tm\acute{a}x}$	0.35	0.28	0.23	0.19	0.17	0.15	0.14	0.13	0.12	0.11	0.09	0.08

Fuente: AASHTO. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. Washington D.C. 2004.

En la Tabla 3.14 y en la Tabla 3.15 se presentan los radios mínimos absolutos $R_{m\acute{i}n}$, calculados con la ecuación (3-34), para las velocidades específicas indicadas V_{CH} , los peraltes máximos recomendados $e_{m\acute{a}x}$ y los coeficientes de fricción transversal máximos $f_{Tm\acute{a}x}$.

Tabla 3.14 Radios mínimos absolutos para peralte máximo $e_{m\acute{a}x}=8\%$ y fricción máxima, carreteras primarias y secundarias

VELOCIDAD ESPECÍFICA V_{CH} (Km/h)	PERALTE RECOMENDADO $e_{m\acute{a}x}$ (%)	FRICCIÓN TRANSVERSAL $f_{Tm\acute{a}x}$	RADIO MÍNIMO $R_{m\acute{i}n}$ (m)	
			CALCULADO	REDONDEADO
40	8.0	0.23	40.6	41
50	8.0	0.19	72.9	73
60	8.0	0.17	113.4	113
70	8.0	0.15	167.8	168
80	8.0	0.14	229.1	229
90	8.0	0.13	303.7	304
100	8.0	0.12	393.7	394
110	8.0	0.11	501.5	502
120	8.0	0.09	667.0	667
130	8.0	0.08	831.7	832

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

Tabla 3.15 Radios mínimos absolutos para peralte máximo $e_{m\acute{a}x}=6\%$ y fricción máxima, carreteras terciarias

VELOCIDAD ESPECÍFICA V_{CH} (Km/h)	PERALTE RECOMENDADO $e_{m\acute{a}x}(\%)$	FRICCIÓN TRANSVERSAL $f_{Tm\acute{a}x}$	RADIO MÍNIMO $R_{m\acute{i}n}$ (m)	
			CALCULADO	REDONDEADO
20	6.0	0.35	7.7	15 ⁽¹⁾
30	6.0	0.28	20.8	21
40	6.0	0.23	43.4	43
50	6.0	0.19	78.7	79
60	6.0	0.17	123.2	123

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

(1): La adopción de este valor redondeado se sustenta básicamente en la necesidad de suministrar a los vehículos condiciones de desplazamiento cómodas, en aras de permitir giros sin requerir cambios muy fuertes en su velocidad.

Una vez asignada la velocidad específica V_{CH} a cada curva horizontal y con el radio de curvatura elegido R , que se supone es el que permite ajustar de la mejor manera la trayectoria de la curva a la topografía del terreno, es necesario asignar el peralte e que debe tener dicha curva para que con su radio R permita que los vehículos puedan circular con plena seguridad a la velocidad específica V_{CH} . Para ello, el Manual de Diseño Geométrico de Carreteras de INVIAS^[10] ha adoptado el criterio de la AASHTO denominado Método 5, incluido en su versión 2004^[1]. Este método involucra el principio fundamental de que cuando un vehículo recorre una trayectoria curva, la compensación de la fuerza centrífuga es realizada fundamentalmente por el peralte de la calzada y cuando el peralte ya resulta insuficiente, completa lo requerido, demandando fricción transversal.

Lo anterior implica que para curvas de radios superiores al mínimo, la fricción transversal demandada no es la fricción transversal máxima sino que su valor es establecido en el Método 5 mediante una función parabólica. Entonces, a aquellas curvas con radios mayores que el radio mínimo, se les debe asignar un peralte menor en forma tal que la circulación sea cómoda, tanto para los vehículos lentos como para los rápidos.

En la Tabla 3.16 se presenta el valor del peralte e en función de la velocidad específica V_{CH} y el radio R para carreteras primarias y secundarias ($e_{m\acute{a}x}=8\%$) y en la Tabla 3.17 para carreteras terciarias ($e_{m\acute{a}x}=6\%$).

Tabla 3.16 Radios R, según velocidad específica V_{CH} y peralte e, para $e_{max}=8\%$,
carreteras primarias y secundarias

e (%)	$V_{CH}=40$ Km/h R (m)	$V_{CH}=50$ Km/h R (m)	$V_{CH}=60$ Km/h R (m)	$V_{CH}=70$ Km/h R (m)	$V_{CH}=80$ Km/h R (m)	$V_{CH}=90$ Km/h R (m)	$V_{CH}=100$ Km/h R (m)	$V_{CH}=110$ Km/h R (m)	$V_{CH}=120$ Km/h R (m)	$V_{CH}=130$ Km/h R (m)
1.5	784	1090	1490	1970	2440	2970	3630	4180	4900	5360
2.0	571	791	1090	1450	1790	2190	2680	3090	3640	4000
2.2	512	711	976	1300	1620	1980	2420	2790	3290	3620
2.4	463	644	885	1190	1470	1800	2200	2550	3010	3310
2.6	421	587	808	1080	1350	1650	2020	2340	2760	3050
2.8	385	539	742	992	1240	1520	1860	2180	2550	2830
3.0	354	496	684	916	1150	1410	1730	2000	2370	2630
3.2	326	458	633	849	1060	1310	1610	1870	2220	2460
3.4	302	425	588	790	988	1220	1500	1740	2080	2310
3.6	279	395	548	738	924	1140	1410	1640	1950	2180
3.8	259	368	512	690	866	1070	1320	1540	1840	2060
4.0	241	344	479	648	813	1010	1240	1450	1740	1950
4.2	224	321	449	608	766	948	1180	1380	1650	1850
4.4	208	301	421	573	722	895	1110	1300	1570	1760
4.6	192	281	395	540	682	847	1050	1240	1490	1680
4.8	178	263	371	509	645	803	996	1180	1420	1610
5.0	163	248	349	480	611	762	947	1120	1360	1540
5.2	148	229	328	454	579	724	901	1070	1300	1480
5.4	136	213	307	429	549	689	859	1020	1250	1420
5.6	125	198	288	405	521	656	819	975	1200	1360
5.8	115	185	270	382	494	625	781	933	1150	1310
6.0	106	172	253	360	469	595	746	894	1100	1260
6.2	98	161	238	340	445	567	713	857	1060	1220
6.4	91	151	224	322	422	540	681	823	1020	1180
6.6	85	141	210	304	400	514	651	789	982	1140
6.8	79	132	198	287	379	489	620	757	948	1100
7.0	73	123	185	270	358	464	591	724	914	1070
7.2	68	115	174	254	338	440	561	691	879	1040
7.4	62	107	162	237	318	415	531	657	842	998
7.6	57	99	150	221	296	389	499	621	803	962
7.8	52	90	137	202	273	359	462	579	757	919
8.0	41	73	113	168	229	304	394	501	667	832

Fuente: AASHTO. A Policy on Geometric Design of Highways and Streets. Washington D.C. 2004.

Tabla 3.17 Radios R , según velocidad específica V_{CH} y peralte e , para $e_{máx}=6\%$, carreteras terciarias

e (%)	$V_{CH}=20$ Km/h R (m)	$V_{CH}=30$ Km/h R (m)	$V_{CH}=40$ Km/h R (m)	$V_{CH}=50$ Km/h R (m)	$V_{CH}=60$ Km/h R (m)
1.5	194	421	738	1050	1440
2.0	138	299	525	750	1030
2.2	122	265	465	668	919
2.4	109	236	415	599	825
2.6	97	212	372	540	746
2.8	87	190	334	488	676
3.0	78	170	300	443	615
3.2	70	152	269	402	561
3.4	61	133	239	364	511
3.6	51	113	206	329	465
3.8	42	96	177	294	422
4.0	36	82	155	261	380
4.2	31	72	136	234	343
4.4	27	63	121	210	311
4.6	24	56	108	190	283
4.8	21	50	97	172	258
5.0	19	45	88	156	235
5.2	17	40	79	142	214
5.4	15	36	71	128	195
5.6	15	32	63	115	176
5.8	15	28	56	102	156
6.0	15	21	43	79	123

Fuente: AASHTO. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. Washington D.C. 2004.

3.4.5 Transición del peralte

La sección transversal de la calzada sobre un alineamiento recto tiene una inclinación comúnmente llamada *bombeo normal*, el cual tiene por objeto facilitar el drenaje o escurrimiento de las aguas lluvias lateralmente hacia las cunetas. El valor del bombeo dependerá del tipo de superficie y de la intensidad de las lluvias en la zona del proyecto, variando del 1% al 4%.

Así mismo, la sección transversal de la calzada sobre un alineamiento curvo tendrá una inclinación asociada con el peralte, el cual tiene por objeto, como se vio anteriormente, facilitar el desplazamiento seguro de los vehículos sin peligros de deslizamientos.

Para pasar de una sección transversal con bombeo normal a otra con peralte, es necesario realizar un cambio de inclinación de la calzada. Este cambio no puede realizarse bruscamente, sino gradualmente a lo

largo de la vía entre este par de secciones. A este tramo de la vía se le llama *transición de peraltado*.

Si para el diseño de las curvas horizontales se emplean curvas espirales de transición, las cuales se estudiarán más adelante, la transición del peraltado se efectúa gradualmente en función de la curvatura de la espiral.

Cuando sólo se dispone de curvas circulares, se acostumbra a realizar una parte de la transición en la recta y la otra parte sobre la curva. Se ha encontrado empíricamente que la transición del peralte puede introducirse dentro de la curva hasta en un 50%, siempre que por lo menos la tercera parte central de la longitud de la curva circular quede con el peralte completo.

Para realizar la transición del bombeo al peralte, pueden utilizarse tres procedimientos: 1) Rotando la calzada alrededor de su eje central. 2) Rotando la calzada alrededor de su borde interior. 3) Rotando la calzada alrededor de su borde exterior. El primer procedimiento es el más conveniente, ya que los desniveles relativos de los bordes con respecto al eje son uniformes, produciendo un desarrollo más armónico y con menos distorsión de los bordes de la calzada.

La Figura 3.61, muestra en forma esquemática y tridimensional, la transición del peralte de una curva circular, rotando la calzada alrededor de su eje central, donde:

- L_t = Longitud de transición.
- N = Longitud de aplanamiento.
- L = Longitud de la curva circular.
- e = Peralte necesario de la curva circular.

La longitud de transición L_t , por simplicidad, se considera desde aquella sección transversal donde el carril exterior se encuentra a nivel o no tiene bombeo, hasta aquella sección donde la calzada tiene todo su peralte e completo. La longitud de aplanamiento N es la longitud necesaria para que el carril exterior pierda su bombeo o se aplane.

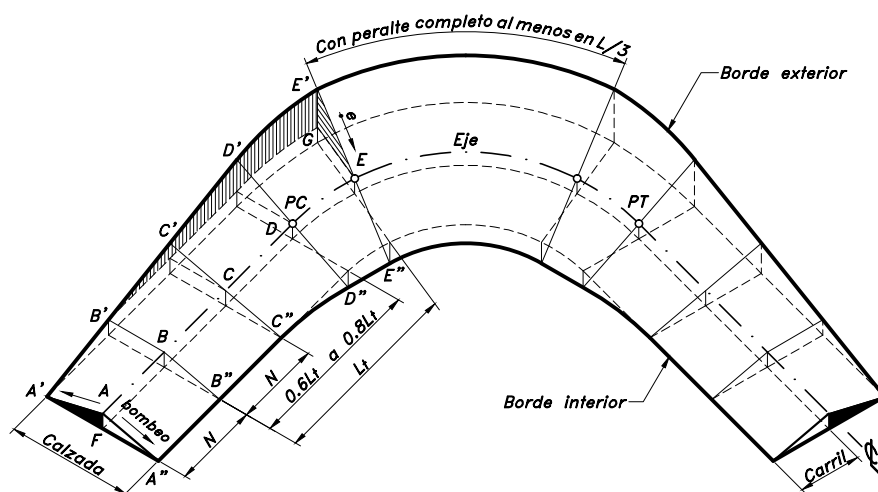


Figura 3.61 Transición del peralte

En términos generales, en las curvas circulares, con tramos sin espiral, la transición del peralte se desarrolla una parte en la tangente y la otra en la curva, exigiéndose en el PC y en el PT de la misma entre un 60% y un 80% del peralte total, prefiriéndose valores promedio de este rango.

Por comodidad y apariencia, se recomienda que la longitud del tramo donde se realiza la transición del peralte debe ser tal que la pendiente longitudinal de los bordes relativa a la pendiente longitudinal del eje de la vía no debe ser mayor que un valor m . En este sentido, m se define como la máxima diferencia algebraica entre las pendientes longitudinales de los bordes de la calzada y el eje de la misma. La Tabla 3.18 presenta los valores máximos y mínimos recomendados de esta diferencia en función de la velocidad específica^[10].

En la Figura 3.62, aparecen las mitades de las secciones transversales en bombeo y en peralte, lo mismo que el perfil parcial de la transición, donde se observa:

Tabla 3.18 Valores máximos y mínimos de la pendiente relativa de los bordes de la calzada con respecto al eje

VELOCIDAD ESPECÍFICA V_{CH} (Km/h)	PENDIENTE RELATIVA DE LOS BORDES CON RESPECTO AL EJE DE LA VÍA	
	MÁXIMA (%)	MÍNIMA (%)
20	1.35	0.1(carril)
30	1.28	
40	0.96	
50	0.77	
60	0.60	
70	0.55	
80	0.50	
90	0.47	
100	0.44	
110	0.41	
120	0.38	
130	0.35	

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

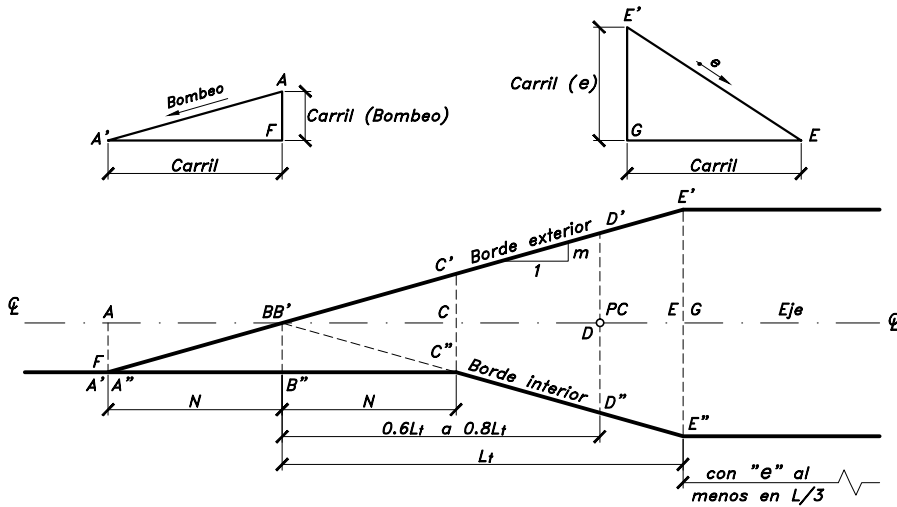


Figura 3.62 Secciones transversales y perfil parcial de la transición del peralte

En el triángulo rectángulo $B'E'G$:

$$\frac{B'G}{E'G} = \frac{1}{m}$$

Pero, $B'G = L_t$ y $E'G = \text{Carril}(e)$, entonces,

$$L_t = \frac{\text{Carril}(e)}{m} \quad (3-35)$$

En el triángulo rectángulo AFB :

$$\frac{N}{AF} = \frac{1}{m}$$

Pero, $AF = \text{Carril}(\text{Bombeo})$, entonces,

$$N = \frac{\text{Carril}(\text{Bombeo})}{m} \quad (3-36)$$

Cuando el número de carriles que rotan es mayor que uno (1), como es el caso de vías de múltiples carriles de doble sentido sin separador, es conveniente el uso de un factor de ajuste, para evitar una excesiva longitud de transición y desniveles muy altos entre los bordes y el eje de rotación. Por lo tanto, las ecuaciones (3-35) y (3-36), se convierten en:

$$L_t = \frac{w(n_l)(b_w)(e)}{m} \quad (3-37)$$

$$N = \frac{w(n_l)(b_w)(\text{Bombeo})}{m} \quad (3-38)$$

Donde:

w = Ancho del carril.

n_l = Número de carriles que rotan.

b_w = Factor de ajuste debido al número de carriles que giran.

En la Tabla 3.19 se indican los factores de ajuste, los cuales son recomendados por la AASHTO^[1], sobre bases meramente empíricas, obtenidos mediante la siguiente expresión:

$$b_w = \frac{[1 + 0.5(n_l - 1)]}{n_l} \quad (3-39)$$

Tabla 3.19 Factores de ajuste por el número de carriles rotados

NÚMERO DE CARRILES QUE ROTAN n_l	FACTOR DE AJUSTE b_w	INCREMENTO EN LA LONGITUD CON RESPECTO A LA DE UN CARRIL ROTADO ($=n_l b_w$)
1.0	1.00	1.00
1.5	0.83	1.25
2.0	0.75	1.50
2.5	0.70	1.75
3.0	0.67	2.00
3.5	0.64	2.25

Fuente: AASHTO. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. Washington D.C. 2004.

En la Figura 3.63 se ilustran los bosquejos que indican los carriles que rotan respecto a su eje de rotación.

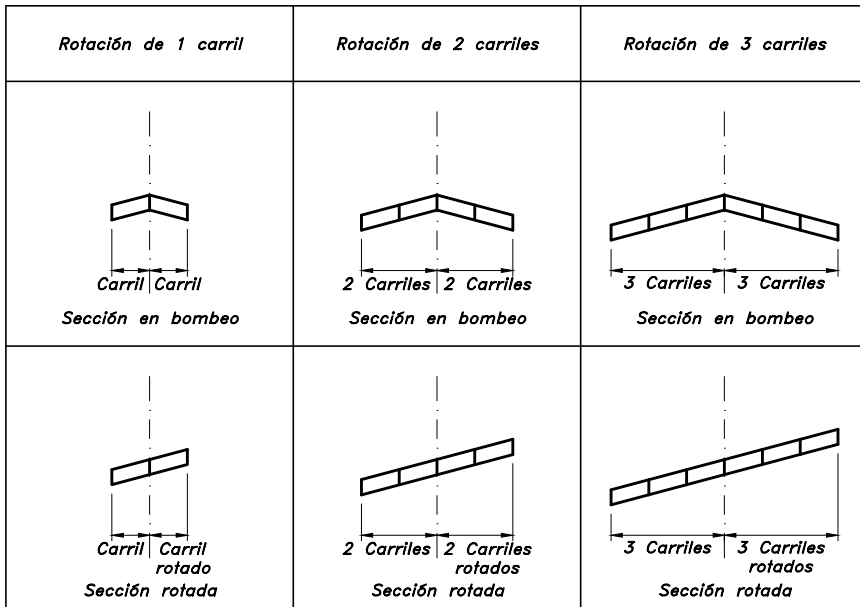


Figura 3.63 Disposición de los carriles que rotan respecto a su eje de rotación

EJEMPLO 3.28: Abscisas y posición de los bordes en la transición del peralte de una curva circular simple

Datos:

Para el diseño de una curva circular simple en una carretera principal de una calzada, se dispone de la siguiente información:

Velocidad específica	= 60 Km/h
Radio de la curva	= R_{min}
Deflexión al PI	= $\Delta = 106^{\circ} 30'D$
Abscisa del PI	= $K6+582.930$
Ancho de la calzada	= 7.30m (dos carriles)
Bombeo normal	= 2%
Transición	= 70% en recta

Calcular:

Los elementos, las abscisas y la posición de los bordes con respecto al eje en aquellas secciones importantes en la transición del peralte de esta curva, tanto a la entrada como a la salida, si la rotación de la calzada se realiza alrededor del eje.

Solución:

a) Elementos

Radio mínimo: R_{min}

Como se tiene una curva de radio mínimo, según la Tabla 3.14, para una velocidad específica de 60 Km/h, su valor es:

$$R_{min} = 113m$$

Peralte máximo: e_{max}

También de acuerdo con la Tabla 3.14, para una velocidad específica de 60 Km/h, su valor es:

$$e_{max} = 8.0\%$$

Tangente: T

$$T = R \tan \frac{\Delta}{2} = 113 \left(\tan \frac{106^\circ 30'}{2} \right) = 151.325m$$

Longitud de la curva: L_s

$$L_s = \frac{\pi R \Delta}{180^\circ} = \frac{\pi (113) 106^\circ 30'}{180^\circ} = 210.042m$$

Abcisa del: PC

$$\text{Abcisa del } PC = \text{Abcisa del } PI - T = K6 + 582.930 - 151.325 = K6 + 431.605$$

Abcisa del: PT

$$\text{Abcisa del } PT = \text{Abcisa del } PC + L_s = K6 + 431.605 + 210.042 = K6 + 641.647$$

Pendiente relativa de los bordes: m

Según la Tabla 3.18, para una velocidad específica de 60 Km/h, y utilizando el valor máximo, se tiene que:

$$m = 0.60\%$$

Longitud de transición: L_t

De acuerdo con la ecuación (3-35):

$$L_t = \frac{\text{Carril}(e_{\max})}{m} = \frac{3.65m(8.0\%)}{0.60\%} = 48.667m$$

Longitud de aplanamiento: N

De acuerdo con la ecuación (3-36):

$$N = \frac{\text{Carril}(\text{Bombeo})}{m} = \frac{3.65m(2.0\%)}{0.60\%} = 12.167m$$

b) Abcisas en secciones importantes de la transición

Para una mejor comprensión en el cálculo de estas abcisas es recomendable realizar un dibujo en planta de la curva, que muestre sus

respectivas tangentes y la transición del peralte, tal como lo representa la Figura 3.64, para la cual:

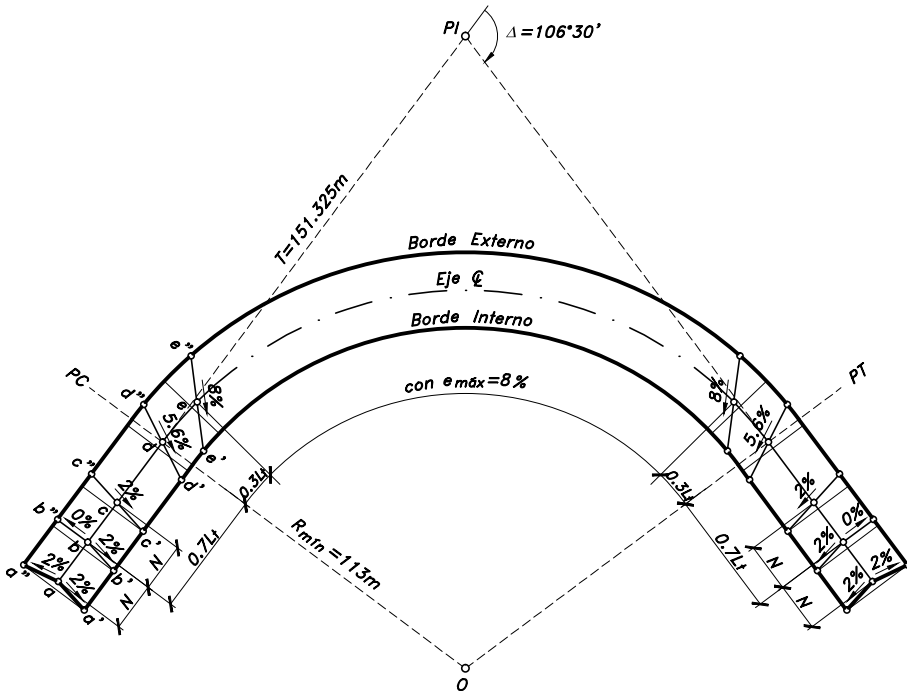


Figura 3.64 Planta de la transición del peralte

Abscisa donde termina el bombeo normal: sección a-a'-a''

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PC} - 0.7L_t - N$$

$$\text{Abscisa} = K6 + 431.605 - 0.7(48.667) - 12.167 = K6 + 385.371$$

Abscisa donde el carril exterior se aplanar: sección b-b'-b''

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PC} - 0.7L_t$$

$$\text{Abscisa} = K6 + 431.605 - 0.7(48.667) = K6 + 397.538$$

Abscisa donde el peralte es igual al bombeo: sección c-c'-c''

$$\text{Abscisa} = (\text{Abscisa sección b - b'-b''}) + N$$

$$\text{Abscisa} = K6 + 397.538 + 12.167 = K6 + 409.705$$

Abscisa donde empieza el peralte máximo: sección e-e'-e''

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PC} + 0.3L_t$$

$$\text{Abscisa} = K6 + 431.605 + 0.3(48.667) = K6 + 446.205$$

c) Posición de los bordes con respecto al eje

La posición de los bordes, exterior e interior, con respecto al eje en las secciones importantes, se aprecia muy bien dibujando un perfil de ellos, como lo muestra la Figura 3.65.

Las diferencias de altura entre los bordes y el eje en las respectivas secciones, se calculan multiplicando el *ancho del carril* por el *peralte* respectivo en cada una de ellas, así:

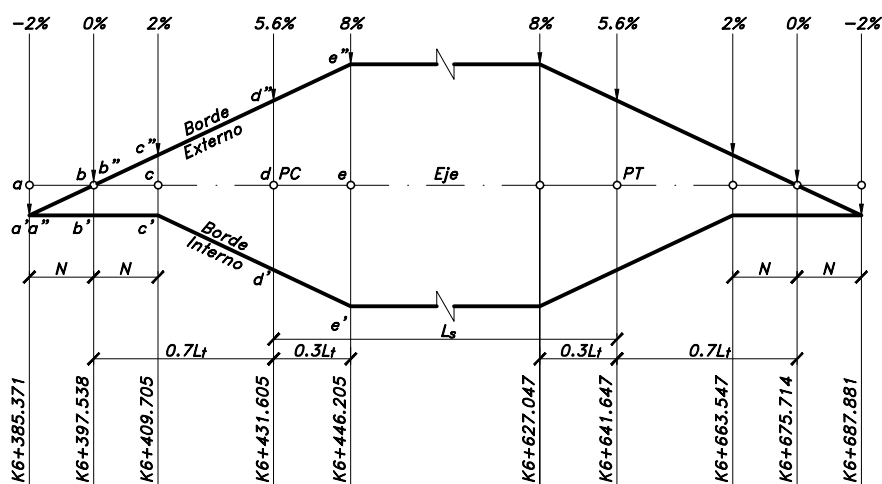


Figura 3.65 Perfil longitudinal de la transición del peralte

$$aa' = aa'' = 3.65(0.020) = 0.073\text{m} = 7.30\text{cm}$$

$$bb' = 3.65(0.020) = 0.073\text{m} = 7.30\text{cm}$$

$$bb'' = 3.65(0.000) = 0.000\text{m} = 0.00\text{cm}$$

$$cc' = cc'' = 3.65(0.020) = 0.073m = 7.30cm$$

$$dd' = dd'' = 3.65(0.056) = 0.204m = 20.44cm$$

$$ee' = ee'' = 3.65(0.080) = 0.292m = 29.20cm$$

EJEMPLO 3.29: Abscisas y cotas de los bordes en la transición del peralte de una curva circular simple

Datos:

En el diseño de una curva circular simple de una carretera secundaria, se conoce:

Velocidad específica	= 50 Km/h
Radio de la curva	= R_{min}
Abscisa del PC	= $K4+320.470$
Cota del PC	= 1500.000m
Ancho de la calzada	= 7.30m (dos carriles)
Bombeo normal	= 2%
Transición	= 80% en recta
Pendiente longitudinal del eje de la vía	= +8%

Calcular:

- La longitud de transición y el aplanamiento.
- La cota del borde exterior en la sección del PC .
- La cota del borde interior donde toda la calzada tiene un peralte igual al bombeo.
- La abscisa y las cotas del borde exterior e interior donde empieza el peralte máximo.

Solución:

- Longitud de transición y aplanamiento

Radio mínimo: R_{min}

Según la Tabla 3.14, para una velocidad específica de 50 Km/h, su valor es:

$$R_{min} = 73m$$

Peralte máximo: $e_{m\acute{a}x}$

También de acuerdo con la Tabla 3.14, para una velocidad específica de 50 Km/h, su valor es:

$$e_{m\acute{a}x} = 8.0\%$$

Pendiente relativa de los bordes: m

Según la Tabla 3.18, para una velocidad específica de 50 Km/h, y utilizando el valor máximo, se tiene que:

$$m = 0.77\%$$

Longitud de transición: L_t

$$L_t = \frac{\text{Carril}(e_{m\acute{a}x})}{m} = \frac{3.65m(8.0\%)}{0.77\%} = 37.922m$$

Longitud de aplanamiento: N

$$N = \frac{\text{Carril}(\text{Bombeo})}{m} = \frac{3.65m(2.0\%)}{0.77\%} = 9.481m$$

b) Cota borde exterior sección del PC

Para el cálculo de cotas y abscisas, es recomendable dibujar un perfil parcial de la transición del peralte, tal como se ilustra en la Figura 3.66, para la cual:

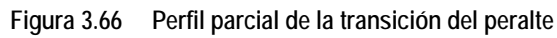
Cota del punto: A

$$\text{Cota de } A = \text{Cota } PC + PC \cdot A$$

$$PC \cdot A = \text{Carril}(\text{Peralte}) = 3.65(e')$$

Para determinar el peralte e' , se observa que el triángulo BCD es semejante al triángulo $B \cdot A \cdot PC$. Entonces:

$$\frac{PC \cdot A}{CD} = \frac{0.8L_t}{1.0L_t}$$



d) Abscisa y cotas para e_{\max} Abscisa:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PC} + 0.2L_t$$

$$\text{Abscisa} = K4 + 320.470 + 7.584 = K4 + 328.054$$

Cota borde exterior:

$$\text{Cota de C} = \text{Cota de D} + DC$$

$$DC = \text{Carril}(e_{\max}) = 3.65(0.08) = 0.292m$$

$$\text{Cota de D} = \text{Cota PC} + 0.08(7.584) = 1500.000 + 0.607 = 1500.607m$$

$$\text{Cota de C} = 1500.607 + 0.292 = 1500.899m$$

Cota borde interior:

$$\text{Cota de G} = \text{Cota de D} - DG, \quad DG = DC = 0.292m$$

$$\text{Cota de G} = 1500.607 - 0.292 = 1500.315m$$

EJEMPLO 3.30: Cotas de los bordes en secciones específicas de la transición del peralte de una curva circular simple**Datos:**

En el diseño de una curva circular simple se dispone de la siguiente información:

Deflexión al PI	$= \Delta = 14^\circ 20'D$
Velocidad específica	$= V_{CH} = 70 \text{ Km/h}$
Radio de la curva	$= R = 202m$
Bombeo normal	$= 2\%$
Cota del eje al final del bombeo normal	$= 500.000m$
Pendiente longitudinal del eje de la vía	$= -4\%$
Ancho de la calzada	$= 7.30m \text{ (dos carriles)}$
Transición	$= 70\% \text{ en recta}$

Calcular:

- La longitud de transición y el aplanamiento.
- Si el tercio central de la curva con el peralte completo e tiene una longitud mayor que $L_s/3$.

- c) La cota del borde interior 16 metros antes del *PC*.
- d) Las cotas del borde exterior 14 y 45 metros después del *PC*.

Solución:

- a) Longitud de transición y aplanamiento

Peralte: e

Según la Tabla 3.16, para que la curva diseñada con un radio $R=202m$, opere a una velocidad específica $V_{CH}=70 \text{ Km/h}$, se le debe asignar un peralte $e=7.8\%$.

Pendiente relativa de los bordes: m

De acuerdo con la Tabla 3.18, para una velocidad específica V_{CH} de 70 Km/h , y utilizando el valor máximo, se tiene que $m = 0.55\%$.

Longitud de transición: L_t

$$L_t = \frac{\text{Carril}(e)}{m} = \frac{3.65m(7.8\%)}{0.55\%} = 51.764m$$

Longitud de aplanamiento: N

$$N = \frac{\text{Carril}(\text{Bombeo})}{m} = \frac{3.65m(2.0\%)}{0.55\%} = 13.273m$$

- b) Chequeo del tercio central de la curva

Longitud de la curva: L_s

$$L_s = \frac{\pi R \Delta}{180^\circ} = \frac{\pi(202)14^\circ 20'}{180^\circ} = 50.533m \quad , \quad \frac{L_s}{3} = \frac{50.533}{3} = 16.844m$$

Longitud de la curva consumida en transición:

30% por el lado del *PC* y 30% por el lado del *PT*, para un total de:
 $0.6L_t = 0.6(51.764) = 31.058m$

Longitud de la curva con todo el peralte del 7.8%:

La parte central de la curva con todo el peralte del 7.8% tiene una longitud de:

$$L_s - 0.6L_t = 50.533 - 31.058 = 19.475\text{m}$$

Puede observarse que, el tercio central de la curva con todo el peralte tiene una longitud de 19.475 metros, mayor que la tercera parte de la longitud de la curva, que es de 16.844 metros.

c) Cota del borde interior 16 metros antes del PC

Según la Figura 3.67, la cota que se quiere calcular es la del punto A.

$$\text{Cota de A} = \text{Cota de B} - BA$$

$$\text{Cota de B} = 500.000 - 0.04(N + N + x)$$

$$N + x + 16 = 0.7L_t \quad , \quad x = 36.235 - 13.273 - 16 = 6.962\text{m}$$

$$\text{Cota de B} = 500.000 - 0.04(13.273 + 13.273 + 6.962) = 498.660\text{m}$$

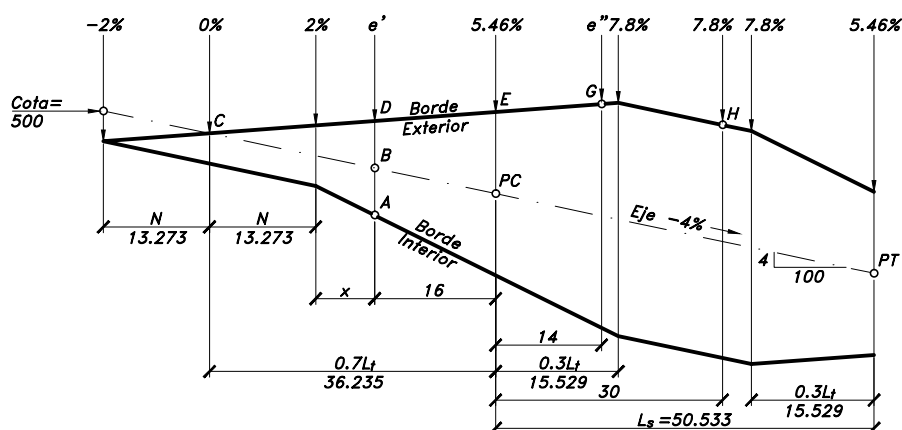


Figura 3.67 Cotas de los bordes en secciones específicas

$$BA = \text{Carri}(Peralte) = 3.65(e')$$

Para calcular el peralte e' correspondiente a esta sección, en los triángulos semejantes $CE \cdot PC$ y CDB , se tiene:

$$\frac{DB}{E \cdot PC} = \frac{N+x}{0.7L_t}$$

$$\frac{\text{Carri}(e')}{\text{Carri}(5.46\%)} = \frac{13.273 + 6.962}{36.235}, e' = 3.049\%, \text{ entonces,}$$

$$BA = 3.65(0.03049) = 0.111m, \text{ por lo tanto,}$$

$$\text{Cota de A} = 498.660 - 0.111 = 498.549m$$

d) Cotas del borde exterior 14 y 30 metros después del PC

Cota del punto: G

$$\text{Cota de G} = \text{Cota de B} - 0.04(16 + 14) + \text{Carri}(e'')$$

$$\frac{e''}{7.8\%} = \frac{36.235 + 14}{36.235 + 15.529}, e'' = 7.570\%$$

$$\text{Cota de G} = 498.660 - 0.04(16 + 14) + 3.65(0.0757) = 497.736m$$

Cota del punto: H

Como puede observarse en el perfil anterior, la sección que contiene el punto H se encuentra en el tercio central de la curva, él cual posee un peralte del 7.8%. Entonces:

$$\text{Cota de H} = \text{Cota de B} - 0.04(16 + 30) + \text{Carri}(0.078)$$

$$\text{Cota de H} = 498.660 - 0.04(16 + 30) + 3.65(0.078) = 497.105m$$

EJEMPLO 3.31: Transición del peralte entre curvas de igual sentido

Datos:

Se trata de las transiciones de dos curvas izquierdas, para las cuales se tienen los siguientes elementos:

$$\text{Velocidad específica de la curva 1} = V_{CH1} = 70 \text{ Km/h}$$

$$\text{Velocidad específica de la curva 2} = V_{CH2} = 80 \text{ Km/h}$$

Radio de la curva 1	= $R_1 = 168m$
Radio de la curva 2	= $R_2 = 296m$
Abscisa del PT_1	= $K5+992.000$
Cota del PT_1	= $1000.000m$
Ancho de la calzada	= $7.30m$ (dos carriles)
Bombeo normal	= 2%
Pendiente longitudinal del eje de la vía	= -5%
Transición para ambas curvas	= 70% en recta
Entre las transiciones de las dos curvas existe una longitud de 15 metros en bombeo normal.	

Calcular:

- La cota del borde derecho e izquierdo en la abscisa $K6+005$.
- La abscisa de aquella sección en la cual se ha logrado un peralte del 3% en el desarrollo de la transición de la segunda curva.
- La cota del borde derecho e izquierdo para la sección del PC_2 .

Solución:

Antes de calcular las cotas y abscisas pedidas, es necesario conocer los peraltes, las pendientes relativas de los bordes, y las longitudes de transición y aplanamiento:

Peraltes: e_1 , e_2

De acuerdo con la Tabla 3.16, a la primera curva de radio $R_1=168m$ y velocidad específica $V_{CH1}=70$ Km/h le corresponde un peralte $e_1=8.0\%$, y a la segunda curva de radio $R_2=296m$ y velocidad específica $V_{CH2}=80$ Km/h le corresponde un peralte $e_2=7.6\%$.

Pendiente relativa de los bordes: m

Según la Tabla 3.18, a una velocidad específica $V_{CH1}=70$ Km/h le corresponde un $m_{\max 1}=0.55\%$, y a una velocidad específica $V_{CH2}=80$ Km/h un $m_{\max 2}=0.50\%$. Igualmente, para ambas velocidades el valor mínimo es $m_{\min}=0.1(\text{Carril})=0.1(3.65)=0.365\%$. Por lo tanto, para uniformizar el diseño se adopta el valor de $m=0.50\%$ para ambas curvas, valor que se

encuentra en el rango de los valores máximos y mínimos de la pendiente relativa de los bordes.

Longitudes de transición: L_{t1} , L_{t2}

$$L_{t1} = \frac{\text{Carril}(e_1)}{m} = \frac{3.65\text{m}(8.0\%)}{0.50\%} = 58.400\text{m}$$

$$L_{t2} = \frac{\text{Carril}(e_2)}{m} = \frac{3.65\text{m}(7.6\%)}{0.50\%} = 55.480\text{m}$$

Longitudes de aplanamiento: N_1 , N_2

$$N_1 = N_2 = \frac{\text{Carril}(\text{Bombeo})}{m} = \frac{3.65\text{m}(2.0\%)}{0.50\%} = 14.600\text{m}$$

a) Cotas borde derecho e izquierdo en la abscisa K6+005

En la Figura 3.68 se muestra el perfil longitudinal de las transiciones entre las dos curvas, con sus peraltes, abscisas y puntos de cotas.

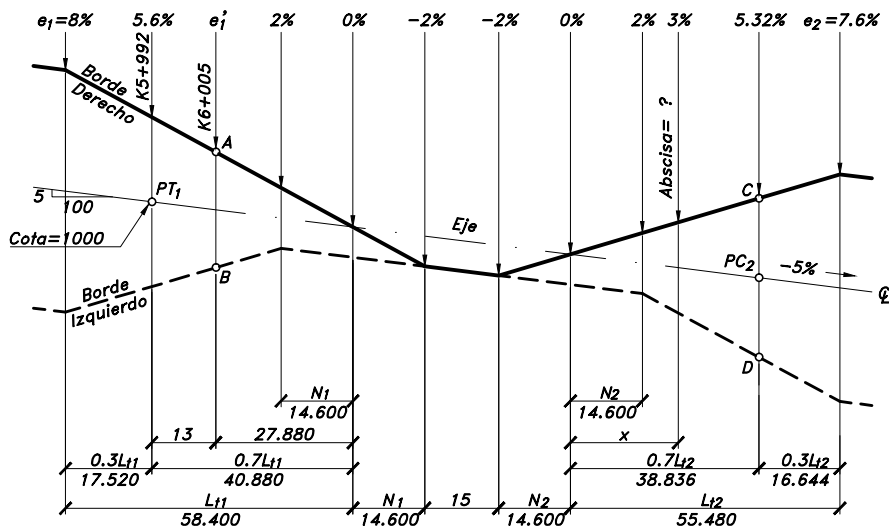


Figura 3.68 Cotas de bordes y abscisas en secciones específicas

Cota borde derecho = cota del punto: A

$$\text{Cota de A} = \text{Cota del } PT_1 - 0.05(13) + \text{Carri}(e'_1)$$

$$\frac{e'_1}{8.0\%} = \frac{27.880}{58.400}, e'_1 = 3.819\%$$

$$\text{Cota de A} = 1000.000 - 0.05(13) + 3.65(0.03819) = 999.489\text{m}$$

Cota borde izquierdo = cota del punto: B

$$\text{Cota de B} = 1000.000 - 0.05(13) - 3.65(0.03819) = 999.211\text{m}$$

b) Abscisa para peralte del 3% en la segunda curva

$$\text{Abscisa} = ? = \text{Abscisa } PT_1 + 0.7L_{11} + N_1 + 15 + N_2 + x$$

$$\text{Abscisa} = ? = K5 + 992.000 + 40.880 + 14.600 + 15 + 14.600 + x$$

$$\frac{x}{55.480} = \frac{3\%}{7.6\%}, x = 21.900\text{m}$$

$$\text{Abscisa} = ? = K5 + 992.000 + 40.880 + 14.600 + 15 + 14.600 + 21.900$$

$$\text{Abscisa} = ? = K6 + 098.980$$

c) Cotas bordes derecho e izquierdo sección del PC_2

Cota borde derecho = cota del punto: C

$$\text{Cota de C} = \text{Cota del } PT_1 - 0.05(0.7L_{11} + N_1 + 15 + N_2 + 0.7L_{12}) + \text{Carri}(0.0532)$$

$$\text{Cota de C} = 1000.000 - 0.05(40.880 + 14.600 + 15 + 14.600 + 38.836) + 3.65(0.0532)$$

$$\text{Cota de C} = 993.998\text{m}$$

Cota borde izquierdo = cota del punto: D

$$\text{Cota de C} = 1000.000 - 0.05(40.880 + 14.600 + 15 + 14.600 + 38.836) - 3.65(0.0532)$$

$$\text{Cota de D} = 993.610\text{m}$$

EJEMPLO 3.32: Transición del peralte entre curvas de sentido contrario

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.69, para una carretera terciaria, se tiene:

Cota al eje en el PT_1 $= 500.000m$
 Pendiente longitudinal del eje de la vía $= +6\%$
 Velocidad específica de la curva 1 $= V_{CH1} = 30 \text{ Km/h}$
 Velocidad específica de la curva 2 $= V_{CH2} = 40 \text{ Km/h}$

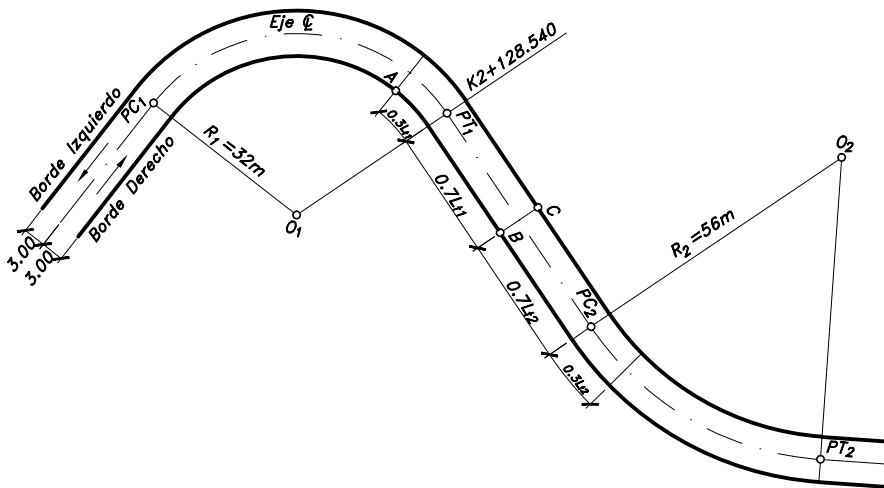


Figura 3.69 Peralto en curvas de diferente sentido

Calcular:

- Las cotas en los puntos A, B y C.
- La cota del borde derecho en la abscisa $K2+156$.

Solución:

Para el cálculo de las cotas es necesario tener los peraltes y las respectivas longitudes de transición:

Peraltes: e_1 , e_2

De acuerdo con la Tabla 3.17, a la primera curva de radio $R_1=32m$ para una velocidad específica $V_{CH1}=30 \text{ Km/h}$ le corresponde un peralte $e_1=5.6\%$, y a la segunda curva de radio $R_2=56m$ para una velocidad específica $V_{CH2}=40 \text{ Km/h}$ le corresponde un peralte $e_2=5.8\%$.

Pendiente relativa de los bordes: m

Según la Tabla 3.18, a una velocidad específica $V_{CH1}=30$ Km/h le corresponde un $m_{\max1}=1.28\%$, y a una velocidad específica $V_{CH2}=40$ Km/h un $m_{\max2}=0.96\%$. Para uniformizar el diseño se adopta el valor de $m=0.96\%$ para ambas curvas.

Longitudes de transición: L_{t1} , L_{t2}

$$L_{t1} = \frac{\text{Carri}(e_1)}{m} = \frac{3.00m(5.6\%)}{0.96\%} = 17.500m$$

$$L_{t2} = \frac{\text{Carri}(e_2)}{m} = \frac{3.00m(5.8\%)}{0.96\%} = 18.125m$$

Peraltes al: PT_1 y PC_2

$$\text{Al } PT_1 = 0.7e_1 = 0.7(5.6\%) = 3.92\%$$

$$\text{Al } PC_2 = 0.7e_2 = 0.7(5.8\%) = 4.06\%$$

Longitudes de transición al: PT_1 y PC_2

$$\text{En recta al } PT_1 = 0.7L_{t1} = 0.7(17.500) = 12.250m$$

$$\text{En curva al } PT_1 = 0.3L_{t1} = 0.3(17.500) = 5.250m$$

$$\text{En recta al } PC_2 = 0.7L_{t2} = 0.7(18.125) = 12.688m$$

$$\text{En curva al } PC_2 = 0.3L_{t2} = 0.3(18.125) = 5.437m$$

a) Cotas en los puntos A , B y C

De acuerdo con el perfil de los bordes de la Figura 3.70, se tiene:

Cota del punto: A

$$\text{Cota de } A = \text{Cota del } PT_1 - 0.06(0.3L_{t1}) - \text{Carri}(e_1)$$

$$\text{Cota de } A = 500.000 - 0.06(5.250) - 3.00(0.056) = 499.517m$$

Cota de los puntos: B y C

En este caso, tanto el borde derecho como el izquierdo están a la misma altura, por lo que la sección es plana (del 0%).

$$\text{Cota de } B = \text{Cota de } C = \text{Cota del } PT_1 + 0.06(0.7L_{t1})$$

$$\text{Cota de B} = \text{Cota de C} = 500.000 + 0.06(12.250) = 500.735 \text{ m}$$

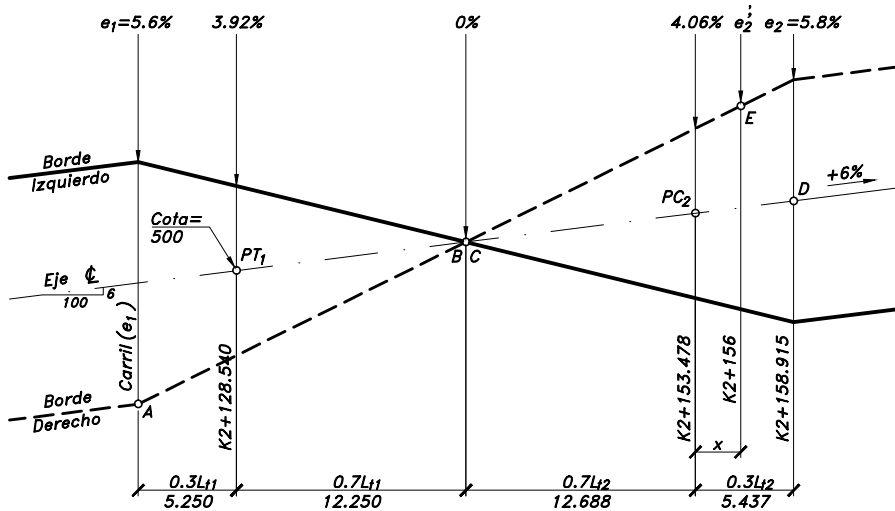


Figura 3.70 Cotas de bordes en secciones específicas

b) Cota borde derecho en la abscisa K2+156

Para el cálculo de esta cota es necesario identificar esta sección en el perfil y calcular su peralte:

Abscisa del: PC_2

$$\text{Abscisa } PC_2 = \text{Abscisa } PT_1 + 0.7L_{t1} + 0.7L_{t2}$$

$$\text{Abscisa } PC_2 = K2 + 128.540 + 12.250 + 12.688 = K2 + 153.478$$

Abscisa del punto: D

$$\text{Abscisa de } D = \text{Abscisa } PC_2 + 0.3L_{t2}$$

$$\text{Abscisa de } D = K2 + 153.478 + 5.437 = K2 + 158.915$$

Cota del punto: E

La cota a calcular correspondiente al punto E de abscisa K2+156, está entre las abscisas K2+153.478 y K2+158.915.

$$x = \text{Abscisa dada} - \text{Abscisa } PC_2 = K2+156 - K2+153.478 = 2.522\text{m}$$

$$\frac{e'_2}{5.8\%} = \frac{12.688 + x}{12.688 + 5.437} = \frac{12.688 + 2.522}{12.688 + 5.437}, e'_2 = 4.867\%$$

$$\text{Cota de E} = \text{Cota de B} + 0.06(0.7L_{12} + x) + \text{Carril}(e'_2)$$

$$\text{Cota de E} = 501.278 + 0.06(12.688 + 2.522) + 3.00(0.04867) = 502.337\text{m}$$

EJEMPLO 3.33: Transición del peralte entre curvas de sentido contrario con cambios de pendiente

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.71, se tiene:

Peralte de la primera curva	$= e_1 = 7.0\%$
Peralte de la segunda curva	$= e_2 = 8.0\%$
Pendientes relativas de los bordes	$= m_1 = 0.48\%, m_2 = 0.55\%$
Bombeo normal	$= 2\%$
Transición	$= 20\% \text{ en curvas}$
Cota al eje en el PT_1	$= 500.000\text{m}$
En el punto A la pendiente del eje pasa del $+6.0\%$ al $+5.5\%$.	

Calcular:

- La abscisa de la sección con peralte del 3% en la primera curva.
- La cota del borde derecho e izquierdo en la abscisa $K2+175$.
- La cota del borde derecho e izquierdo en la abscisa $K2+258$.

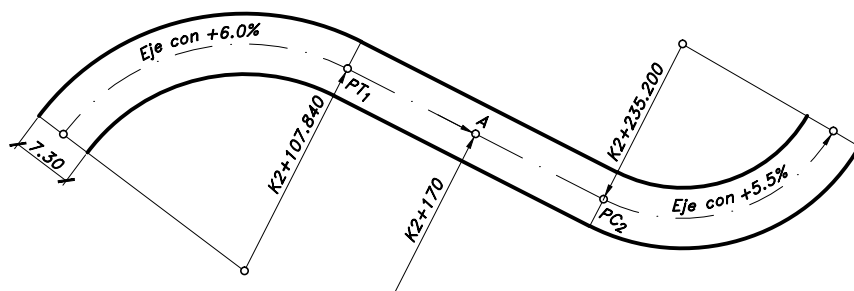


Figura 3.71 Peralto en curvas de diferente sentido, con cambios de pendiente

Solución:

Para calcular la abscisa y las cotas respectivas, es necesario primero hallar los valores correspondientes a las longitudes de transición y aplanamiento:

Longitudes de transición: L_{t1} , L_{t2}

$$L_{t1} = \frac{\text{Carril}(e_1)}{m_1} = \frac{3.65m(7.0\%)}{0.48\%} = 53.229m$$

$$L_{t2} = \frac{\text{Carril}(e_2)}{m_2} = \frac{3.65m(8.0\%)}{0.55\%} = 53.091m$$

Longitudes de aplanamiento: N_1 , N_2

$$N_1 = \frac{\text{Carril}(\text{Bombeo})}{m_1} = \frac{3.65m(2.0\%)}{0.48\%} = 15.208m$$

$$N_2 = \frac{\text{Carril}(\text{Bombeo})}{m_2} = \frac{3.65m(2.0\%)}{0.55\%} = 13.273m$$

a) Abscisa de la sección con 3% de peralte en la primera curva

De acuerdo con el perfil de transición mostrado en la Figura 3.72, la abscisa es:

$$\text{Abscisa al } 3\% = \text{Abscisa del } PT_1 + x$$

$$\frac{x}{5.6\% - 3\%} = \frac{53.229m}{7\%}, \quad x = 19.771m$$

$$\text{Abscisa al } 3\% = K2 + 107.840 + 19.771 = K2 + 127.611$$

b) Cotitas borde derecho e izquierdo en la abscisa K2+175

Es necesario hallar la abscisa de la sección C-C:

$$\text{Abscisa sección C - C} = \text{Abscisa del } PC_2 - 0.8L_{t2} - N_2$$

$$\text{Abscisa sección C - C} = K2 + 235.200 - 42.473 - 13.273 = K2 + 179.454$$

Lo que quiere decir que la abscisa correspondiente al K2+175 está entre las secciones A-A y C-C, con los bordes a la misma altura según el punto B.

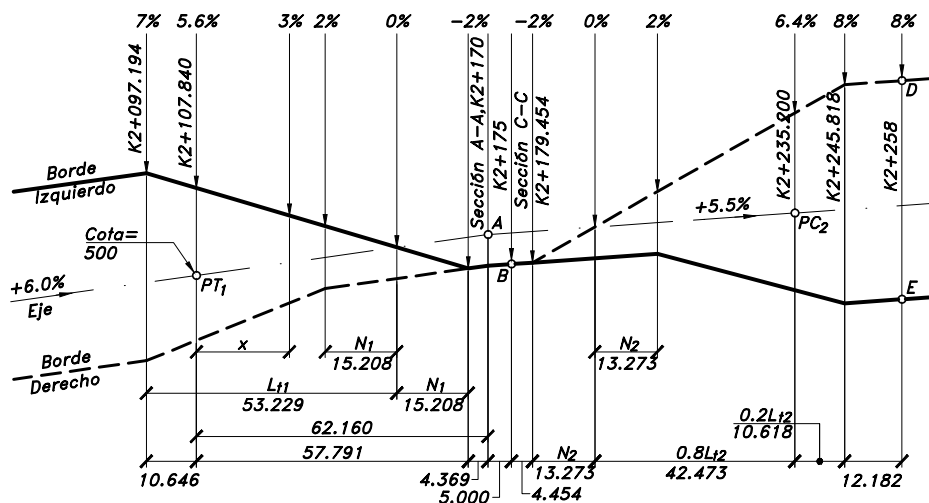


Figura 3.72 Abscisas y cotas de bordes en secciones específicas

$$\text{Cota de B} = \text{Cota del PT}_1 + 0.06(62.160) + 0.055(5.000) - \text{Carri}(Bombeo)$$

$$\text{Cota de B} = 500.000 + 0.06(62.160) + 0.055(5.000) - 3.65(0.02) = 503.932\text{m}$$

c) Cotas borde derecho e izquierdo en la abscisa K2+258

Para conocer la posición de esta abscisa, es necesario calcular la abscisa de la sección donde empieza el peralte completo del 8% en la segunda curva:

$$\text{Abscisa (al } e_2 = 8\%) = \text{Abscisa del PC}_2 + 0.20L_{12}$$

$$\text{Abscisa (al } e_2 = 8\%) = K2 + 235.200 + 10.618 = K2 + 245.818$$

Lo que quiere decir entonces que la abscisa K2+258 está a 12.182m más adelante. Si se supone que ella se encuentra aún en el tercio central de

la segunda curva, necesariamente la calzada deberá tener un peralte del 8%. Por lo tanto, las cotas serán:

Cota borde derecho, punto: D

$$\text{Cota de D} = \text{Cota de A} + 0.055(5.000 + 4.454 + 13.273 + 53.091 + 12.182) + 3.65(0.08)$$

$$\text{Cota de A} = \text{Cota del PT}_1 + 0.06(62.160) = 500.000 + 3.730 = 503.730m$$

$$\text{Cota de D} = 503.730 + 0.055(5.000 + 4.454 + 13.273 + 53.091 + 12.182) + 3.65(0.08)$$

$$\text{Cota de D} = 508.862m$$

Cota borde izquierdo, punto: E

$$\text{Cota de E} = \text{Cota de D} - 2 \text{ Carril}(e_2)$$

$$\text{Cota de E} = 508.862 - 7.30(0.08) = 508.278m$$

EJEMPLO 3.34: Transición del peralte de una curva compuesta de dos radios

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.73, se tiene:

Abscisa del PI	= K2+420
Ancho del carril	= 3.65m
Peralte de la primera curva	= $e_1 = 7.08\%$
Peralte de la segunda curva	= $e_2 = 7.62\%$
Bombeo normal	= 2%
Pendientes relativas de los bordes	= $m = 0.48\%$, para ambas curvas
Transición de peraltado	= 70% al PC, PCC y PT

Calcular:

Los elementos geométricos de la curva compuesta, las longitudes de transición y aplanamiento, las abscisas y la posición de los bordes con respecto al eje en aquellas secciones importantes, si la rotación de la calzada se realiza alrededor de éste.

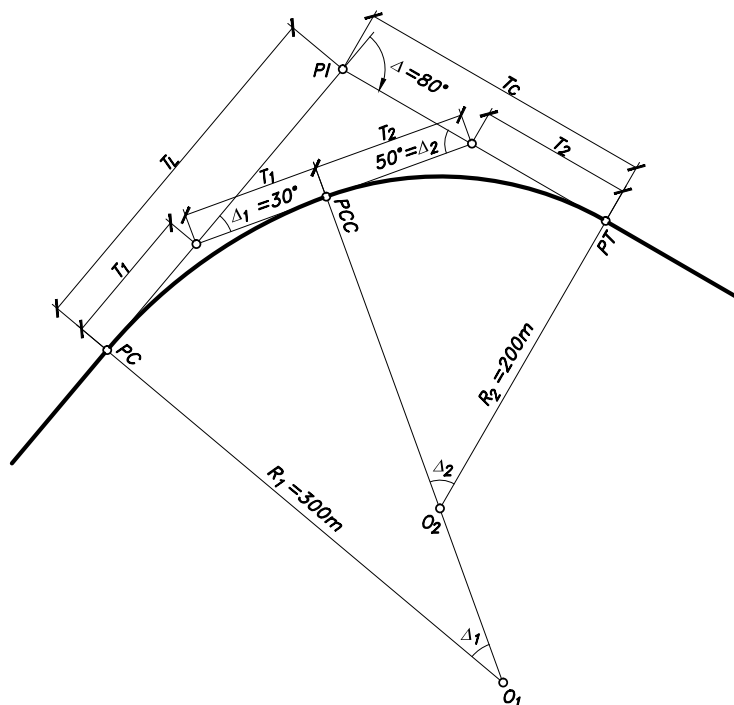


Figura 3.73 Peralte en una curva compuesta de dos radios

Solución:

a) Elementos geométricos y transiciones

Tangentes: T_1 , T_2 , T_L , T_C

$$T_1 = R_1 \tan \frac{\Delta_1}{2} = 300 \left(\tan \frac{30^\circ}{2} \right) = 80.385m$$

$$T_2 = R_2 \tan \frac{\Delta_2}{2} = 200 \left(\tan \frac{50^\circ}{2} \right) = 93.262m$$

$$T_L = \frac{R_2 - (R_1 \cos \Delta) + (R_1 - R_2) \cos \Delta_2}{\sin \Delta}$$

$$T_L = \frac{200 - (300 \cos 80^\circ) + (300 - 200) \cos 50^\circ}{\sin 80^\circ} = 215.458m$$

$$T_C = \frac{R_1 - (R_2 \cos \Delta) - (R_1 - R_2) \cos \Delta}{\sin \Delta}$$

$$T_C = \frac{300 - (200 \cos 80^\circ) - (300 - 200) \cos 30^\circ}{\sin 80^\circ} = 181.424m$$

Longitudes de las curvas: L_{s1} , L_{s2}

$$L_{s1} = \frac{\pi R_1 \Delta_1}{180^\circ} = \frac{\pi (300) 30^\circ}{180^\circ} = 157.080m$$

$$L_{s2} = \frac{\pi R_2 \Delta_2}{180^\circ} = \frac{\pi (200) 50^\circ}{180^\circ} = 174.533m$$

Longitudes de transición: L_{t1} , L_{t2}

$$L_{t1} = \frac{\text{Carril}(e_1)}{m} = \frac{3.65m(7.08\%)}{0.48\%} = 53.838m$$

$$L_{t2} = \frac{\text{Carril}(e_2)}{m} = \frac{3.65m(7.62\%)}{0.48\%} = 57.944m$$

Longitudes de aplanamiento: N_1 , N_2

$$N_1 = N_2 = \frac{\text{Carril}(\text{Bombeo})}{m} = \frac{3.65m(2.0\%)}{0.48\%} = 15.208m$$

Peraltes al: PC y PT

$$\text{Al } PC = 0.7e_1 = 0.7(7.08\%) = 4.96\%$$

$$\text{Al } PT = 0.7e_2 = 0.7(7.62\%) = 5.33\%$$

Longitudes de transición al: PC y PT

$$\text{En recta al } PC = 0.7L_{t1} = 0.7(53.838) = 37.687m$$

$$\text{En curva al } PC = 0.3L_{t1} = 0.3(53.838) = 16.151m$$

$$\text{En recta al } PT = 0.7L_{t2} = 0.7(57.944) = 40.561m$$

$$\text{En curva al } PT = 0.3L_{t2} = 0.3(57.944) = 17.383m$$

Longitud de transición al: PCC

Es necesario calcular una longitud de transición para pasar de un peralte del 7.08% al 7.62% y realizar la repartición 70% y 30% alrededor del PCC .

$$L_{t_{PCC}} = \frac{\text{Carril}(e_2 - e_1)}{m} = \frac{3.65m(7.62\% - 7.08\%)}{0.48\%} = 4.106m$$

$$\text{En la curva de mayor radio} = 0.7L_{t_{PCC}} = 0.7(4.106) = 2.874m$$

$$\text{En la curva de menor radio} = 0.3L_{t_{PCC}} = 0.3(4.106) = 1.232m$$

b) Abscisas y posición de los bordes

Las abscisas y la posición de los bordes se muestran de manera parcial en el esquema de la Figura 3.74, los cuales se calculan así:

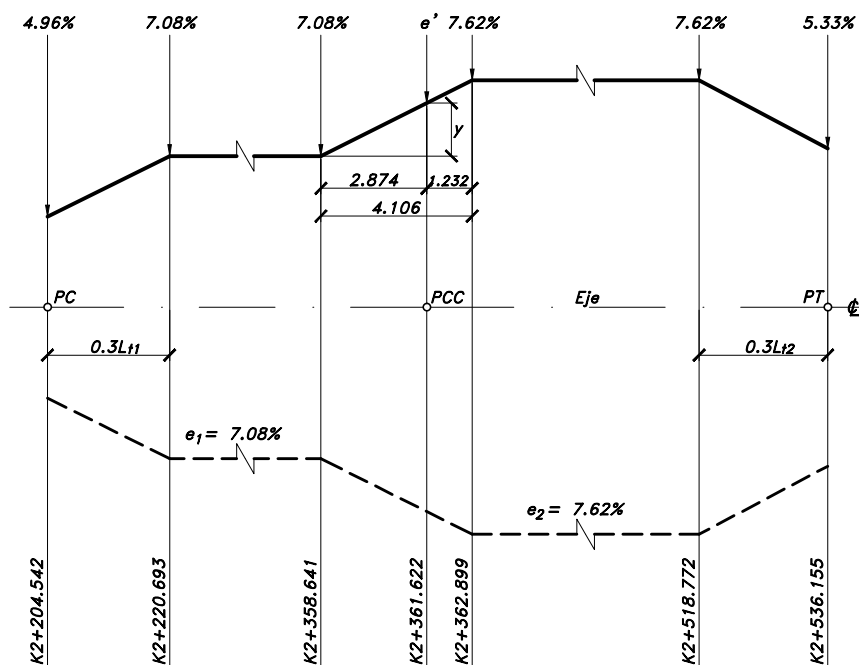


Figura 3.74 Perfil del peralte en una curva compuesta de dos radios

Abscisa del: PC

$$\text{Abscisa PC} = \text{Abscisa PI} - T_L = K2 + 420 - 215.458 = K2 + 204.542$$

Abscisa del: PCC

$$\text{Abscisa PCC} = \text{Abscisa PC} + L_{s1} = K2 + 204.542 + 157.080 = K2 + 361.622$$

Abscisa del: PT

$$\text{Abscisa PT} = \text{Abscisa PCC} + L_{s2} = K2 + 361.622 + 174.533 = K2 + 536.155$$

Abscisa donde termina el bombeo normal, primera curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PC} - 0.7L_{t1} - N_1$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 204.542 - 37.687 - 15.208 = K2 + 151.647$$

Abscisa donde el carril exterior se aplan, primera curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PC} - 0.7L_{t1}$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 204.542 - 37.687 = K2 + 166.855$$

Abscisa donde el peralte es igual al bombeo, primera curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa del peralte cero} + N_1$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 166.855 + 15.208 = K2 + 182.063$$

Abscisa donde empieza el peralte completo, primera curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PC} + 0.3L_{t1}$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 204.542 + 16.151 = K2 + 220.693$$

Abscisa donde termina el peralte completo, primera curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PCC} - 0.7L_{tPCC}$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 361.622 - 2.874 = K2 + 358.748$$

Abscisa donde empieza el bombeo normal, segunda curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PT} + 0.7L_{t2} + N_2$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 536.155 + 40.561 + 15.208 = K2 + 591.924$$

Abscisa donde el carril exterior se aplan, segunda curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PT} + 0.7L_{t2}$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 536.155 + 40.561 = K2 + 576.716$$

Abscisa donde el peralte es igual al bombeo, segunda curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa del peralte cero} - N_2$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 576.716 - 15.208 = K2 + 561.508$$

Abscisa donde empieza el peralte completo, segunda curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PT} - 0.3L_{t2}$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 536.155 - 17.383 = K2 + 518.772$$

Abscisa donde termina el peralte completo, segunda curva:

$$\text{Abscisa} = \text{Abscisa PCC} + 0.3L_{\text{PCC}}$$

$$\text{Abscisa} = K2 + 361.622 + 1.232 = K2 + 362.854$$

Peralte en el PCC: e'

$$e' = 7.08\% + y$$

$$\frac{y}{2.874} = \frac{7.62\% - 7.08\%}{4.106} = 0.38\% \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$e' = 7.08\% + 0.38\% = 7.46\%$$

3.5 CURVAS ESPIRALES DE TRANSICIÓN

3.5.1 Generalidades

Como se estableció anteriormente, el *alineamiento en planta* de una vía consiste en el desarrollo geométrico de la proyección de su eje sobre un plano horizontal. Dicho alineamiento está formado por tramos rectos (tangentes) enlazados con curvas (circulares simples, circulares compuestas y espirales de transición).

Tradicionalmente en nuestro medio se ha utilizado y se seguirá utilizando en muchos proyectos, el trazado convencional donde sólo se emplean tramos rectos empalmados con arcos circulares simples. En estos diseños, la *curvatura* pasa bruscamente de *cero* en la recta a un valor *constante* $1/R$ en la curva circular de radio R , tal como se muestra en la Figura 3.75.

Eventualmente, también en los trazados, se empalman los tramos rectos con curvas circulares compuestas de dos o más radios. En la Figura 3.76 se muestran dos casos muy comunes de curvas compuestas, como lo son las de dos y tres radios respectivamente.

Pero la experiencia demuestra que los conductores, sobre todo aquellos que circulan por el carril exterior, por comodidad tienden a cortar la curva circular, como se aprecia en la Figura 3.77.

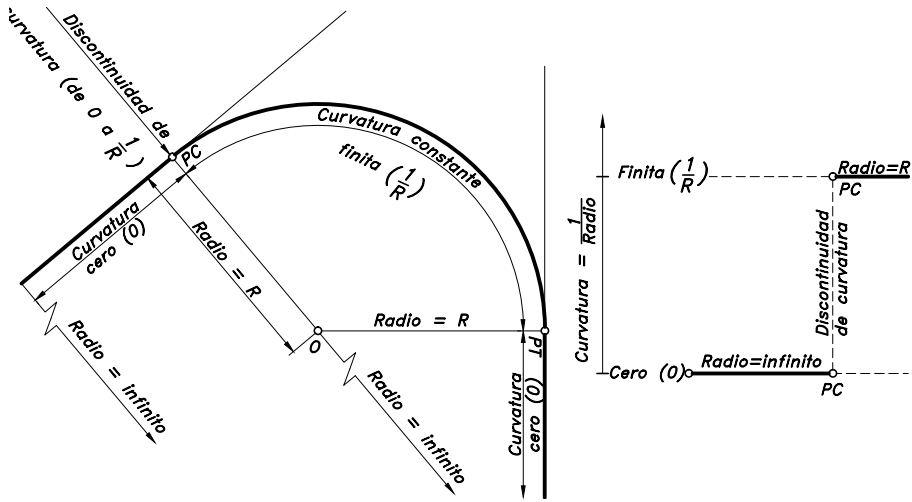


Figura 3.75 Curvatura en el enlace de tramos rectos con una curva circular simple

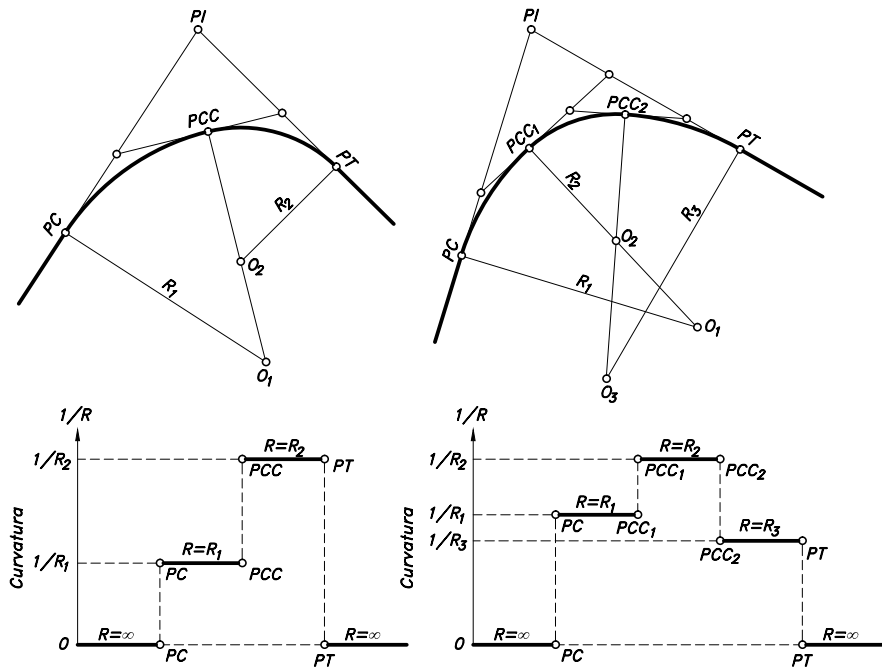


Figura 3.76 Curvatura en el enlace de tramos rectos con curvas circulares compuestas

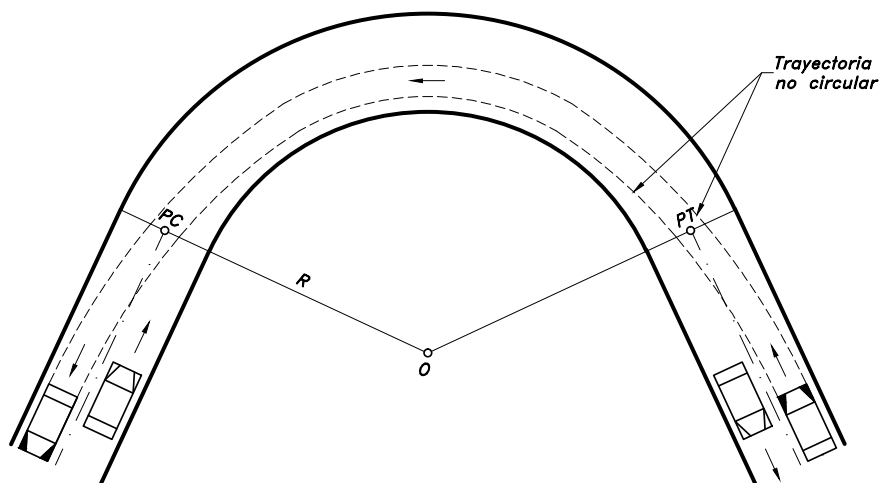


Figura 3.77 Trayectoria de los vehículos en una curva circular

Los vehículos describen trayectorias no circulares e invaden el carril del sentido opuesto, en carreteras de dos carriles dos sentidos, con el consiguiente peligro potencial de accidentes. Realmente, estas trayectorias no circulares se generan debido a que los vehículos al entrar en la curva circular experimentan la fuerza centrífuga que tiende a desviarlos de su carril de circulación, por lo que sus conductores instintivamente maniobran sus vehículos tratando de evitar la incomodidad y contrarrestando la fuerza centrífuga, a través de la ocupación del carril de la dirección contraria, lo cual como es lógico representa peligro de choque con otro vehículo, especialmente en condiciones de poca visibilidad y en presencia de curvas de radios pequeños.

Lo anterior sugiere que cuando un vehículo pase de un tramo en recta a otro en curva circular, requiere hacerlo en forma gradual, en lo que respecta al cambio de dirección, al cambio de inclinación transversal y a la ampliación necesaria de la calzada.

Por estas razones, se hace necesario emplear una *curva de transición* entre el tramo en recta y la curva circular sin que la trayectoria del vehículo experimente cambios bruscos, pasando paulatinamente del radio infinito de la alineación recta (curvatura cero) al radio constante de la alineación circular (curvatura finita), al mismo tiempo que la inclinación de la calzada cambie gradualmente del bombeo en la recta al peralte en la curva circular.

Esta configuración geométrica, curva de transición de entrada-curva circular central-curva de transición de salida, aparece esquematizada en la Figura 3.78.

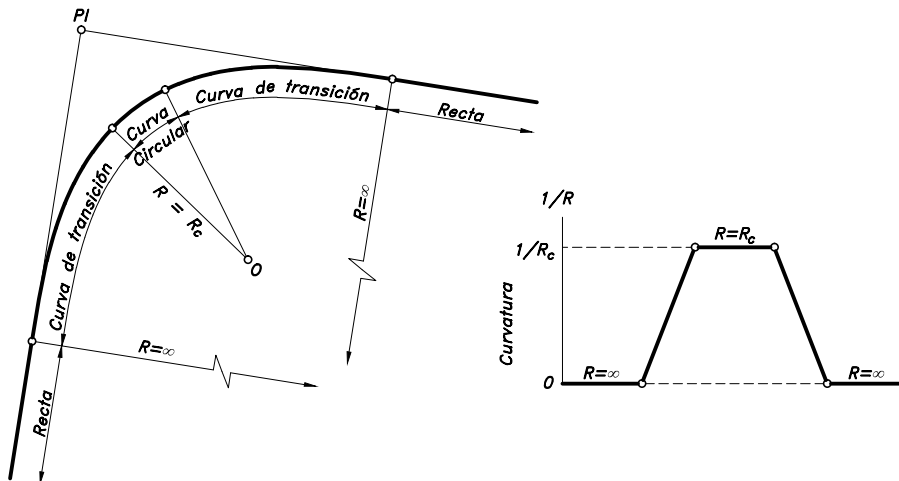


Figura 3.78 Curvatura en enlace de tramos rectos con una curva circular con curvas de transición

3.5.2 La espiral de Euler o Clotoide como curva de transición

Se sabe que un vehículo que se mueva a una velocidad uniforme V sobre una curva de transición de radio variable R , experimenta una aceleración radial o centrífuga a_c , cuyo valor es:

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

En la curva de transición, a_c varía de manera continua desde *cero* en la recta hasta V^2/R_c en la curva circular de radio R_c . Esto es:

$$\text{En el tramo recto: } R \Rightarrow \infty, a_c = \frac{V^2}{\infty} \Rightarrow 0$$

$$\text{En la curva circular: } R = R_c, a_c = \frac{V^2}{R_c}$$

La curva de transición debe diseñarse tal que, tanto la variación de la curvatura (de *cero* a $1/R_c$), como la variación de la aceleración centrífuga (de *cero* a V^2/R_c) sean uniformes o constantes a lo largo del desarrollo de su longitud.

Para la Figura 3.79, L_e representa la longitud total de la curva de transición y L la longitud acumulada de la curva de transición desde su origen hasta un punto cualquiera P de la curva donde el radio es R .

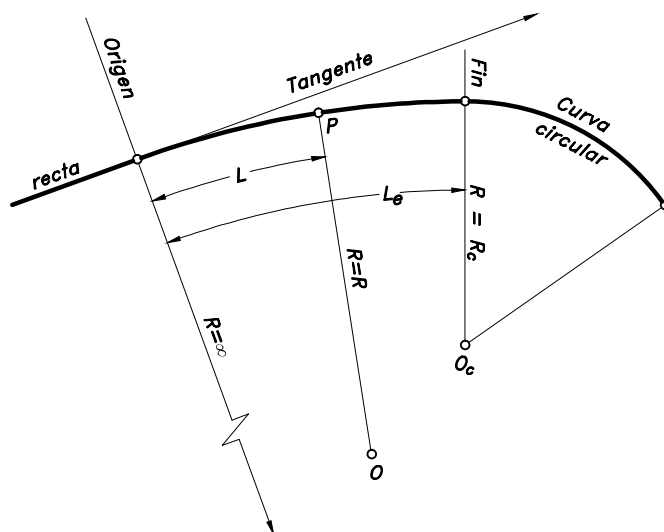


Figura 3.79 La curva de transición entre la recta y el arco circular

La variación de la aceleración centrífuga a_c por unidad de longitud L_e es:

$$\frac{a_c}{L_e} = \frac{\frac{V^2}{R_c}}{L_e} = \left(\frac{V^2}{R_c L_e} \right) \frac{m / \text{seg}^2}{m}$$

En el punto P , la aceleración centrífuga a_c valdrá:

$$a_c = \left(\frac{V^2}{R_c L_e} \right) L = \frac{V^2}{R} \quad , \text{ de donde,}$$

$$R L = R_c L_e$$

Pero, el producto de R_c por L_e puede hacerse igual a K^2 , esto es:

$$R_c L_e = K^2$$

Donde K es una magnitud *constante*, puesto que también lo son R_c y L_e .

De esta manera:

$$R L = K^2 \tag{3-40}$$

La anterior expresión es la ecuación de la *Clotoide* o *Espiral de Euler*, la cual indica que el radio de curvatura R es inversamente proporcional a la longitud L recorrida a lo largo de la curva a partir de su origen.

De igual manera dice que, para cualquier punto P sobre la curva, el producto del radio de curvatura R por su longitud L desde el origen hasta ese punto es igual a una constante K^2 .

A la constante K se le llama *parámetro de la espiral*, puesto que para una misma Clotoide siempre es constante.

Así por ejemplo, para una Clotoide de parámetro $K=8$, en la Tabla 3.20 se muestran los seis puntos correspondientes a la curva esquematizada en la Figura 3.80.

Tabla 3.20 Clotoide de parámetro $K=8$

PUNTO	R	L	$(R)(L)=(K)(K)=K^2$	K
1	64	1	$(64)(1)=64=8^2$	8
2	32	2	$(32)(2)=64=8^2$	8
3	16	4	$(16)(4)=64=8^2$	8
4	8	8	$(8)(8)=64=8^2$	8
5	4	16	$(4)(16)=64=8^2$	8
6	2	32	$(2)(32)=64=8^2$	8

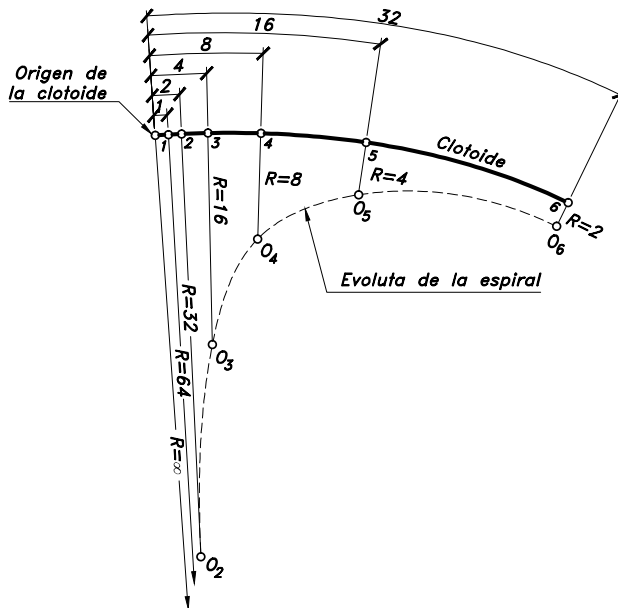


Figura 3.80 Clotoide de parámetro $K=8$

3.5.3 Ecuaciones de la Clotoide o espiral de transición

Despejando R de la ecuación (3-40), se tiene para la Clotoide:

$$R = \frac{K^2}{L}$$

Esta expresión dice que los radios de curvatura R de cada uno de sus puntos son inversamente proporcionales a los desarrollos de sus

respectivos arcos L , donde K^2 es la constante de proporcionalidad. Esta característica hace que la Clotoide sea la curva más apropiada para efectuar transiciones desde radios infinitos ($R=\infty$) en la tangente hasta radios finitos ($R=R_c$) en la curva circular.

En la Figura 3.81 se muestran algunos de los elementos que definen geoméricamente la Clotoide o espiral, tales como:

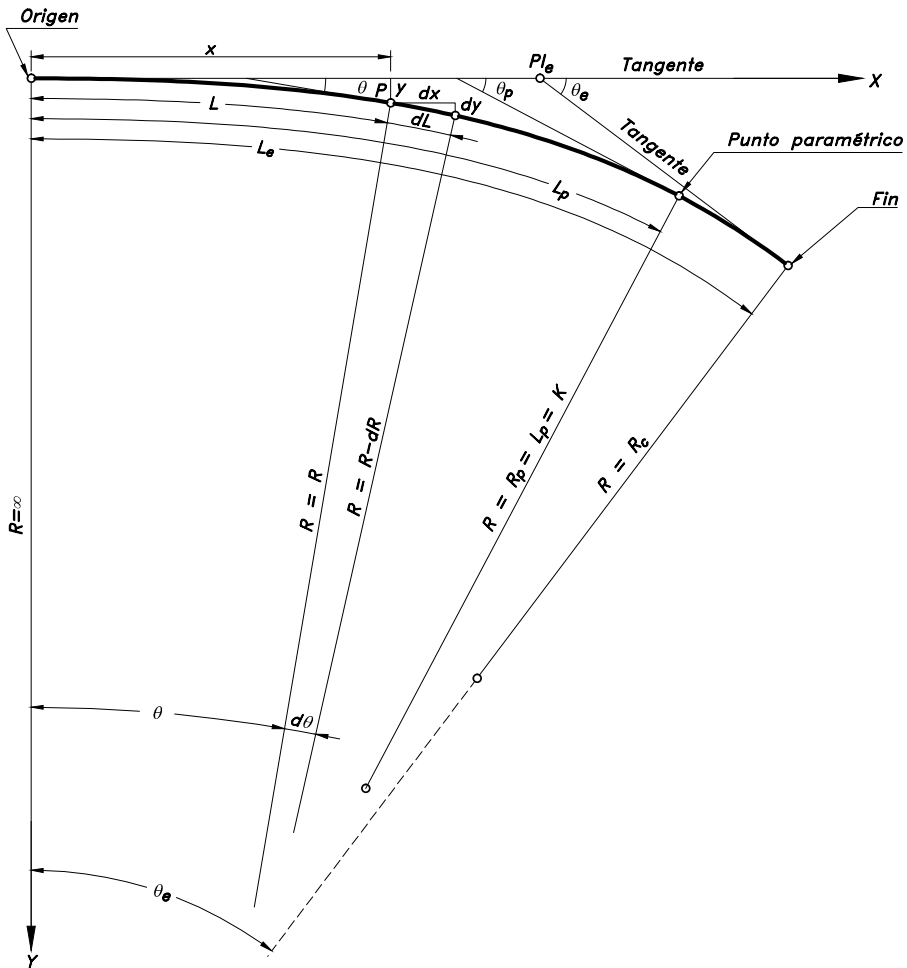


Figura 3.81 Elementos de la Clotoide o espiral

x, y = Coordenadas cartesianas de un punto cualquiera P de la espiral, referidas al sistema de ejes X e Y .

θ = Ángulo correspondiente a P .

θ_e = Ángulo de la espiral.

θ_p = Ángulo paramétrico.

R_c = Radio de la curva circular simple.

dL = Elemento diferencial de arco.

$d\theta$ = Elemento diferencial de ángulo.

Los ángulos se forman entre la tangente en el origen y las tangentes en los respectivos puntos de la curva.

Para el punto P , se tiene:

$$dL = R d\theta$$

$$d\theta = \frac{1}{R} dL$$

Pero según la ecuación (3-40):

$$\frac{1}{R} = \frac{L}{K^2}, \text{ por lo tanto,}$$

$$d\theta = \frac{L}{K^2} dL = \frac{1}{K^2} L dL, \text{ integrando,}$$

$$\int d\theta = \frac{1}{K^2} \int L dL, \text{ de donde,}$$

$$\theta = \frac{L^2}{2K^2} = \frac{L^2}{2R_c L_e} \quad (3-41)$$

Pero, $K^2 = RL$

Entonces:

$$\theta = \frac{L^2}{2RL}, \text{ esto es,}$$

$$\theta = \frac{L}{2R} \quad (3-42)$$

En las expresiones anteriores el ángulo θ está expresado en radianes.

Expresando a θ en grados sexagesimales, se tiene:

$$\theta = \left(\frac{L^2}{2K^2} \right) \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{K^2} \right) = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{R_c L_e} \right) \quad (3-43)$$

$$\theta = \left(\frac{L}{2R} \right) \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L}{R} \right) \quad (3-44)$$

El parámetro K de la espiral se obtiene haciendo $R=L$, por lo que:

$$K^2 = RL = R^2 = L^2 \quad , \text{ o lo que es lo mismo,}$$

$$K = R = L$$

Lo anterior quiere decir que el parámetro de la Clotoide es igual al radio de la Clotoide en aquel punto para el cual el radio y la longitud de la espiral desde el origen hasta él también son iguales. A este punto se le llama *punto paramétrico*, al cual le corresponde un ángulo entre las tangentes, según la ecuación (3-44), de:

$$\theta = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L}{L} \right) = 28^\circ 38' 52.4''$$

En la Figura 3.81 anterior, se observa que:

$$\cos \theta = \frac{dx}{dL}$$

$$\sen \theta = \frac{dy}{dL} \quad , \text{ esto es,}$$

$$dx = (\cos \theta) dL$$

$$dy = (\sen \theta) dL$$

De donde, las coordenadas cartesianas (x, y) del punto P serán:

$$x = \int_0^L (\cos \theta) dL$$

$$y = \int_0^L (\sen \theta) dL$$

El desarrollo en serie de $\cos \theta$ es:

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots$$

$$x = \int_0^L \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \dots \right) dL$$

Ahora, reemplazando el valor de θ dado según la ecuación (3-41), queda:

$$\begin{aligned}
 x &= \int_0^L dL - \frac{1}{2!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^2 dL + \frac{1}{4!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^4 dL - \frac{1}{6!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^6 dL + \dots \\
 x &= \int_0^L dL - \frac{1}{2!} \int_0^L \frac{L^4}{(2K^2)^2} dL + \frac{1}{4!} \int_0^L \frac{L^8}{(2K^2)^4} dL - \frac{1}{6!} \int_0^L \frac{L^{12}}{(2K^2)^6} dL + \dots \\
 x &= L - \frac{1}{2!} \left(\frac{1}{5} \right) \left[\frac{L^5}{(2K^2)^2} \right] + \frac{1}{4!} \left(\frac{1}{9} \right) \left[\frac{L^9}{(2K^2)^4} \right] - \frac{1}{6!} \left(\frac{1}{13} \right) \left[\frac{L^{13}}{(2K^2)^6} \right] + \dots \\
 x &= L \left\{ 1 - \frac{1}{5(2!)} \left[\frac{L^4}{(2K^2)^2} \right] + \frac{1}{9(4!)} \left[\frac{L^8}{(2K^2)^4} \right] - \frac{1}{13(6!)} \left[\frac{L^{12}}{(2K^2)^6} \right] + \dots \right\} \\
 x &= L \left[1 - \frac{1}{10} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^2 + \frac{1}{216} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^4 - \frac{1}{9360} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^6 + \dots \right] \\
 x &= L \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right)
 \end{aligned}$$

De la ecuación (3-41), se deduce que:

$$L = K\sqrt{2\theta}$$

Por lo tanto, x en función del parámetro K , queda como:

$$x = K \left[\sqrt{2\theta} \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right) \right]$$

De la misma manera, el desarrollo en serie de $\sin \theta$ es:

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

Por lo tanto, reemplazando en y :

$$y = \int_0^L \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \right) dL$$

$$\begin{aligned}
y &= \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right) dL - \frac{1}{3!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^3 dL + \frac{1}{5!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^5 dL - \frac{1}{7!} \int_0^L \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^7 dL + \dots \\
y &= \left(\frac{1}{2K^2} \right) \int_0^L L^2 dL - \frac{1}{3!} \left(\frac{1}{2K^2} \right)^3 \int_0^L L^6 dL + \frac{1}{5!} \left(\frac{1}{2K^2} \right)^5 \int_0^L L^{10} dL - \frac{1}{7!} \left(\frac{1}{2K^2} \right)^7 \int_0^L L^{14} dL + \dots \\
y &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2K^2} \right) L^3 - \frac{1}{3!} \left(\frac{1}{7} \right) \left(\frac{1}{2K^2} \right)^3 L^7 + \frac{1}{5!} \left(\frac{1}{11} \right) \left(\frac{1}{2K^2} \right)^5 L^{11} - \frac{1}{7!} \left(\frac{1}{15} \right) \left(\frac{1}{2K^2} \right)^7 L^{15} + \dots \\
y &= L \left[\frac{1}{3} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right) - \frac{1}{7(3!)} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^3 + \frac{1}{11(5!)} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^5 - \frac{1}{15(7!)} \left(\frac{L^2}{2K^2} \right)^7 \right] + \dots \\
y &= L \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right)
\end{aligned}$$

Por lo tanto, el valor de y en función del parámetro K , es:

$$y = K \left[\sqrt{2\theta} \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right) \right]$$

Resumiendo, las *ecuaciones de la Clotoide*, referidas al sistema de coordenadas de ejes X e Y , pueden ser expresadas de las dos siguientes maneras:

Clotoide definida por su longitud L :

$$x = L \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right) \quad (3-45)$$

$$y = L \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right) \quad (3-46)$$

Clotoide definida por su parámetro K :

$$x = K \left[\sqrt{2\theta} \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right) \right] \quad (3-47)$$

$$y = K \left[\sqrt{2\theta} \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right) \right] \quad (3-48)$$

En las cuatro expresiones anteriores, el ángulo θ está expresado en radianes.

3.5.4 Elementos de enlace de una curva circular simple con espirales de transición Clotoides iguales

Los dos alineamientos rectos o tangentes de entrada y salida se enlazan con una espiral de transición de entrada, una curva circular simple central y una espiral de transición de salida.

En este caso las espirales de transición de entrada y salida tienen igual longitud, resultando un enlace simétrico, lo cual es aconsejable desde el punto de vista del cálculo de los elementos geométricos de las curvas, lo mismo que desde el punto de vista de una operación vehicular gradual balanceada, que se traduce en seguridad para los usuarios. Al mismo tiempo, los vehículos cambian paulatinamente de dirección acorde con la curvatura, y la calzada se va inclinando transversalmente en forma uniforme siguiendo los peraltes y ampliaciones requeridas.

En la Figura 3.82 aparecen los elementos geométricos para el cálculo y trazado de una *curva de transición simétrica, Espiral-Circular-Espiral*, los cuales están referidos al sistema de coordenadas cartesianas de ejes X e Y .

Para una mejor comprensión del uso de la espiral, se supone que inicialmente se tiene una curva circular simple de radio R_c sin transiciones y que finalmente se quiere tener el arreglo Espiral-Circular-Espiral, conservando las tangentes y el radio R_c . Por lo tanto, es necesario desplazar (dislocar o retranquear) hacia adentro, la curva circular para poder intercalar las espirales de transición.

De esta manera, los elementos de las curvas son:

- PI = Punto de intersección de las tangentes principales.
- PI_e = Punto de intersección de la espiral.
- PI_c = Punto de intersección de la curva circular con transiciones.
- PC', PT' = Principios de curva y tangente de la curva circular primitiva.

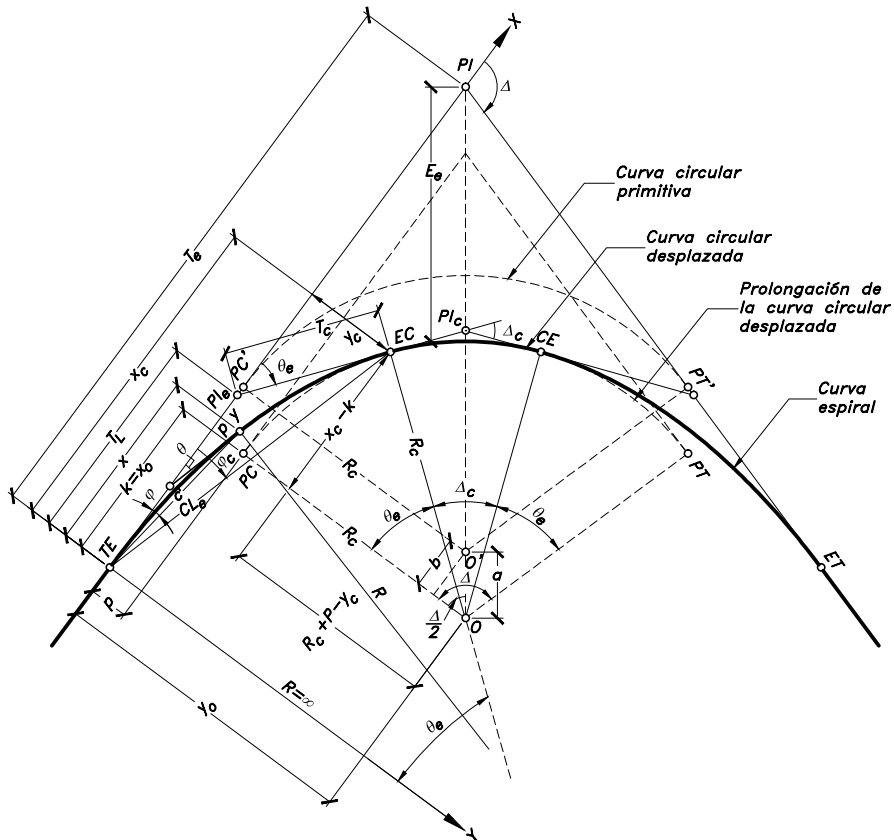


Figura 3.82 Elementos de la curva simétrica Espiral-Circular-Espiral

PC, PT = Principios de curva y tangente en la prolongación de la curva circular desplazada.

TE = Tangente-Espiral. Punto donde termina la tangente de entrada y empieza la espiral de entrada.

EC = Espiral-Circular. Punto donde termina la espiral de entrada y empieza la curva circular central.

CE = Circular-Espiral. Punto donde termina la curva circular central y empieza la espiral de salida.

ET	= Espiral-Tangente. Punto donde termina la espiral de salida y empieza la tangente de salida.
P	= Punto cualquiera sobre el arco de espiral.
O'	= Centro de la curva circular primitiva (sin transiciones).
O	= Nuevo centro de la curva circular (con transiciones).
Δ	= Ángulo de deflexión entre las tangentes principales.
θ_e	= Ángulo de la espiral. Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la tangente en el EC .
Δ_c	= Ángulo central de la curva circular con transiciones.
θ	= Ángulo de deflexión principal del punto P . Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la tangente en el punto P .
φ	= Deflexión correspondiente al punto P . Ángulo entre la tangente a la espiral en el TE y la cuerda c' .
φ_c	= Deflexión correspondiente al EC , o ángulo de la cuerda larga de la espiral.
R	= Radio de curvatura de la espiral en el punto P .
R_c	= Radio de la curva circular central.
T_e	= Tangente de la curva espiral-circular-espiral. Distancia desde el PI al TE y del PI al ET .
T_L	= Tangente larga de la espiral.
T_C	= Tangente corta de la espiral.
c'	= Cuerda de la espiral para el punto P .
CL_e	= Cuerda larga de la espiral.
L_e	= Longitud total de la espiral. Distancia desde el TE al EC .
L	= Longitud de la espiral, desde el TE hasta el punto P .
p	= Desplazamiento (disloque o retranqueo). Distancia entre la tangente a la prolongación de la curva circular desplazada al PC y la tangente a la curva espiralizada.
k	= Distancia a lo largo de la tangente, desde el TE hasta el PC desplazado.
a	= Desplazamiento del centro. Distancia desde O' hasta O .
b	= Proyección de a sobre el eje X .
E_e	= Externa de la curva espiral-circular-espiral.
x, y	= Coordenadas cartesianas del punto P .
x_c, y_c	= Coordenadas cartesianas del EC .
k, p	= Coordenadas cartesianas del PC desplazado.
x_o, y_o	= Coordenadas cartesianas del centro de la curva circular con transiciones.

Para el cálculo de los diversos elementos del trazado espiralizado, es necesario partir de algunos datos conocidos, como lo son: el ángulo de deflexión entre las tangentes principales Δ ; el radio de la curva circular R_c según la velocidad de diseño, la jerarquía de la carretera y el tipo de terreno; y la longitud de la espiral L_e , cuya longitud mínima se determinará más adelante.

Los diferentes elementos, de acuerdo con la Figura 3.82 anterior, se calculan como sigue:

Parámetro de la espiral: K

Despejando K de la ecuación (3-41):

$$K = \sqrt{R_c L_e} \quad (3-49)$$

Ángulo de deflexión principal de un punto P : θ

$$\theta = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{K^2} \right) = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{R_c L_e} \right) = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L}{R} \right) \quad (3-50)$$

También, para $\theta = \theta_e$: $L = L_e$, esto es,

$$\theta_e = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e^2}{K^2} \right)$$

Dividiendo a θ entre θ_e :

$$\frac{\theta}{\theta_e} = \frac{\frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L^2}{K^2} \right)}{\frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e^2}{K^2} \right)} = \frac{L^2}{L_e^2}, \text{ de donde,}$$

$$\theta = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \theta_e \quad (3-51)$$

Ángulo de deflexión de la espiral: θ_e

Según la ecuación (3-50), cuando $L = L_e$:

$$\theta_e = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e^2}{R_c L_e} \right) \quad , \text{ esto es,}$$

$$\theta_e = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e}{R_c} \right) \quad (3-52)$$

Ángulo central de la curva circular: Δ_c

$$\Delta_c = \Delta - 2\theta_e \quad (3-53)$$

Coordenadas cartesianas del: $EC(x_c, y_c)$

En las ecuaciones (3-45) y (3-46), al reemplazar a L por L_e y a θ por θ_e , quedan las coordenadas en función de la *longitud* L_e de la espiral y del *ángulo* θ_e de deflexión de la espiral, así:

$$x_c = L_e \left(1 - \frac{\theta_e^2}{10} + \frac{\theta_e^4}{216} - \frac{\theta_e^6}{9360} + \dots \right) \quad (3-54)$$

$$y_c = L_e \left(\frac{\theta_e}{3} - \frac{\theta_e^3}{42} + \frac{\theta_e^5}{1320} - \frac{\theta_e^7}{75600} + \dots \right) \quad (3-55)$$

En las ecuaciones (3-47) y (3-48), al reemplazar a θ por θ_e , quedan las coordenadas en función de *parámetro* K de la espiral, así:

$$x_c = K \left[\sqrt{2\theta_e} \left(1 - \frac{\theta_e^2}{10} + \frac{\theta_e^4}{216} - \frac{\theta_e^6}{9360} + \dots \right) \right] \quad (3-56)$$

$$y_c = K \left[\sqrt{2\theta_e} \left(\frac{\theta_e}{3} - \frac{\theta_e^3}{42} + \frac{\theta_e^5}{1320} - \frac{\theta_e^7}{75600} + \dots \right) \right] \quad (3-57)$$

Coordenadas cartesianas del PC desplazado: (k, p)

$$\cos \theta_e = \frac{R_c + p - y_c}{R_c} \quad , \text{ de donde,}$$

$$p = \text{disloque} = y_c - [R_c (1 - \cos \theta_e)] \quad (3-58)$$

$$\sin \theta_e = \frac{x_c - k}{R_c} \quad , \text{ de donde,}$$

$$k = x_c - (R_c \sin \theta_e) \quad . \quad (3-59)$$

Tangente de la curva espiral-circular-espiral: T_e

$$T_e = k + (R_c + p) \tan \frac{\Delta}{2} \quad (3-60)$$

Externa de la curva espiral-circular-espiral: E_e

$$\cos \frac{\Delta}{2} = \frac{R_c + p}{R_c + E_e}, \text{ de donde,}$$

$$E_e = (R_c + p) \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} \right) - R_c \quad (3-61)$$

Tangentes larga y corta de la espiral: T_L, T_C

$$T_L = x_c - \frac{y_c}{\tan \theta_e} \quad (3-62)$$

$$T_C = \frac{y_c}{\tan \theta_e} \quad (3-63)$$

Coordenadas cartesianas del centro de la curva circular con transiciones: (x_o, y_o)

$$x_o = k = x_c - (R_c \sin \theta_e) \quad (3-64)$$

$$y_o = p + R_c$$

Pero, según la ecuación (3-58):

$$y_o = y_c - [R_c (1 - \cos \theta_e)] + R_c = y_c - R_c + (R_c \cos \theta_e) + R_c$$

$$y_o = y_c + (R_c \cos \theta_e) \quad (3-65)$$

Cuerda larga de la espiral: CL_e

$$CL_e = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} \quad (3-66)$$

Deflexión de cualquier punto P de la espiral: φ

$$\varphi = \arctan \frac{y}{x} \quad (3-67)$$

También, numerosos cálculos han probado que:

$$\varphi = \frac{\theta}{3} - Z \quad (3-68)$$

Donde Z expresada en segundos, es una pequeña corrección, la cual es prácticamente despreciable para valores de $\theta < 16^\circ$.

$$Z = 3.1(10^{-3})\theta^3 + 2.3(10^{-8})\theta^5 \quad (3-69)$$

Deflexión del EC o ángulo de la cuerda larga: φ_c

$$\varphi_c = \arctan \frac{y_c}{x_c} \quad (3-70)$$

También, según las ecuaciones (3-68) y (3-69):

$$\varphi_c = \frac{\theta_e}{3} - Z_e \quad (3-71)$$

$$Z_e = 3.1(10^{-3})\theta_e^3 + 2.3(10^{-8})\theta_e^5 \quad (3-72)$$

Longitud de la curva circular: L_s, L_c

Por el sistema arco:

$$L_s = \frac{\pi R_c \Delta_c}{180^\circ} \quad (3-73)$$

Por el sistema cuerda:

$$L_c = \frac{c\Delta_c}{G_c} \quad (3-74)$$

3.5.5 Longitud mínima de la espiral de transición

La longitud de la curva de transición L_e o el parámetro de la espiral K no deberán ser inferiores a un valor *mínimo*, con el objeto de que la curva cumpla ciertas condiciones de tipo *dinámico*, *geométrico* y *estético*. En este sentido, existen varios criterios en la determinación de la longitud mínima o parámetro mínimo, adoptándose como parámetro de diseño el mayor valor determinado por cada uno de los criterios, los cuales son^[4,10]:

❶ LONGITUD MÍNIMA DE LA ESPIRAL DE ACUERDO A LA VARIACIÓN DE LA ACELERACIÓN CENTRÍFUGA

Considérese un vehículo circulando sobre una curva de transición, para la cual transversalmente en un punto cualquiera, según la Figura 3.83, se tiene:

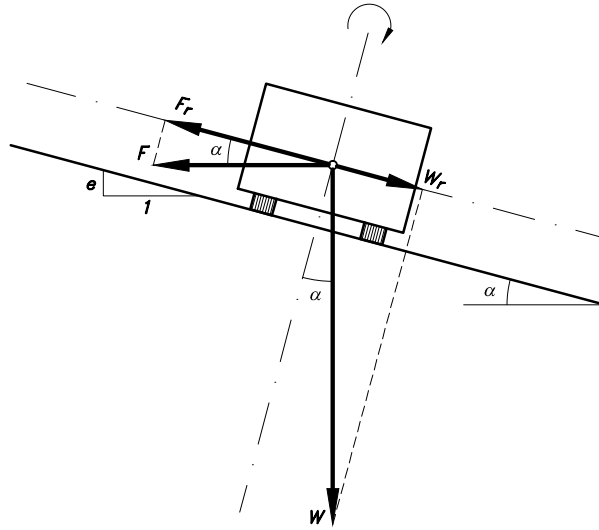


Figura 3.83 Vehículo girando en una curva

- F = Fuerza centrífuga = ma_c
- a_c = Aceleración centrífuga.
- W = Peso del vehículo = mg
- g = Aceleración de la gravedad = 9.81 m/seg^2
- F_r = Componente radial de la fuerza centrífuga.
- W_r = Componente radial del peso del vehículo.
- α = Inclinación transversal de la calzada.
- e = Peralte de la calzada en tanto por uno = $\tan \alpha$

En una curva peraltada la aceleración centrífuga se aminora debido a la componente radial del peso del vehículo, por lo que la fuerza centrífuga residual que actúa radialmente sobre el vehículo es:

$$F_r - W_r = ma_{cr}$$

Donde, a_{cr} es la aceleración radial no compensada por el peralte. Pero:

$$F_r = F \cos \alpha, \quad W_r = W \operatorname{sen} \alpha$$

$$F \cos \alpha - W \operatorname{sen} \alpha = m a_{cr}$$

Dividiendo por $\cos \alpha$,

$$F - W \tan \alpha = \frac{m a_{cr}}{\cos \alpha}$$

Pero, $\tan \alpha = e$, y para ángulos α pequeños $\cos \alpha \approx 1$. Entonces:

$$F - W e = m a_{cr}$$

Reemplazando F y W ,

$$m a_c - m g e = m a_{cr}$$

$$a_{cr} = a_c - g e$$

Cuando el radio de la espiral es R ,

$$a_{cr} = \frac{V_{CH}^2}{R} - g e$$

Ahora si se supone que el vehículo tarda un tiempo t en recorrer toda la longitud de transición L_e a una velocidad uniforme V_{CH} y se define a J como la variación de la aceleración centrífuga por unidad de tiempo, en el EC se tiene:

$$J = \frac{a_{cr}}{t} = \frac{\frac{V_{CH}^2}{R_c} - g e_c}{\frac{L_e}{V_{CH}}}, \quad \text{de donde,}$$

$$L_e = \frac{V_{CH}}{J} \left(\frac{V_{CH}^2}{R_c} - g e_c \right)$$

Expresando a V_{CH} en Km/h, a R_c en metros y a e_c en tanto por uno, se llega a la siguiente expresión que indica la longitud mínima L_e de la espiral:

$$L_e \geq \frac{V_{CH}}{46.656(J)} \left[\frac{V_{CH}^2}{R_c} - 127(e_c) \right] \quad (3-75)$$

Esta expresión se conoce con el nombre de la *fórmula de Smirnof*.

Realmente la constante J es un valor empírico que indica el grado de comodidad que se desea proporcionar. Experimentalmente se ha comprobado que este valor varía entre 0.4 y 0.7 m/seg^3 . Se adoptan para J los valores específicos dados en la Tabla 3.21^[10].

Tabla 3.21 Variación de la aceleración centrífuga

VELOCIDAD ESPECÍFICA V_{CH} (Km/h)	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
J (m/seg ³)	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6	0.5	0.5	0.4	0.4

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

En caso de que no se tenga en cuenta el peralte, la ecuación (3-75) se convierte en:

$$L_e \geq \frac{V_{CH}^3}{46.656(J)R_c} \quad (3-76)$$

La cual es conocida como la *fórmula de Shortt*, ya que fue deducida por él. Por esta razón la *fórmula de Smirnof*, también se conoce como la *fórmula de Shortt modificada*.

Igualmente, Barnett propuso un valor de $J=0.6 \text{ m/seg}^3$ en la fórmula de Shortt, llegándose a:

$$L_e \geq \frac{V_{CH}^3}{28 R_c} \quad (3-77)$$

Esta expresión es conocida como la *fórmula de Barnett*.

2 LONGITUD MÍNIMA DE LA ESPIRAL DE ACUERDO A LA TRANSICIÓN DEL PERALTE

En la Figura 3.84, se muestra la isometría de una calzada que ha sido rotada gradualmente alrededor de su eje a lo largo de la longitud de

transición, desde la tangente o tramo en recta hasta el comienzo de la curva circular, donde:

- a = Ancho de carril.
- $2a$ = Ancho de calzada.
- b = Bombeo normal en recta.
- e_c = Peralte en la curva circular.
- e = Peralte en cualquier sección.
- m = Pendiente relativa de los bordes.

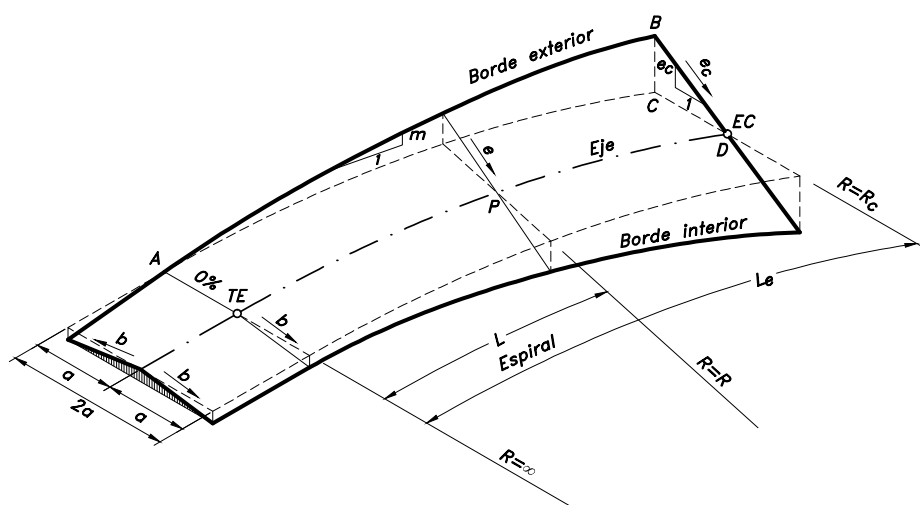


Figura 3.84 Longitud mínima de la espiral de acuerdo al peralte

Para pasar con seguridad y comodidad desde la sección en bombeo normal b en recta hasta aquella sección con peralte e_c donde empieza la curva circular, es necesario hacer variar gradualmente el peralte o inclinación transversal de la calzada.

En el triángulo rectángulo vertical ABC , se tiene:

$$\frac{AC}{BC} = \frac{1}{m}$$

Igualmente, en el triángulo rectángulo vertical BCD ,

$$\frac{BC}{CD} = \frac{e_c}{1} \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$AC = \frac{(CD)e_c}{m} \quad , \text{ donde } CD = \text{ancho de carril} = a, \quad \text{y } AC = L_e$$

De donde se deduce que:

$$L_e \geq \frac{ae_c}{m} \quad (3-78)$$

Donde, como se vio anteriormente en el numeral 3.4.5, en la Tabla 3.18 se presentan los valores máximos y mínimos de la pendiente relativa de los bordes de la calzada con respecto al eje.

③ LONGITUD MÍNIMA DE LA ESPIRAL POR RAZONES DE PERCEPCIÓN Y ESTÉTICA

Desde el punto de vista de la *percepción*, la longitud de la curva de transición ha de ser suficiente para que se perciba de forma clara el cambio de curvatura, orientando adecuadamente al conductor.

Para tal efecto, se considera que el disloque mínimo a utilizar debe ser de 0.25 metros, con lo cual se obtiene una longitud mínima de la espiral de:

$$L_e \geq \sqrt{6R_c} \quad (3-79)$$

Por razones de *estética* y con el objeto de obtener alineamientos armoniosos, el ángulo de deflexión de la espiral θ_e debe ser mínimo de 3° . Despejando L_e de la ecuación (3-52):

$$L_e = \frac{\pi\theta_e R_c}{90^\circ} = \frac{\pi(3^\circ)R_c}{90^\circ} = 0.10472(R_c) \quad , \text{ por lo tanto:}$$

$$L_e \geq \frac{R_c}{9} \quad (3-80)$$

3.5.6 Longitud máxima de la espiral de transición

El valor máximo del parámetro de la espiral $K_{m\acute{a}x}$, debe ser igual a uno punto uno veces (1.1) el radio R_c de la curva en estudio^[10]:

$$K_{m\acute{a}x} = 1.1(R_c)$$

De otra manera,

$$K \leq 1.1(R_c)$$

Ahora reemplazando el valor de K según la ecuación (3-49), resulta:

$$\sqrt{R_c L_e} \leq 1.1(R_c) \quad , \text{ esto es,}$$

$$R_c L_e \leq [1.1(R_c)]^2 = 1.21(R_c)^2 \quad , \text{ de donde,}$$

$$L_e \leq 1.21(R_c) \tag{3-81}$$

3.5.7 Longitud mínima de la curva circular central^[10]

La longitud mínima aceptable del tramo circular central para el arreglo espiral-circular-espiral, es la correspondiente a la distancia que puede recorrer un vehículo a la velocidad específica V_{CH} del elemento en Km/h durante 2 segundos, es decir:

$$L_s (\text{ó } L_c) \geq V_{CH}(t) = V_{CH} \frac{Km}{hr} (2 \text{ seg}) \left(\frac{1 \text{ hr}}{3600 \text{ seg}} \right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} \right)$$

Luego, la longitud mínima de la curva circular central, en metros, es:

$$L_s (\text{ó } L_c) \geq 0.556(V_{CH}) \tag{3-82}$$

Por otro lado, el diseñador puede omitir la espiral de transición, independientemente de la categoría de la carretera y la velocidad específica de la curva horizontal V_{CH} , solo cuando el radio de la curva horizontal sea superior a 1000 metros.

EJEMPLO 3.35: Cálculo geométrico de una curva espiralizada**Datos:**

Todos los datos y cálculos están referidos a la Figura 3.82, para la cual se tiene:

Azimut de la tangente de entrada	= 37°
Azimut de la tangente de salida	= 143°
Coordenadas del PI	= $500N, 500E$
Abscisa del PI	= $K2+482.370$
Radio de la curva circular central	= $80m$
Cuerda unidad	= $10m$
Longitud de la espiral	= $100m$

Calcular:

Se desea calcular y localizar una curva circular con espirales de transición de entrada y salida de igual longitud. Para tal efecto, se deben calcular todos los elementos de las curvas que permitan realizar su trazado en planos y localización en el terreno.

Solución:**a) Elementos de las curvas**Parámetro de la espiral: K

Ecuación (3-49):

$$K = \sqrt{R_c L_e} = \sqrt{80(100)} = 89.443m$$

Angulo de deflexión de la espiral: θ_e

Ecuación (3-52):

$$\theta_e = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{L_e}{R_c} \right) = \frac{90^\circ}{\pi} \left(\frac{100}{80} \right) = 35^\circ 48' 35.50'' = 0.625 \text{ radianes}$$

Angulo central de la curva circular: Δ_c

Ecuación (3-53):

$$\Delta_c = \Delta - 2\theta_e \quad , \text{ donde,}$$

$$\Delta = \text{Azimut tangente salida} - \text{Azimut tangente entrada} = 143^\circ - 37^\circ = 106^\circ D$$

$$\Delta_c = 106^\circ - 2(35^\circ 48' 35.50'') = 34^\circ 22' 49.00''$$

Coordenadas cartesianas del: $EC(x_c, y_c)$

Ecuaciones (3-54) y (3-55):

$$x_c = L_e \left(1 - \frac{\theta_e^2}{10} + \frac{\theta_e^4}{216} - \frac{\theta_e^6}{9360} + \dots \right)$$

$$x_c = 100 \left[1 - \frac{(0.625)^2}{10} + \frac{(0.625)^4}{216} - \frac{(0.625)^6}{9360} + \dots \right] = 96.164m$$

$$y_c = L_e \left(\frac{\theta_e}{3} - \frac{\theta_e^3}{42} + \frac{\theta_e^5}{1320} - \frac{\theta_e^7}{75600} + \dots \right)$$

$$y_c = 100 \left[\frac{0.625}{3} - \frac{(0.625)^3}{42} + \frac{(0.625)^5}{1320} - \frac{(0.625)^7}{75600} + \dots \right] = 20.259m$$

Coordenadas cartesianas del PC desplazado: (k, p)

Ecuaciones (3-58) y (3-59):

$$p = \text{disloque} = y_c - [R_c(1 - \cos \theta_e)] = 20.259 - [80(1 - \cos 35^\circ 48' 35.50'')] =$$

$$p = \text{disloque} = 5.136m$$

$$k = x_c - (R_c \sin \theta_e) = 96.164 - [80(\sin 35^\circ 48' 35.50'')] = 49.356m$$

Tangente de la curva espiral-circular-espiral: T_e

Ecuación (3-60):

$$T_e = k + (R_c + p) \tan \frac{\Delta}{2} = 49.356 + (80 + 5.136) \tan \frac{106^\circ}{2} = 162.335m$$

Externa de la curva espiral-circular-espiral: E_e

Ecuación (3-61):

$$E_e = (R_c + p) \left(\frac{1}{\cos \frac{\Delta}{2}} \right) - R_c = (80 + 5.136) \left(\frac{1}{\cos \frac{106^\circ}{2}} \right) - 80 = 61.465m$$

Tangentes larga y corta de la espiral: T_L, T_C

Ecuaciones (3-62) y (3-63):

$$T_L = x_c - \frac{y_c}{\tan \theta_e} = 96.164 - \frac{20.259}{\tan 35^\circ 48' 35.50''} = 68.084m$$

$$T_C = \frac{y_c}{\sin \theta_e} = \frac{20.259}{\sin 35^\circ 48' 35.50''} = 34.625m$$

Coordenadas cartesianas del centro de la curva circular con transiciones: (x_o, y_o)

Ecuaciones (3-64) y (3-65):

$$x_o = k = 49.356m$$

$$y_o = y_c + (R_c \cos \theta_e) = 20.259 + [80(\cos 35^\circ 48' 35.50'')] = 85.136m$$

Cuerda larga de la espiral: CL_e

Ecuación (3-66):

$$CL_e = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} = \sqrt{(96.164)^2 + (20.259)^2} = 98.275m$$

Deflexión del EC o ángulo de la cuerda larga: φ_c

Ecuación (3-70):

$$\varphi_c = \arctan \frac{y_c}{x_c} = \arctan \frac{20.259}{96.164} = 11^\circ 53' 47.81''$$

También, según las ecuaciones (3-72) y (3-71):

$$Z_e = 3.1(10^{-3})\theta_e^3 + 2.3(10^{-8})\theta_e^5$$

$$Z_e = 3.1(10^{-3})(35^\circ 48' 35.50'')^3 + 2.3(10^{-8})(35^\circ 48' 35.50'')^5 = 143.708'' = 0^\circ 2' 23.71''$$

$$\varphi_c = \frac{35^\circ 48' 35.50''}{3} - 0^\circ 2' 23.71'' = 11^\circ 53' 48.12'' \text{ (Aproximadamente)}$$

Longitud de la curva circular: L_c

Ecuación (3-74):

$$L_c = \frac{c\Delta_c}{G_c}$$

$$G_c = 2 \arcsen \frac{c}{2R_c} = 2 \arcsen \frac{10}{2(80)} = 7^\circ 9' 59.92''$$

$$L_c = \frac{10(34^\circ 22' 49.00'')}{7^\circ 9' 59.92''} = 47.973m$$

Abscisas de los puntos: TE , EC , CE y ET

$$\text{Abscisa } TE = \text{Abscisa } PI - T_e = K2 + 482.370 - 162.335 = K2 + 320.035$$

$$\text{Abscisa } EC = \text{Abscisa } TE + L_e = K2 + 320.035 + 100 = K2 + 420.035$$

$$\text{Abscisa } CE = \text{Abscisa } EC + L_c = K2 + 420.035 + 47.973 = K2 + 468.008$$

$$\text{Abscisa } ET = \text{Abscisa } CE + L_e = K2 + 468.008 + 100 = K2 + 568.008$$

- b) Cálculos de localización por deflexiones, por coordenadas cartesianas y por coordenadas topográficas planas

Espiral de entrada, desde el TE al EC :

Se acostumbra a llevar el abscisado de la espiral en incrementos iguales a la longitud de la cuerda de la curva circular central. De esta manera, se tienen las siguientes abscisas:

$K2+330$:

Su correspondiente *deflexión* se calcula usando las ecuaciones (3-51), (3-45), (3-46) y (3-67).

$$\theta = \left(\frac{L}{L_e} \right)^2 \theta_e$$

Donde L es la distancia desde el TE a la abscisa considerada:

$$L = 330 - 320.035 = 9.965m$$

$$\theta = \left(\frac{9.965}{100} \right)^2 35^\circ 48' 35.50'' = 0^\circ 21' 20.15'' = 0.006206326 \text{ radianes}$$

$$x = L \left(1 - \frac{\theta^2}{10} + \frac{\theta^4}{216} - \frac{\theta^6}{9360} + \dots \right)$$

$$x_{K2+330} = 9.965 \left[1 - \frac{(0.006206326)^2}{10} + \frac{(0.006206326)^4}{216} - \frac{(0.006206326)^6}{9360} + \dots \right]$$

$$x_{K2+330} = 9.965m$$

$$y = L \left(\frac{\theta}{3} - \frac{\theta^3}{42} + \frac{\theta^5}{1320} - \frac{\theta^7}{75600} + \dots \right)$$

$$y_{K2+330} = 9.965 \left[\frac{0.006206326}{3} - \frac{(0.006206326)^3}{42} + \frac{(0.006206326)^5}{1320} - \frac{(0.006206326)^7}{75600} + \dots \right] = 0.021m$$

$$\varphi_{K2+330} = \arctan \frac{y_{K2+330}}{x_{K2+330}} = \arctan \frac{0.021}{9.965} = 0^\circ 7'14.68''$$

Para una cuerda desde el TE de:

$$c'_{K2+330} = \sqrt{x_{K2+330}^2 + y_{K2+330}^2} = \sqrt{(9.965)^2 + (0.021)^2} = 9.965m$$

Las *coordenadas topográficas planas* de esta abscisa, se calculan a partir de las coordenadas del TE, las que a su vez se calculan a partir de las coordenadas del PI:

$$N_{TE} = N_{PI} + T_e \cos Az_{PI,TE}$$

$$T_e = 162.335m, Az_{PI,TE} = Az_{TE,PI} + 180^\circ = 37^\circ + 180^\circ = 217^\circ$$

$$N_{TE} = 500 + 162.335 \cos 217^\circ = 370.354m$$

$$E_{TE} = E_{PI} + T_e \sin Az_{PI,TE} = 500 + 162.335 \sin 217^\circ = 402.304m$$

$$N_{K2+330} = N_{TE} + TE \cdot (K2+330) \cos Az_{TE,(K2+330)}$$

$$TE \cdot (K2+330) = c'_{K2+330} = 9.965m$$

$$Az_{TE,(K2+330)} = Az_{TE,PI} + \varphi_{K2+330} = 37^\circ + 0^\circ 7'14.68'' = 37^\circ 7'14.68''$$

$$N_{K2+330} = 370.354 + 9.965 \cos 37^\circ 7'14.68'' = 378.300m$$

$$E_{K2+330} = E_{TE} + TE \cdot (K2+330) \sin Az_{TE,(K2+330)}$$

$$E_{K2+330} = 402.304 + 9.965 \sin 37^\circ 7'14.68'' = 408.318m$$

K2+340:

$$\theta = \left(\frac{19.965}{100} \right)^2 35^\circ 48'35.50'' = 1^\circ 25'38.59'' = 0.024912575 \text{ radianes}$$

$$x_{K2+340} = 19.965 \left[1 - \frac{(0.024912575)^2}{10} + \frac{(0.024912575)^4}{216} - \frac{(0.024912575)^6}{9360} + \dots \right]$$

$$x_{K2+340} = 19.964m$$

$$y_{K2+340} = 19.965 \left[\frac{0.024912575}{3} - \frac{(0.024912575)^3}{42} + \frac{(0.024912575)^5}{1320} - \frac{(0.024912575)^7}{75600} + \dots \right] = 0.166m$$

$$\varphi_{K2+340} = \arctan \frac{y_{K2+340}}{x_{K2+340}} = \arctan \frac{0.166}{19.964} = 0^\circ 28'35.05''$$

$$c'_{K2+340} = \sqrt{x_{K2+340}^2 + y_{K2+340}^2} = \sqrt{(19.964)^2 + (0.166)^2} = 19.965m$$

$$N_{K2+340} = N_{TE} + TE \cdot (K2+340) \cos Az_{TE \cdot (K2+340)}$$

$$TE \cdot (K2+340) = c'_{K2+340} = 19.965m$$

$$Az_{TE \cdot (K2+340)} = Az_{TE \cdot PI} + \varphi_{K2+340} = 37^\circ + 0^\circ 28'35.05'' = 37^\circ 28'35.05''$$

$$N_{K2+340} = 370.354 + 19.965 \cos 37^\circ 28'35.05'' = 386.198m$$

$$E_{K2+340} = E_{TE} + TE \cdot (K2+340) \sin Az_{TE \cdot (K2+340)}$$

$$E_{K2+340} = 402.304 + 19.965 \sin 37^\circ 28'35.05'' = 414.451m$$

Y así se continúa hasta llegar a la abscisa del *EC*.

Curva circular, desde el *EC* al *CE*:

$$\text{Deflexión por cuerda unidad} = \frac{G_c}{2} = \frac{7^\circ 9'59.92''}{2} = 3^\circ 34'59.96''$$

$$\text{Deflexión por metro} = \frac{G_c}{20} = \frac{7^\circ 9'59.92''}{20} = 0^\circ 21'30.00'' / m$$

$$\text{Deflexión subcuerda lado del EC} = (430 - 420.035)0^\circ 21'30.00'' = 3^\circ 34'14.85''$$

$$\text{Deflexión subcuerda lado del CE} = (468.008 - 460)0^\circ 21'30.00'' = 2^\circ 52'10.32''$$

De esta manera, las *deflexiones* para la curva circular son:

$$\text{Deflexión (EC : K2+420.035)} = 0^\circ 0'0.00''$$

$$\text{Deflexión (K2+430)} = 3^\circ 34'14.85''$$

$$\text{Deflexión (K2+440)} = 3^\circ 34'14.85'' + \frac{G_c}{2} = 3^\circ 34'14.85'' + 3^\circ 34'59.96'' = 7^\circ 9'14.81''$$

$$\text{Deflexión } (K2+450) = 7^\circ 9'14.81'' + 3^\circ 34'59.96'' = 10^\circ 44'14.77''$$

$$\text{Deflexión } (K2+460) = 10^\circ 44'14.77'' + 3^\circ 34'59.96'' = 14^\circ 19'14.73''$$

$$\text{Deflexión } (CE : K2+468.008) = 14^\circ 19'14.73'' + 2^\circ 52'10.32'' = 17^\circ 11'25.05''$$

Las *coordenadas topográficas planas* de los diversos puntos ubicados sobre la curva circular, se calculan a partir de las coordenadas de su centro O :

$$EC \cdot O = R_c = 80m$$

$$Az_{EC-O} = Az_{PlE-EC} + 90^\circ$$

$$Az_{PlE-EC} = Az_{PlE-Pl} + \theta_e = 37^\circ + 35^\circ 48'35.50'' = 72^\circ 48'35.50''$$

$$Az_{EC-O} = 72^\circ 48'35.50'' + 90^\circ = 162^\circ 48'35.50''$$

$$N_O = 434.962 + 80 \cos 162^\circ 48'35.50'' = 358.536m$$

$$E_O = 476.357 + 80 \sin 162^\circ 48'35.50'' = 500.000m$$

K2+430:

$$Az_{O-(K2+430)} = Az_{O-EC} + \text{el doble de la deflexión lado del EC}$$

$$Az_{O-(K2+430)} = (162^\circ 48'35.50'' + 180^\circ) + 2(3^\circ 34'14.85'') = 349^\circ 57'5.20''$$

$$N_{K2+430} = 358.536 + 80 \cos 349^\circ 57'5.20'' = 437.309m$$

$$E_{K2+430} = 500.000 + 80 \sin 349^\circ 57'5.20'' = 486.041m$$

K2+440:

$$Az_{O-(K2+440)} = Az_{O-(K2+430)} + G_c = 349^\circ 57'5.20'' + 7^\circ 9'59.92'' = 357^\circ 7'5.12''$$

$$N_{K2+440} = 358.536 + 80 \cos 357^\circ 7'5.12'' = 438.435m$$

$$E_{K2+440} = 500.000 + 80 \sin 357^\circ 7'5.12'' = 495.978m$$

K2+450:

$$Az_{O-(K2+450)} = Az_{O-(K2+440)} + G_c = 357^\circ 7'5.12'' + 7^\circ 9'59.92'' = 4^\circ 17'5.04''$$

$$N_{K2+450} = 358.536 + 80 \cos 4^\circ 17'5.04'' = 438.312m$$

$$E_{K2+450} = 500.000 + 80 \sin 4^\circ 17'5.04'' = 505.977m$$

K2+460:

$$Az_{O.(K2+460)} = Az_{O.(K2+450)} + G_c = 4^\circ 17' 5.04'' + 7^\circ 9' 59.92'' = 11^\circ 27' 4.96''$$

$$N_{K2+460} = 358.536 + 80 \cos 11^\circ 27' 4.96'' = 436.943m$$

$$E_{K2+460} = 500.000 + 80 \sin 11^\circ 27' 4.96'' = 515.883m$$

K2+468.008 (CE):

$$Az_{O.CE} = Az_{O.(K2+460)} + \text{el doble de la deflexión lado del CE}$$

$$Az_{O.CE} = 11^\circ 27' 4.96'' + 2(2^\circ 52' 10.32'') = 17^\circ 11' 25.60''$$

$$N_{CE} = 358.536 + 80 \cos 17^\circ 11' 25.60'' = 434.962$$

$$E_{CE} = 500.000 + 80 \sin 17^\circ 11' 25.60'' = 523.644m$$

Espiral de salida, desde el ET al CE:

Las deflexiones y las coordenadas cartesianas de la espiral de salida, se calculan tomando como origen el ET y como punto final el CE. Por lo tanto, se tienen las siguientes abscisas:

K2+560:

$$L = 568.008 - 560 = 8.008m$$

$$\theta = \left(\frac{8.008}{100} \right)^2 35^\circ 48' 35.50'' = 0^\circ 13' 46.71'' = 0.004008003 \text{ radianes}$$

$$x_{K2+560} = 8.008 \left[1 - \frac{(0.004008003)^2}{10} + \frac{(0.004008003)^4}{216} - \frac{(0.004008003)^6}{9360} + \dots \right]$$

$$x_{K2+560} = 8.008m$$

$$y_{K2+560} = 8.008 \left[\frac{0.004008003}{3} - \frac{(0.004008003)^3}{42} + \frac{(0.004008003)^5}{1320} - \frac{(0.004008003)^7}{75600} + \dots \right] = 0.011m$$

$$\varphi_{K2+560} = \arctan \frac{y_{K2+560}}{x_{K2+560}} = \arctan \frac{0.011}{8.008} = 0^\circ 4' 43.33''$$

$$c'_{K2+560} = \sqrt{x_{K2+560}^2 + y_{K2+560}^2} = \sqrt{(8.008)^2 + (0.011)^2} = 8.008m$$

Las *coordenadas topográficas planas* de esta abscisa, se calculan a partir de las coordenadas del *ET*, las que a su vez se calculan a partir de las coordenadas del *PI*.

$$\begin{aligned}
 N_{ET} &= N_{PI} + T_e \cos Az_{PI-ET} \\
 T_e &= 162.335m, \quad Az_{PI-ET} = 143^\circ \\
 N_{ET} &= 500 + 162.335 \cos 143^\circ = 370.354m \\
 E_{ET} &= 500 + 162.335 \sin 143^\circ = 597.696m \\
 ET \cdot (K2 + 560) &= c'_{K2+560} = 8.008m \\
 Az_{ET \cdot (K2+560)} &= Az_{ET-PI} - \phi_{K2+560} = (143^\circ + 180^\circ) - 0^\circ 4' 43.33'' = 322^\circ 55' 16.67'' \\
 N_{K2+560} &= 370.354 + 8.008 \cos 322^\circ 55' 16.67'' = 376.743m \\
 E_{K2+560} &= 597.696 + 8.008 \sin 322^\circ 55' 16.67'' = 592.868m
 \end{aligned}$$

Y así se continúa hasta llegar a la abscisa del *CE*.

En la Tabla 3.22, se ilustra la cartera de localización de la curva espiral-circular-espiral por los tres métodos: *deflexiones*, *coordenadas cartesianas* y *coordenadas topográficas planas*. Igualmente en la parte inferior aparecen todos los elementos geométricos asociados con las curvas.

c) Chequeo de la longitud de la curva circular central

Para un radio de la curva circular central de $R_c=80m$, ya sea para una carretera primaria, secundaria o terciaria, se le puede asignar una velocidad específica de $V_{CH}=50 \text{ Km/h}$.

La *longitud mínima* de la *curva circular central* en el caso del arreglo espiral-circular-espiral, según la ecuación (3-82), es:

$$L_c \geq 0.556(V_{CH}) = 0.556(50) = 27.8m$$

Obsérvese que como la longitud de la curva circular, que es de $L_c=47.973m$, es mayor que la distancia $27.8m$, este criterio se cumple.

Tabla 3.22 Cartera de localización de la curva espiral-circular-espiral

ABSCISAS	LONGITUD DESDE EL TE y ET ESPIRALES	DEFLE- XIONES DESDE EL TE, EC y ET	COORDENADAS CARTESIANAS DESDE EL TE y ET		COORDENADAS TOPOGRÁFICAS PLANAS	
	L	ϕ	x	y	N	E
ET=K2+568.008	0.000	00-00-00.00	0.000	0.000	370.354	597.696
560	8.008	00-04-43.33	8.008	0.011	376.743	592.868
550	18.008	00-23-17.45	18.007	0.122	384.661	586.762
540	28.008	00-56-13.48	28.001	0.458	392.441	580.479
530	38.008	01-43-26.11	37.977	1.143	399.996	573.928
520	48.008	02-45-03.50	47.908	2.302	407.229	567.026
510	58.008	04-00-55.40	57.752	4.054	414.037	559.702
500	68.008	05-31-00.83	67.442	6.514	420.295	551.906
490	78.008	07-15-17.79	76.887	9.788	425.868	543.607
480	88.008	09-13-36.37	85.968	13.965	430.607	534.806
470	98.008	11-25-50.28	94.534	19.114	434.349	525.539
CE=K2+468.008	100.000	11-53-47.81	96.164	20.259	434.962	523.644
CE=K2+468.008	-	17-11-25.05	-	-	434.962	523.644
460	-	14-19-14.73	-	-	436.943	515.883
450	-	10-44-14.77	-	-	438.312	505.977
440	-	07-09-14.81	-	-	438.435	495.978
430	-	03-34-14.85	-	-	437.309	486.041
EC=K2+420.035	-	00-00-00.00	-	-	434.962	476.357
EC=K2+420.035	100.000	11-53-47.81	96.164	20.259	434.962	476.357
420	99.965	11-53-19.28	96.135	20.239	434.950	476.323
410	89.965	09-38-24.84	87.690	14.895	431.422	466.973
400	79.965	07-37-21.31	78.697	10.532	426.866	458.077
390	69.965	05-50-19.73	69.313	7.088	421.444	449.678
380	59.965	04-17-25.34	59.663	4.476	415.310	441.785
370	49.965	02-58-45.05	49.843	2.594	408.599	434.372
360	39.965	01-54-23.49	39.925	1.329	401.440	427.393
350	29.965	01-04-15.48	29.956	0.560	393.941	420.779
340	19.965	00-28-35.05	19.964	0.166	386.198	414.451
330	9.965	00-07-14.68	9.965	0.021	378.300	408.318
TE=K2+320.035	0.000	00-00-00.00	0.000	0.000	370.354	402.304
ELEMENTOS DE LAS CURVAS						
Azimut de entrada = 37° Azimut de salida = 143° Abscisa del PI = K2+482.370 $\Delta = 106^\circ D$ $R_c = 80m$ $c = 10m$ $L_e = 100m$ $K = 89.443m$		$G_c = 7^\circ 9' 59.92''$ $\theta_e = 35^\circ 48' 35.50''$ $\Delta_c = 34^\circ 22' 49.00''$ $\phi_c = 11^\circ 53' 47.81''$ $x_c = 96.164m$ $y_c = 20.259m$ $p = 5.136m$ $k = 49.356m$		$T_e = 162.335m$ $E_e = 61.465m$ $T_L = 68.084m$ $T_C = 34.625m$ $x_0 = 49.356m$ $y_0 = 85.136m$ $CL_e = 98.275m$ $L_c = 47.973m$		

EJEMPLO 3.36: Longitud mínima de una curva espiral**Datos:**

Para el diseño de una curva espiral, de una carretera secundaria, se tiene la siguiente información:

Velocidad específica	$= V_{CH} = 60 \text{ Km/h}$
Radio de la curva circular	$= R_c = 113 \text{ m}$
Peralte de la curva circular	$= e_c = 8\%$
Ancho de carril	$= a = 3.65 \text{ m (calzada de dos carriles)}$

Calcular:

La longitud mínima de la espiral de transición de acuerdo a los criterios de: variación de la aceleración centrífuga, transición de peralte, y por razones de percepción y estética; lo mismo que la longitud máxima a utilizar.

Solución:**a) Criterio de variación de la aceleración centrífuga**

De la Tabla 3.21, para una velocidad específica $V_{CH}=60 \text{ Km/h}$, se tiene un valor de la constante $J=0.7 \text{ m/seg}^3$.

Según la ecuación (3-75), la longitud mínima de la espiral es:

$$L_e \geq \frac{V_{CH}}{46.656(J)} \left[\frac{V_{CH}^2}{R_c} - 127(e_c) \right] = \frac{60}{46.656(0.7)} \left[\frac{60^2}{113} - 127(0.08) \right] = 39.863 \text{ m}$$

b) Criterio de la transición del peralte

De la Tabla 3.18, para una velocidad específica $V_{CH}=60 \text{ Km/h}$, los valores máximos y mínimos de la pendiente relativa m de los bordes de la calzada con respecto al eje son:

$$m_{\max} = 0.60\% \quad , \quad m_{\min} = 0.1(\text{carril}) = 0.1(3.65) = 0.365\%$$

Según la ecuación (3-78), se tiene:

$$L_e \geq \frac{ae_c}{m}$$

De esta manera, al utilizar el valor máximo de m , la longitud mínima de la espiral es:

$$L_e \geq \frac{ae_c}{m_{\max}} = \frac{3.65(8)}{0.60} = 48.667m$$

Por otro lado, al utilizar el valor mínimo de m , la longitud máxima de la espiral es:

$$L_e \leq \frac{ae_c}{m_{\min}} = \frac{3.65(8)}{0.365} = 80.000m$$

Esto quiere decir que si se va a utilizar toda la espiral para realizar la transición del peralte, su longitud mínima deberá ser de 48.667 metros y su longitud máxima de 80 metros.

c) Criterio de percepción y estética

Desde el punto de vista de la *percepción*, la longitud mínima de la curva de transición, según la ecuación (3-79), es:

$$L_e \geq \sqrt{6R_c} = \sqrt{6(113)} = 26.038m$$

Por razones de *estética*, de acuerdo con la ecuación (3-80), la longitud mínima de la espiral es:

$$L_e \geq \frac{R_c}{9} = \frac{113}{9} = 12.556m$$

d) Longitud máxima de la espiral a utilizar

De acuerdo con la ecuación (3-81), la longitud máxima es:

$$L_e \leq 1.27(R_c) = 1.27(113) = 136.73m$$

Como puede observarse, para satisfacer todos los criterios simultáneamente, para propósitos de diseño, deberá tomarse una longitud de la espiral comprendida en el rango de 48.667 metros a 80

metros. Si se utiliza una espiral de longitud mayor a 80 metros y menor de 136.73 metros, el peralte requerido por la curva circular deberá lograrse a los 80 metros. Esto es, la porción de espiral después de los 80 metros de longitud, deberá ir peraltada con el 8%.

3.6 ENTRETANGENCIAS HORIZONTALES^[10]

3.6.1 Entretangencia mínima

❶ PARA CURVAS DE DISTINTO SENTIDO

Considerando el empleo de curvas espirales, se puede prescindir de tramos de entretangencia rectos.

Si el alineamiento se hace con curvas circulares únicamente, la longitud de entretangencia debe satisfacer la mayor de las condiciones dadas por la longitud de transición, de acuerdo con los valores máximos y mínimos de la pendiente relativa m de los bordes de la calzada con respecto al eje, y por la distancia recorrida en un tiempo de 5 segundos a la menor de las velocidades específicas V_{CH} , de las curvas adyacentes a la entretangencia en estudio.

❷ PARA CURVAS DE IGUAL SENTIDO

Por su misma naturaleza, las curvas del mismo sentido se deben considerar peligrosas en cualquier proyecto de carreteras, por la inseguridad y disminución de la estética que representan, pues la experiencia dice que los conductores mentalmente al tomar una curva de determinado sentido, esperan que la siguiente sea de sentido contrario, conservando de esta manera un movimiento armonioso. Sin embargo, ya que por dificultades del terreno, son a veces imposibles de evitar, se debe intentar siempre el reemplazo de dos curvas del mismo sentido por una sola curva que las envuelva.

Por lo tanto, cuando sea necesario proyectarlas, en el diseño con curvas espirales, la entretangencia no puede ser menor a la distancia

recorrida en un tiempo de 5 segundos a la velocidad específica de la entretangencia horizontal V_{ETH} .

Para diseños con curvas circulares, especialmente en terreno plano, la entretangencia no puede ser menor al espacio recorrido en un tiempo no menor de 15 segundos a la velocidad específica de la entretangencia horizontal V_{CH} .

3.6.2 Entretangencia máxima

Se deben acondicionar entretangencias suficientemente largas que permitan cumplir con la distancia de visibilidad de adelantamiento, pero en el caso que se excedan estas distancias por razones propias del diseño es necesario procurar que la longitud máxima de recta no sea superior a 15 veces la velocidad específica de la entretangencia horizontal V_{CH} , expresada en kilómetros por hora (Km/h).

Este criterio se aplica de igual forma para curvas de igual sentido como para curvas de diferente sentido.

3.7 PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 3.1

Datos:

En la definición de una curva circular simple se tiene:

Abscisa del $PI = K4+438.280$

$\Delta = 70^\circ$

$G_s = G_c = 8^\circ$

$C = S = 10m$

Calcular:

- La curva, usando la definición por arco. [Resp. : $R_s=71.620m$, $T=50.149m$, $L_s=87.500m$, $Absc.PC=K4+388.131$, $Absc.PT=K4+475.631$].
- La curva, usando la definición por cuerda. [Resp. : $R_c=71.678m$, $T=50.189m$, $L_c=87.500m$, $Absc.PC=K4+388.091$, $Absc.PT=K4+475.581$].

PROBLEMA 3.2**Datos:**

En el cálculo de una curva circular simple, definida por el sistema cuerda, se tiene:

$$G_c = 10^\circ$$

$$c = 20m$$

Calcular:

Las longitudes de las dos cuerdas iguales que reemplazan la cuerda de 20 metros. [Resp. : $c'=10.010m$].

PROBLEMA 3.3**Datos:**

En el cálculo de una curva circular simple, definida por el sistema arco, se tiene:

$$G_s = 12^\circ$$

$$s = 20m$$

Calcular:

Las longitudes de las dos cuerdas iguales que reemplazan el arco de 20 metros. [Resp. : $c'=9.995m$].

PROBLEMA 3.4**Datos:**

Una curva circular simple fue calculada inicialmente con:

Abscisa del $PC=K2+420$

$$\Delta = 62^\circ D$$

$$G_c = 6^\circ$$

$$c = 10m$$

Calcular:

El nuevo abscisado para el PC y el PT , si la tangente de salida se mueve paralelamente hacia el exterior, una distancia de 20 metros sin que la curva simple cambie de radio.

[Resp. : $Absc.PC'=K2+442.651$, $Absc.PT'=K2+545.984$].

PROBLEMA 3.5

Datos:

Los que se muestran en la Figura 3.85.

Calcular:

- La ecuación de empalme entre los dos ejes viales.
[Resp. : $K3+114.256$ (Eje B) \equiv $K2+066.883$ (Eje A)].
- Las coordenadas del punto de empalme.
[Resp. : $N=971.213$, $E=558.787$].
- La abscisa del punto M. [Resp. : $Absc.M=K2+086.380$].

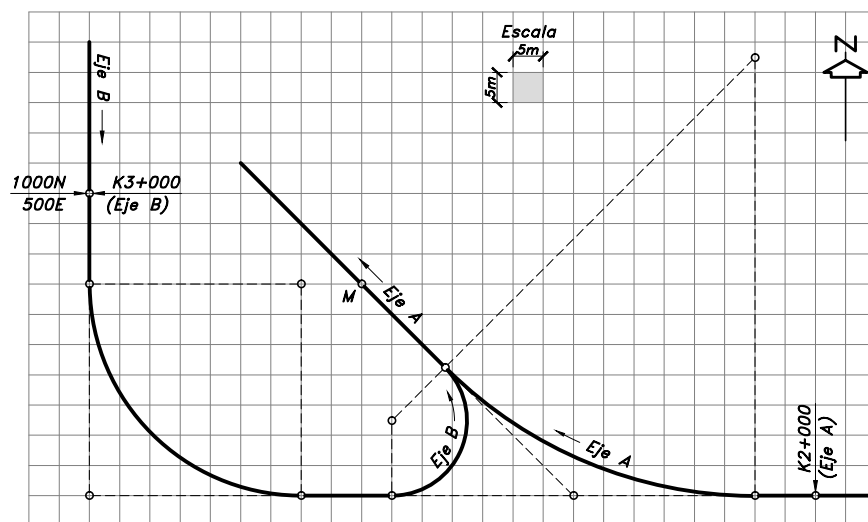


Figura 3.85 Problema 3.5

PROBLEMA 3.6

Datos:

Para la Figura 3.86, se tiene:

$POT \cdot PI_1$	$= 82.600m$
$PI_1 \cdot PI_2$	$= 47.000m$
Abscisa del POT	$= K2+000$
Radio curva al PI_1	$= R_1 = 80.000m$
C_1	$= 10m$
Abscisa del PC_2	$= K2+200$
G_{C2}	$= 8^\circ 26'$
C_2	$= 5m$

Calcular:

La ecuación de empalme de la *Vía 2* en la *Vía 1*.

[Resp. : $K2+301.382$ (*Vía 2*) \equiv $K2+122.593$ (*Vía 1*)].

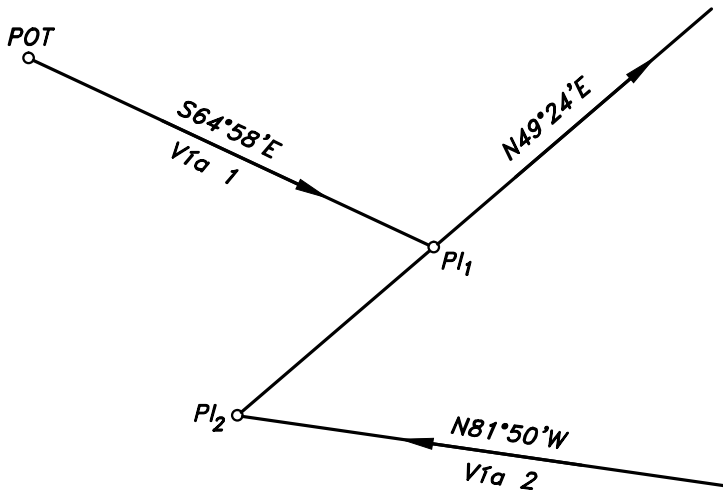


Figura 3.86 Problema 3.6

PROBLEMA 3.7

Datos:

Los que se indican en la Figura 3.87.

Calcular:

El radio R_2 que se adapte a dichos elementos geométricos.

[Resp. : $R_2 = 154.880m$].

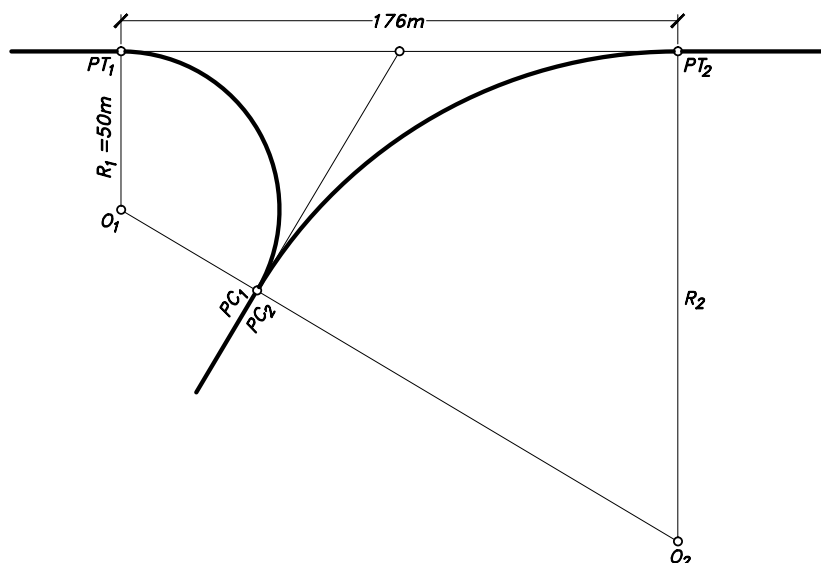


Figura 3.87 Problema 3.7

PROBLEMA 3.8**Datos:**

Adicionalmente a la información dada en la Figura 3.88, para las dos curvas se tiene:

Coordenadas de A = N: 500.000, E: 700.000

Coordenadas de C = N: 572.580, E: 774.960

Segmento AB = 60m

Segmento CD = 50m

Azimut de AB = $72^{\circ}20'52''$

Azimut de CD = $344^{\circ}56'20''$

Sistema = Arco

Calcular:

La abscisa del punto D, tal que el punto común de curva PCC de la curva compuesta de dos radios, quede ubicado exactamente en la mitad del segmento BC.

[Resp. : K3+059.555].

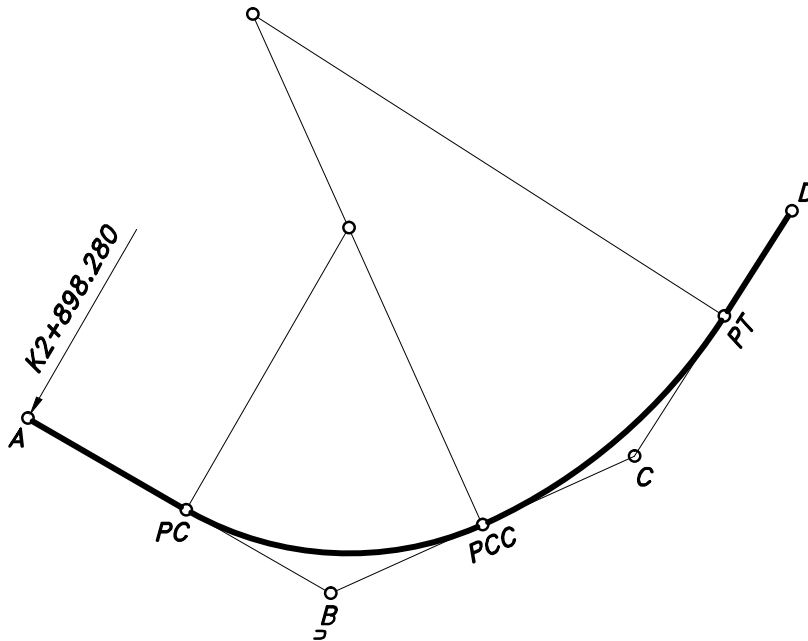


Figura 3.88 Problema 3.8

PROBLEMA 3.9**Datos:**

Para los dos ejes viales dados en la Figura 3.89, se tiene la siguiente información:

Coordenadas del $POT_1 = N: 378.180, E: 246.860$

Coordenadas del $PI_1 = N: 239.940, E: 184.070$

Coordenadas del $PI_2 = N: 153.910, E: 461.620$

Coordenadas del $POT_2 = N: 245.120, E: 572.370$

Abscisa del $POT_1 = K4+879.820$

Distancia $PI_1-PI'_1 = 139.100m$

Distancia $PI_2-PI'_2 = 35.600m$

Cuerdas $= c = 10m$

Calcular:

La ecuación de empalme entre las dos vías.

[Resp. : $K5+496.129$ (vía 2) \equiv $K5+330.059$ (vía 1)].

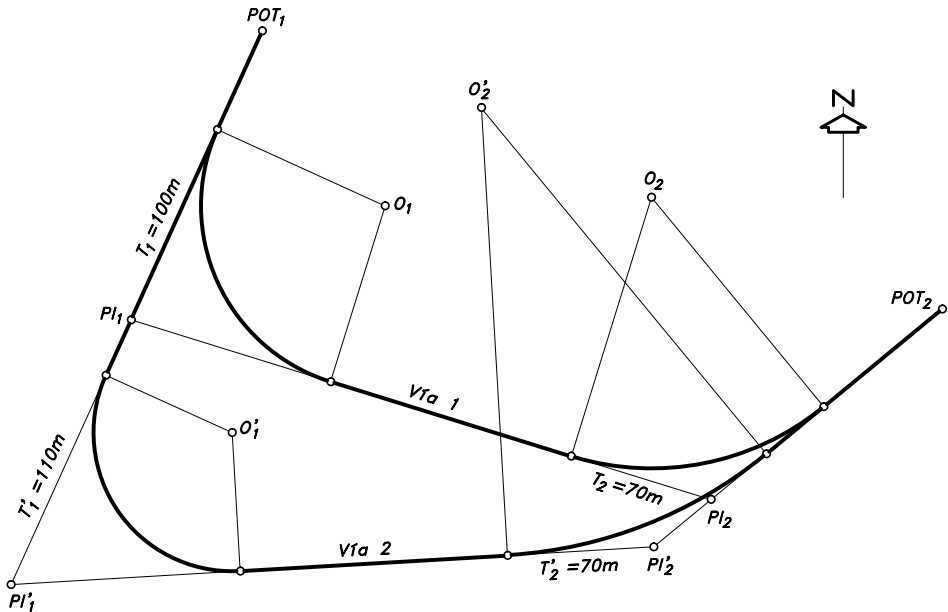


Figura 3.89 Problema 3.9

PROBLEMA 3.10

Datos:

Para la Figura 3.90, se tiene la siguiente información adicional:

Coordenadas de B = N: 421.360, E: 376.840

Coordenadas de C = N: 629.880, E: 534.960

Azimut de AB = $334^{\circ}9'38''$

Azimut de CD = $98^{\circ}50'42''$

Distancia AB = 101m

Distancia CD = 126m

Cuerdas = $c = 10m$

Calcular:

La ecuación de empalme del Eje 2 en el Eje 1.

[Resp. : $K3+302.153$ (Eje 2) \equiv $K3+266.736$ (Eje 1)].

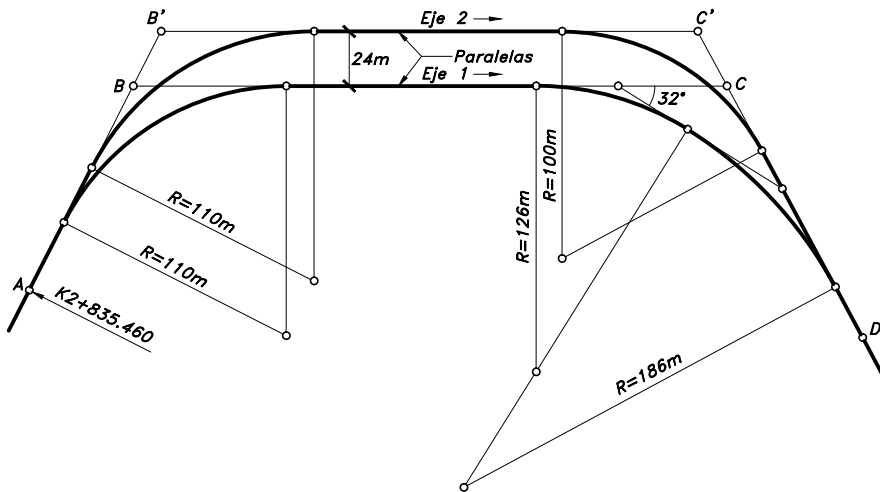


Figura 3.90 Problema 3.10

PROBLEMA 3.11**Datos:**

Además de la información dada en la Figura 3.91, se conoce:

Coordenadas de A = N: 1000.000, E: 1000.000

Coordenadas de B = N: 1132.510, E: 1030.590

Coordenadas de C = N: 1123.450, E: 926.990

Curva de centro F = $T = 37m$, $c = 10m$

Curva de centro G = $R = 32m$, $c = 5m$

Curvas de centros I y H = $T = 48m$, $c = 5m$

Curva de centro J = $c = 5m$

Calcular:

Las ecuaciones de empalme necesarias.

[Resp. : $K0+091.136$ (Eje 2) \equiv $K0+069.184$ (Eje 3)

$K0+218.673$ (Eje 3) \equiv $K0+208.635$ (Eje 1)].

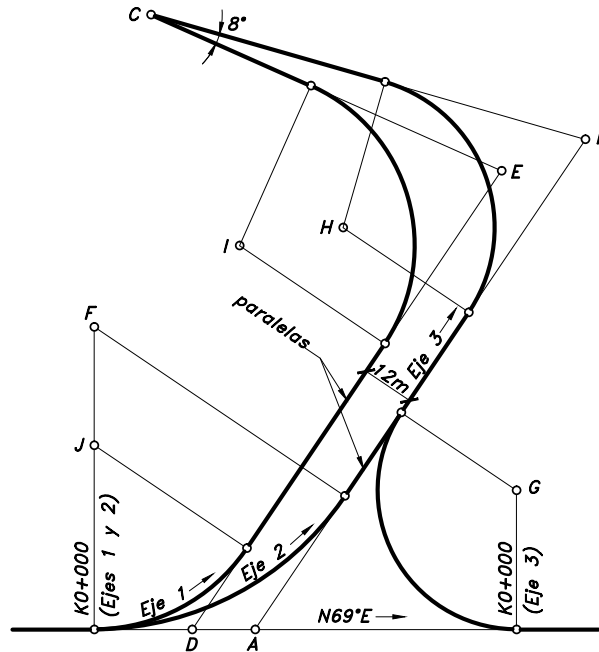


Figura 3.91 Problema 3.11

PROBLEMA 3.12

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.92, se conoce:

Coordenadas de A = N: 1000, E: 1000

Coordenadas de B = N: 957, E: 1115

Coordenadas de C = N: 1161, E: 1227

Azimut de CD = 125°

Azimut de BE = 46°

Radios = $R_1 = R'_1 = 90m$

Tangentes = $T_2 = T'_2 = 92m$

Cuerdas = $c = 10m$

Calcular:

La ecuación de empalme de la Vía 2 en la Vía 1.

[Resp. : $K0+407.977$ (Vía 2) \equiv $K0+444.796$ (Vía 1)].

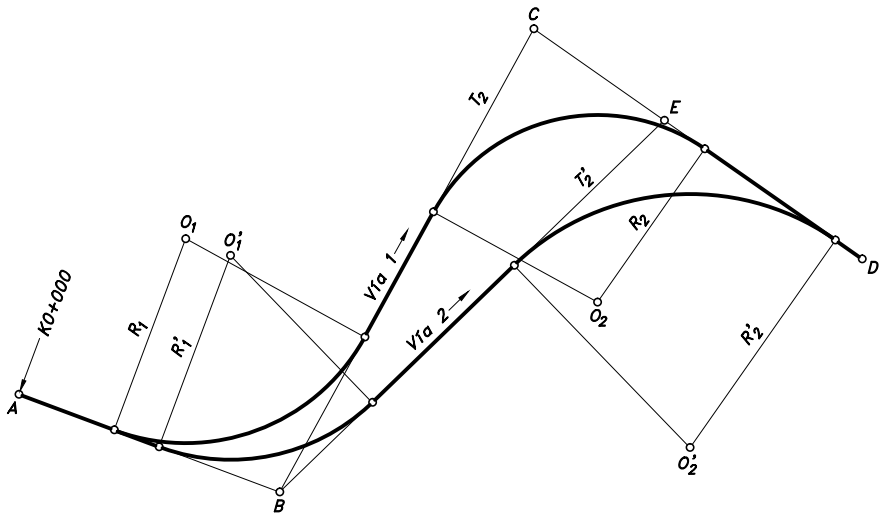


Figura 3.92 Problema 3.12

PROBLEMA 3.13

Datos:

Los que se muestran en la Figura 3.93.

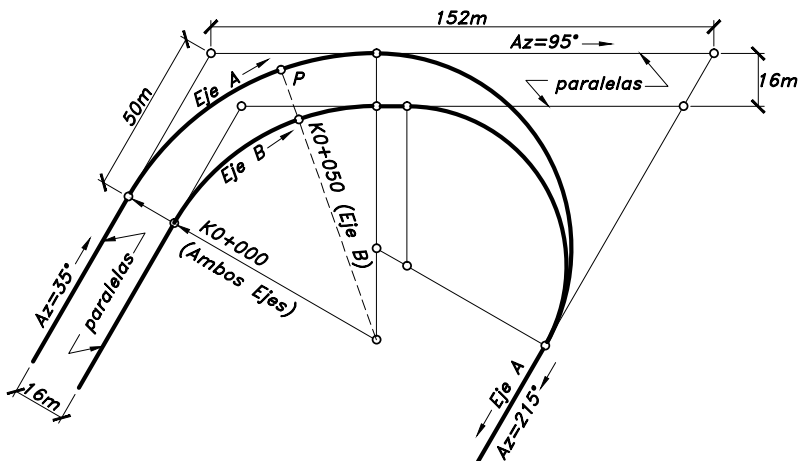


Figura 3.93 Problema 3.13

Calcular:

a) La ecuación de empalme.

[Resp. : $K0+184.170$ (Eje B) $\equiv K0+214.029$ (Eje A)].

b) La abscisa del punto P. [Resp. : $Abcsc.P=K0+061.331$].

PROBLEMA 3.14

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.94, se conoce:

Coordenadas de A = N: 528, E: 416

Coordenadas de B = N: 625, E: 530

Calcular:

La ecuación de empalme. [Resp. : $K5+259.752$ (Eje 2) $\equiv K5+281.639$ (Eje 1)].

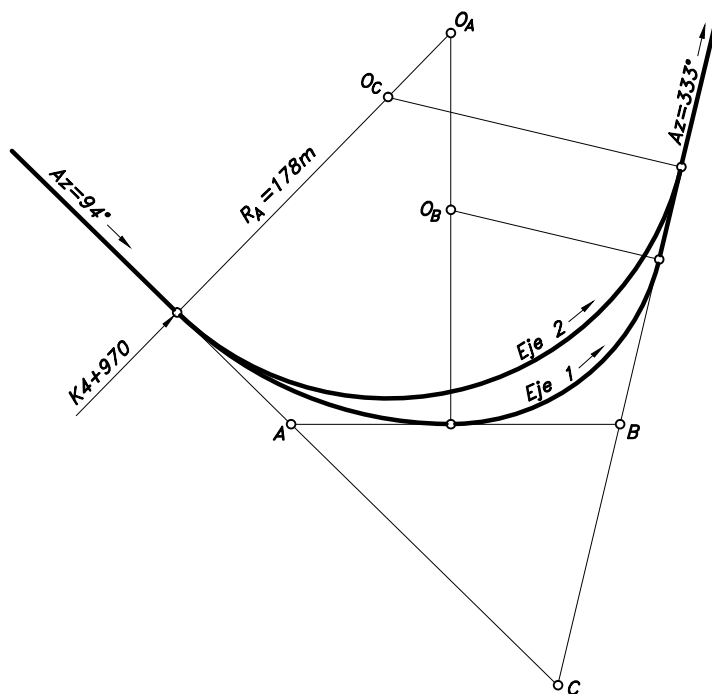


Figura 3.94 Problema 3.14

PROBLEMA 3.15**Datos:**

Además de la información dada en la Figura 3.95, para los dos ejes viales, se conoce:

Distancia $AB = 131m$

Abscisa de $A = K0+846$

Cuerdas $= c = 5m$

Calcular:

La ecuación de empalme del Eje 2 en el Eje 1.

[Resp. : $K0+990.692$ (Eje 2) \equiv $K1+000.114$ (Eje 1)].

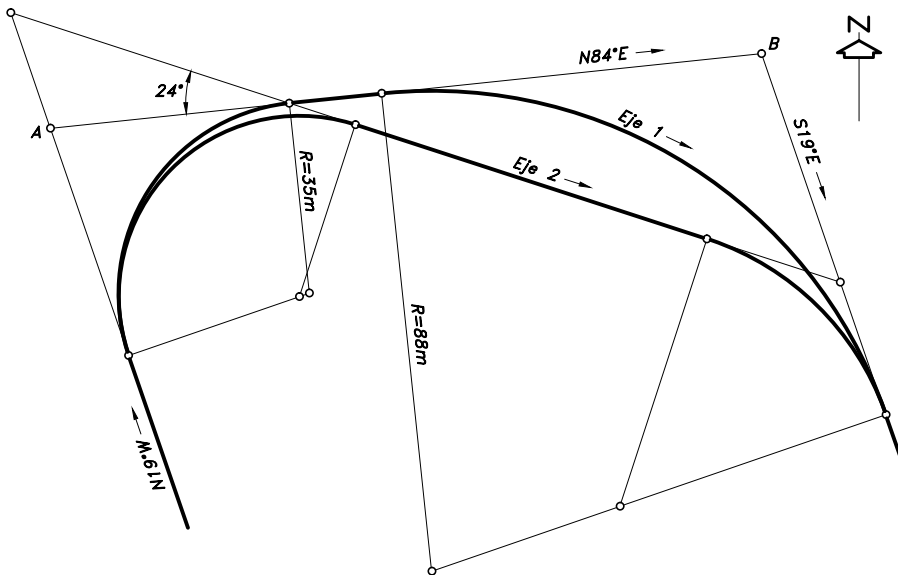


Figura 3.95 Problema 3.15

PROBLEMA 3.16**Datos:**

Además de la información dada para los tres ejes viales de la Figura 3.96, se conoce:

Coordenadas de A = N: 800, E: 500

Coordenadas de B = N: 1000, E: 560

Coordenadas de C = N: 900, E: 680

Sistema = Arco

Calcular:

La ecuación de empalme del Eje 2 en el Eje 1.

[Resp. : $K1+193.002$ (Eje 2) \equiv $K1+299.549$ (Eje 1)].

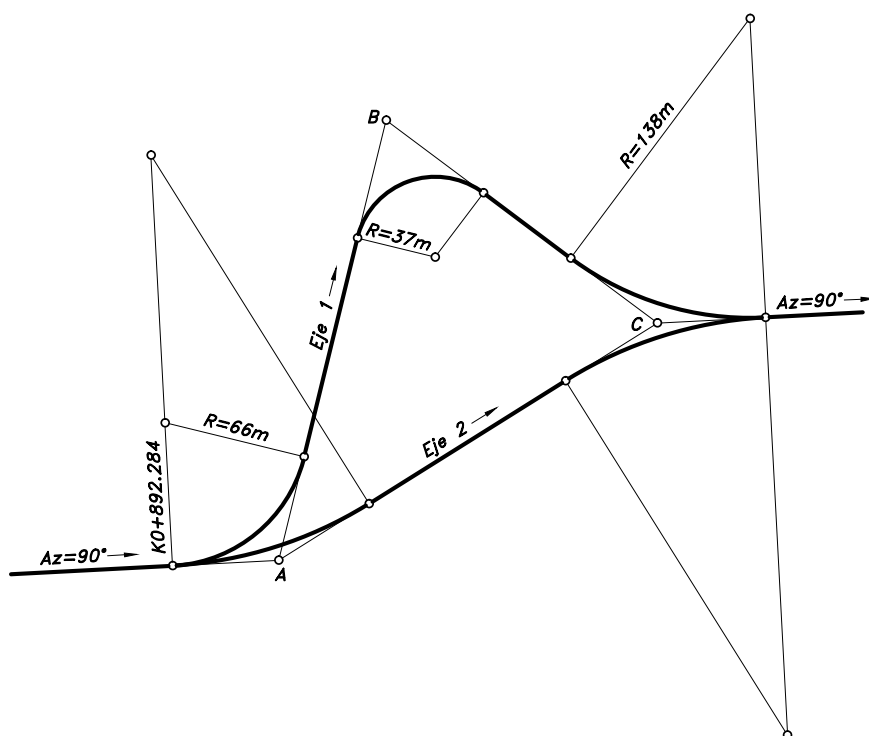


Figura 3.96 Problema 3.16

Datos:

Coordenadas de A = N : 426, E : 342

Coordenadas de B = $N: 200, E: 500$

Abscisa de C $= K1+980$

Abscisa de B $= K2+920$

Cuerdas $= c = 10m$

Calcular:

-

Figura 3.97 Problema 3.17

PROBLEMA 3.18**Datos:**

Los que se indican en la Figura 3.98.

Calcular:

La ecuación de empalme de la Vía 2 en la Vía 1.

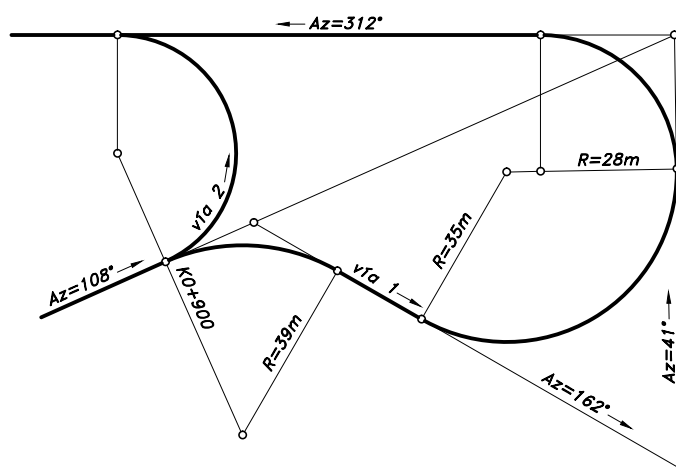
[Resp. : $K0+966.304$ (Vía 2) \equiv $K1+161.181$ (Vía 1)].

Figura 3.98 Problema 3.18

PROBLEMA 3.19**Datos:**

Adicionalmente a la información dada en la Figura 3.99, se conoce:

Coordenadas de B = $N: 4995.430, E: 3254.210$ Distancia BD = $140.240m$

Punto medio de BD = Punto C

Cuerdas = $c = 5m$ (primera curva) y $10m$ (segunda curva)**Calcular:**Las coordenadas del punto P de abscisa $K4+640$.[Resp. : $N=5198.853, E=3197.667$].

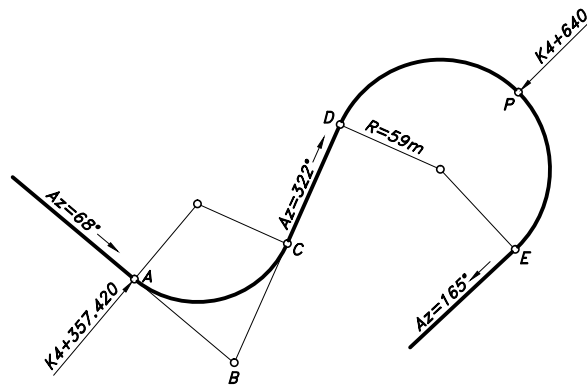


Figura 3.99 Problema 3.19

PROBLEMA 3.20

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.100, se conoce:

Distancia $AB = 235m$

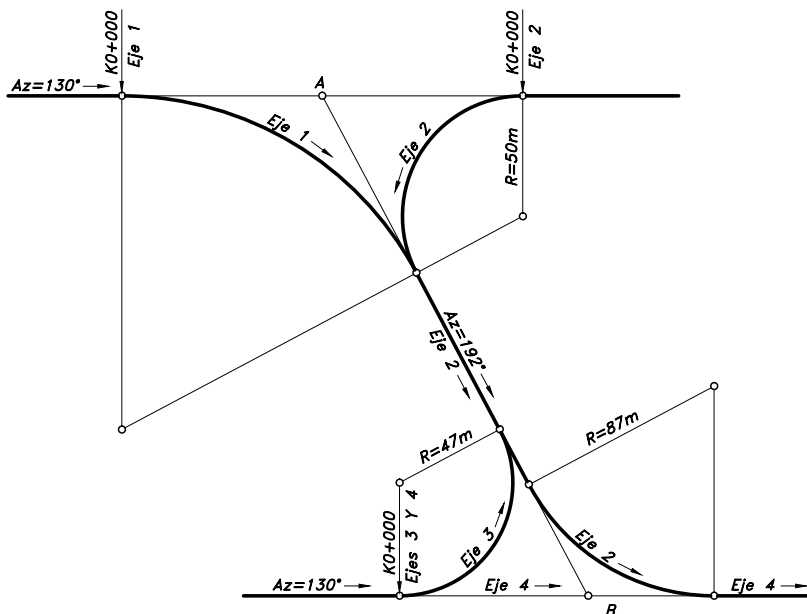


Figura 3.100 Problema 3.20

Calcular:

Las ecuaciones de empalme necesarias.

[Resp. : $K0+149.862$ (Eje 1) $\equiv K0+102.974$ (Eje 2)
 $K0+096.796$ (Eje 3) $\equiv K0+176.539$ (Eje 2)
 $K0+296.628$ (Eje 2) $\equiv K0+130.496$ (Eje 4)].

PROBLEMA 3.21

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.101, se conoce:

Coordenadas de A = N: 5000, E: 8000

Cuerdas = $c = 10m$ (por el Eje 1) y $5m$ (por el Eje 2)

Calcular:

- Las abscisas de P por el Eje 1 y por el Eje 2.
 [Resp. : Abscisa P (Eje 1) = $K1+050.295$, Abscisa P (Eje 2) = $K2+052.690$].
- Las coordenadas del punto P.
 [Resp. : N=4935.052, E=7994.791].

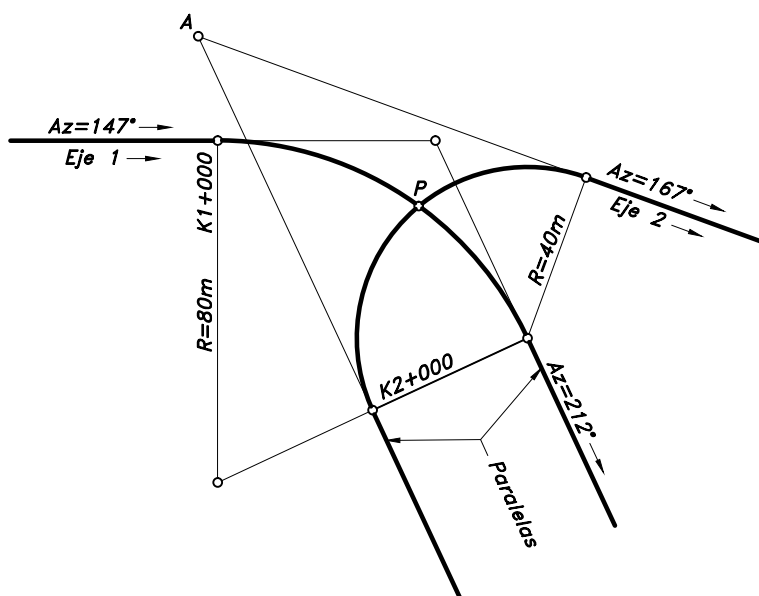


Figura 3.101 Problema 3.21

PROBLEMA 3.22**Datos:**

Para la Figura 3.102, adicionalmente se tiene:

$$\begin{aligned}
 PI_2 PI_1 &= 88.460m \\
 \text{Radio al } PI_1 &= R_1 = 71.680m \\
 \text{Curvatura curva } R_2 &= G_{c2} = 6^\circ \\
 \text{Tangente al } PI_3 &= T_3 = 55.090m \\
 \text{Cuerdas} &= C_1 = C_2 = C_3 = 10m
 \end{aligned}$$

Calcular:

La ecuación de empalme del Eje 3 en el Eje 2.

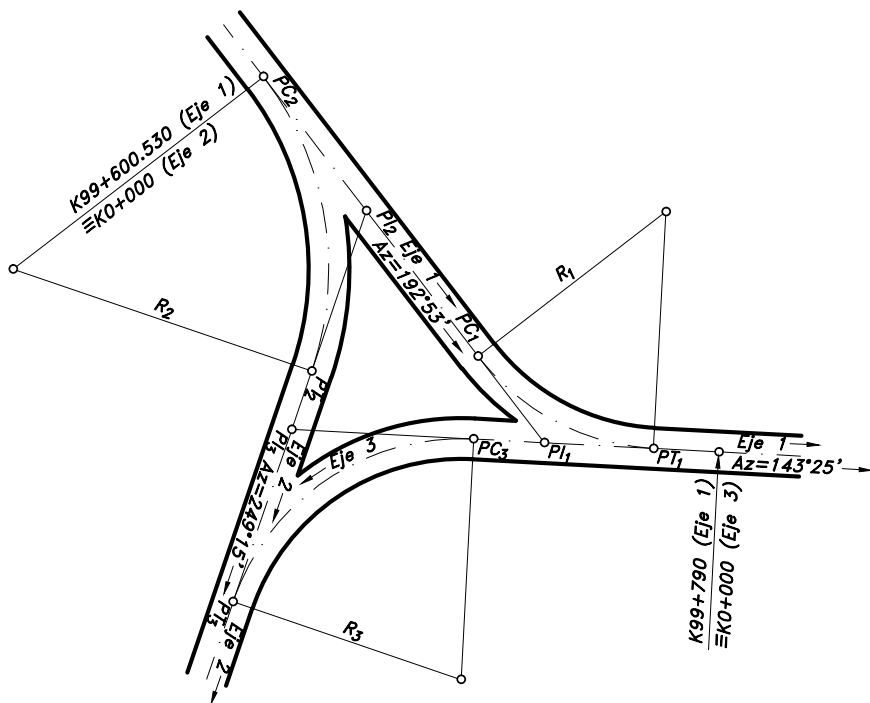
[Resp. : $K0+169.763$ (Eje 3) $\equiv K0+167.726$ (Eje 2)].

Figura 3.102 Problema 3.22

PROBLEMA 3.23**Datos:**

Para la Figura 3.103, adicionalmente se tiene:

Coordenadas de A = N: 500, E: 300

Distancia AB = 38m

Calcular:

Las abscisas del punto de intersección P de la Vía 1 con la Vía 2.

[Resp. : Abscisa P (Vía 1)=K4+316.747, Abscisa P (Vía 2)=K0+439.158].

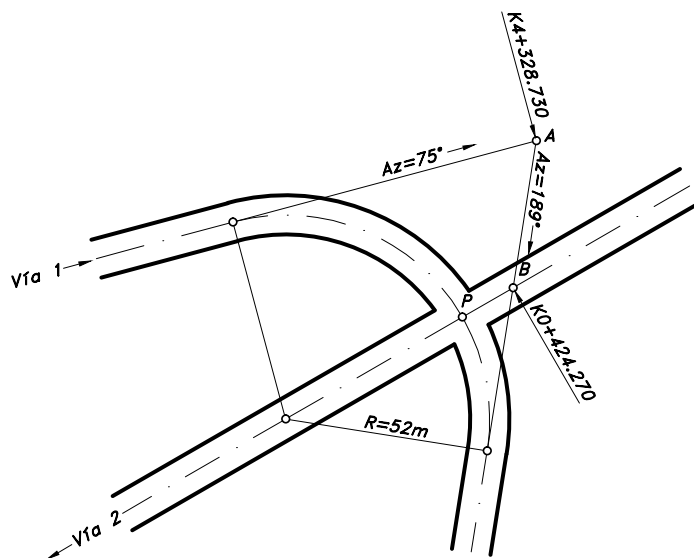


Figura 3.103 Problema 3.23

PROBLEMA 3.24**Datos:**

Para la Figura 3.104, adicionalmente se tiene:

Coordenadas del PI = N: 500.730, E: 413.960

Coordenadas de A = N: 454.120, E: 361.940

La abscisa del punto P por el Eje 1. [Resp. : $\text{Abscisa } P \text{ (Eje 1)} = K4+069.549$].

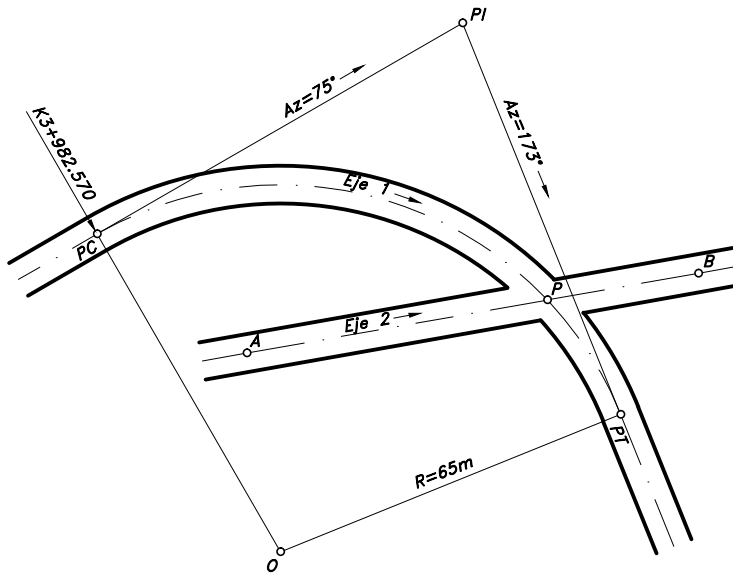


Figura 3.104 Problema 3.24

[Resp. : $N=10082.645$, $E=5181.755$].

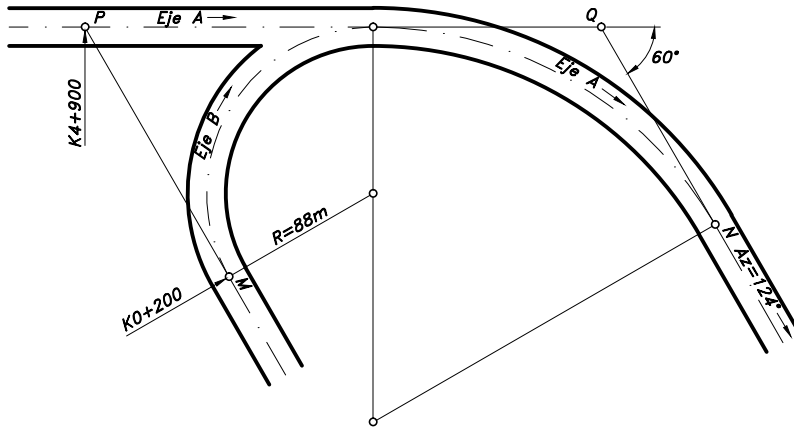


Figura 3.105 Problema 3.25

PROBLEMA 3.26

Datos:

Para la Figura 3.106, adicionalmente se tiene:

Coordenadas de A = N: 1000, E: 500

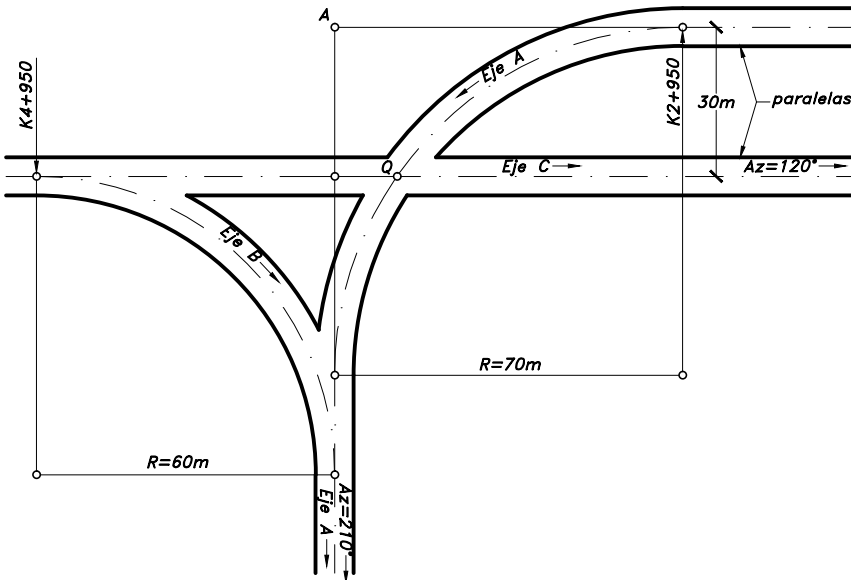


Figura 3.106 Problema 3.26

Calcular:

- La ecuación de empalme entre el Eje B y el Eje A.
[Resp. : $K5+044.248$ (Eje B) \equiv $K3+079.956$ (Eje A)].
- Las abscisas del punto Q.
[Resp. : $\text{Abscisa Q (Eje A)} = K3+017.379$, $\text{Abscisa Q (Eje C)} = K5+022.555$].
- Las coordenadas del punto del punto Q.
[Resp. : $N=967.742$, $E=495.873$].

PROBLEMA 3.27

Datos:

Para la Figura 3.107, adicionalmente se tiene:

Curva de centro $O_1 = R_1 = 52m$

Curva de centro $O_2 = R_2 = 32m$

Curva de centro $O_3 = R_3 = 20m$

Curva de centro $O_4 = R_4 = 42m$

Curva de centro $O_5 = R_5 = 64m$

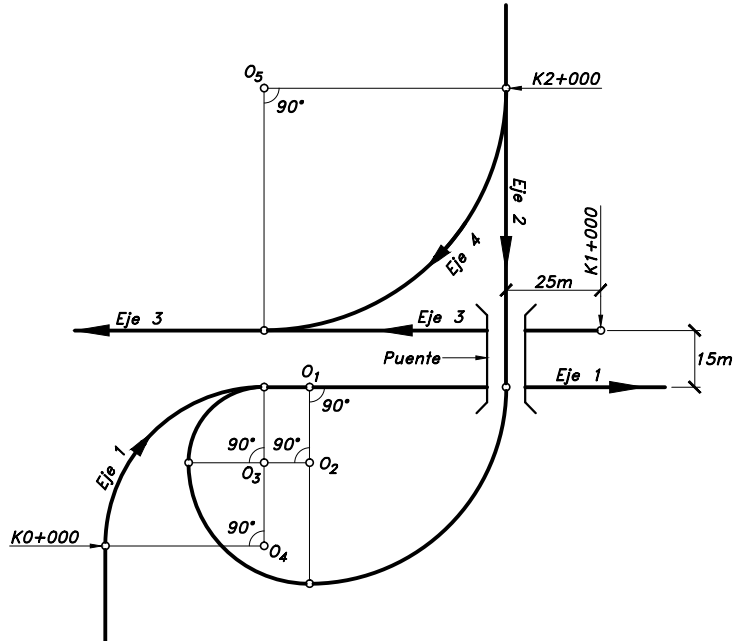


Figura 3.107 Problema 3.27

Calcular:

Las ecuaciones de empalme necesarias.

[Resp. : $K2+242.362$ (Eje 2) $\equiv K0+065.973$ (Eje 1)
 $K2+100.531$ (Eje 4) $\equiv K1+089.000$ (Eje 3)].

PROBLEMA 3.28

Datos:

Para la Figura 3.108, adicionalmente se tiene:

Distancias AB y AC iguales = $138m$

Punto medio de BC = Punto D

Magnitud de radios = $R_2 = R_3 = 3R_1$

Coordenadas del punto A = $N: 1000, E: 2000$

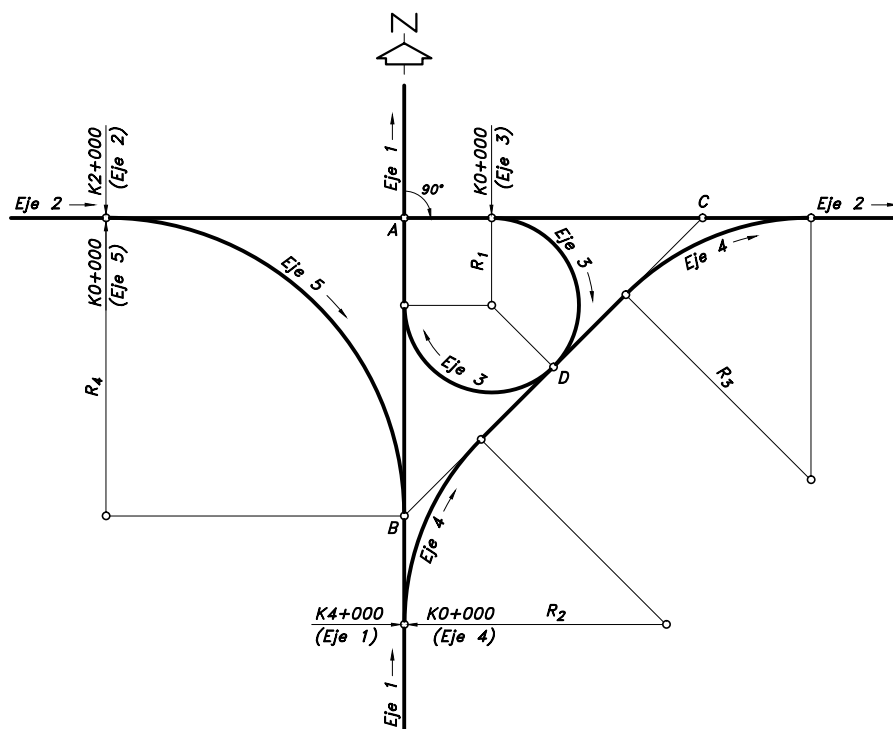


Figura 3.108 Problema 3.28

Calcular:

- a) Las ecuaciones de empalme necesarias.

[Resp. : $K0+190.470$ (Eje 3) $\equiv K4+147.807$ (Eje 1)

$K0+095.235$ (Eje 3) $\equiv K0+142.590$ (Eje 4)

$K0+285.180$ (Eje 4) $\equiv K2+326.226$ (Eje 2)

$K0+216.770$ (Eje 5) $\equiv K4+050.226$ (Eje 1)].

- b) Las coordenadas del punto D. [Resp. : $N=931.001$, $E=2068.999$].

PROBLEMA 3.29

Datos:

Los que se muestran en la Figura 3.109.

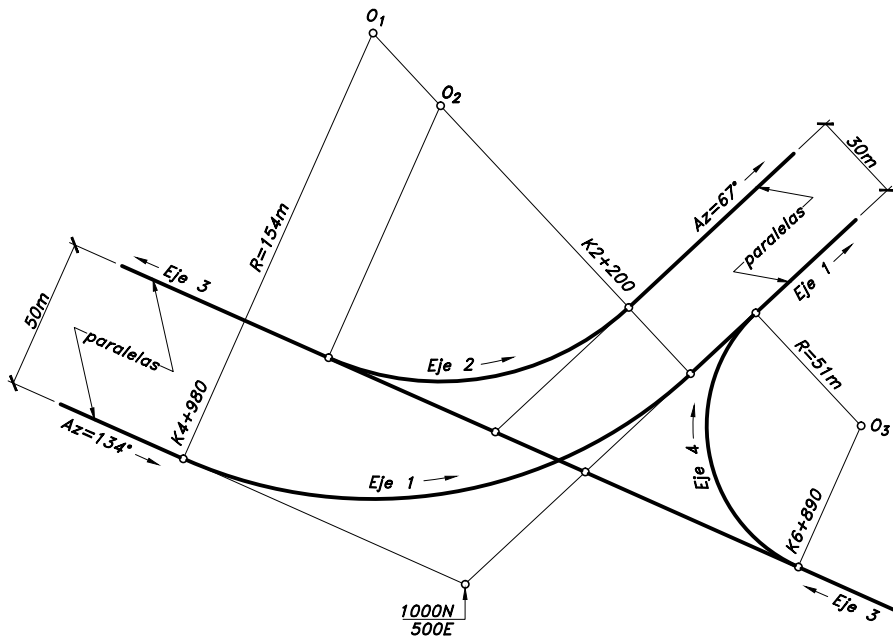


Figura 3.109 Problema 3.29

Calcular:

- a) Las ecuaciones de empalme necesarias.

[Resp. : $K6+990.583$ (Eje 4) $\equiv K5+189.524$ (Eje 1)

$K2+306.615$ (Eje 2) $\equiv K7+059.990$ (Eje 3)].

- b) Las abscisas del punto de intersección del *Eje 1* con el *Eje 3*.
 [Resp. : *Abscisa (por Eje 1)*=K5+107.727, *Abscisa (por Eje 3)*=K6+976.631].
- c) Las coordenadas del centro O_2 . [Resp. : $N=1151.367$, $E=546.487$].

PROBLEMA 3.30

Datos:

Los que se muestran en la Figura 3.110.

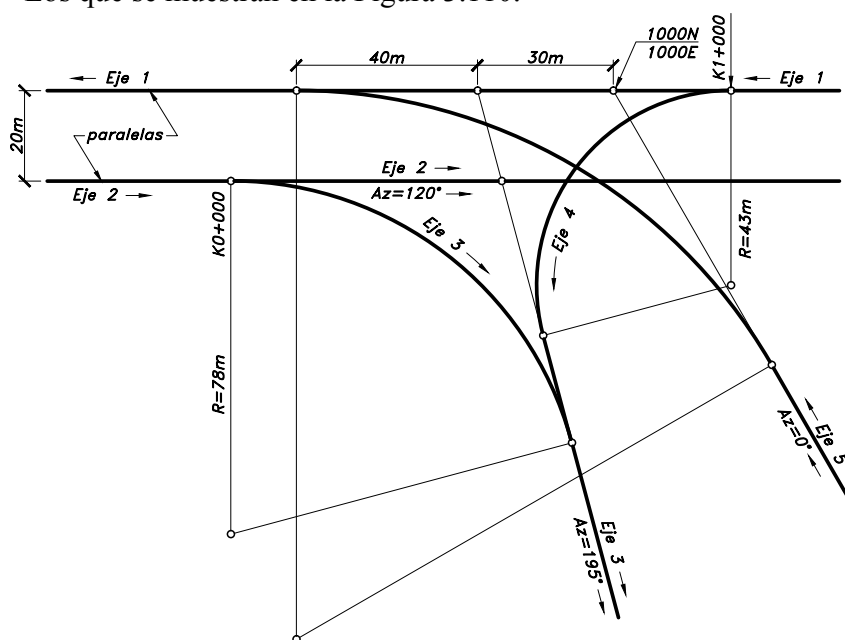


Figura 3.110 Problema 3.30

Calcular:

- a) Las ecuaciones de empalme necesarias.
 [Resp. : $K0+126.966$ (*Eje 5*) $\equiv K0+096.039$ (*Eje 1*)
 $K0+103.321$ (*Eje 4*) $\equiv K0+102.102$ (*Eje 3*)].
- b) Las abscisas del punto de intersección del *Eje 2* con el *Eje 5*.
 [Resp. : *Abscisa (por Eje 2)*=K0+081.198, *Abscisa (por Eje 5)*=K0+056.332].
- c) Las coordenadas del centro de la curva de mayor radio.
 [Resp. : $N=930.000$, $E=878.756$].

PROBLEMA 3.31**Datos:**

Para una curva circular simple se tiene:

Abscisa del PC = $K0+426.700$

Radio de la curva = $R = 60.170m$

Deflexión principal = $\Delta = 50^\circ D$

Cuerda unidad = $c = 10m$

Calcular:

La curva por el método de las normales sobre la tangente, de tal manera que se tengan los mismos puntos de la curva deflectados desde el PC por el método de las deflexiones y cuerdas.

[Resp. : *Se muestra en la Tabla 3.23*].

Tabla 3.23 Cartera de localización de una curva circular por el método de las normales sobre la tangente

ESTACIÓN	ABSCISAS	DEFLEXIONES δ	x (m)	y (m)
PT	K0+479.148	25-00-00.05	46.093	21.493
	470	20-38-22.64	39.696	14.952
	460	15-52-22.68	31.659	9.002
	450	11-06-22.72	22.747	4.465
	440	06-20-22.76	13.207	1.467
	430	01-34-22.80	3.299	0.091
PC	K0+426.700	00-00-00.00	0.000	0.000

PROBLEMA 3.32**Datos:**

Para la situación dada en la Figura 3.111, se tiene:

Ángulo de deflexión principal = $\Delta = 100^\circ D$

Ángulo del PI al punto P = $\beta = 21^\circ$

Distancia del PI al punto P = $PI \cdot P = 25m$

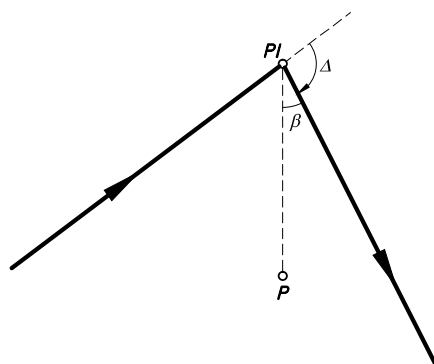


Figura 3.111 Problema 3.32

Calcular:

El radio de la curva que pasa por el punto P . [Resp. : $41.069m$].

PROBLEMA 3.33

Datos:

Para una curva circular simple se tiene:

Abscisa del PC = $K4+523.800$

Deflexión principal = $\Delta = 70^\circ D$

Grado de curvatura = $G_c = 6^\circ 30'$

Cuerda unidad = $c = 5m$

Calcular:

Las deflexiones desde el PC y desde el PI .

[Resp. : Se presenta en la Tabla 3.24].

PROBLEMA 3.34

Datos:

De una curva circular compuesta de dos radios se conocen los siguientes elementos:

Abscisa del PI = $K1+002.160$

Deflexión principal = $\Delta = 68^\circ 32'54''D$

Radio de la primera curva = 106.680m
 Radio de la segunda curva = 152.400m
 Deflexión de la primera curva = 40° 18'34"

Calcular:

- Las tangentes larga y corta de la curva compuesta.
 [Resp. : 92.196m, 78.548m].
- Las abscisas del PC, PCC y PT usando la definición por arco.
 [Resp. : PC=K0+923.612, PCC=K0+998.665, PT=K1+073.777].

Tabla 3.24 Cartera de localización de una curva circular desde el PC y desde el PI

ESTACIÓN	ABSCISAS	DEFLEXIONES DESDE EL PC (δ)	DEFLEXIONES DOBLES (ϕ)	ÁNGULO (α)	Pt-P (m)
PT	K4+577.646	35-00-00	70-00-00	110-00-00.00	30.877
	575	33-16-48	66-33-36	109-50-19.40	28.231
	570	30-01-48	60-03-36	108-22-12.90	23.275
	565	26-46-48	53-33-36	104-24-11.30	18.485
	560	23-31-48	47-03-36	95-42-27.35	14.127
	555	20-16-48	40-33-36	78-15-11.21	10.822
	550	17-01-48	34-03-36	50-45-10.24	9.768
	545	13-46-48	27-33-36	25-32-05.22	11.608
	540	10-31-48	21-03-36	11-05-13.89	15.317
	535	07-16-48	14-33-36	04-05-34.26	19.842
	530	04-01-48	08-03-36	01-00-38.08	24.698
	525	00-46-48	01-33-36	00-01-53.60	29.677
PC	K4+523.800	00-00-00	00-00-00	00-00-00.00	30.877

PROBLEMA 3.35

Datos:

La misma información dada en el Ejemplo 3.26.

Calcular:

Las tangentes de entrada y salida de la curva compuesta de tres radios, utilizando el método general dado por las expresiones de las ecuaciones (3-25) y (3-26).

PROBLEMA 3.36**Datos:**

Para una curva circular de tres radios se conocen:

Abscisa del PI $= K2+422.020$ Deflexión principal $= \Delta = 84^\circ$ Deflexiones individuales $= \Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3$ Radio de la segunda curva $= R_2 = 50m$ Radio de la primera curva $= R_1 = 1.5R_2$ Radio de la tercera curva $= R_3 = R_1$ Cuerdas $= c_1 = c_3 = 10m, c_2 = 5m$ **Calcular:**

- Las tangentes de entrada y salida. [Resp. : $59.392m$, iguales].
- La abscisa del PT de la curva compuesta. [Resp. : $K2+460.302$].

PROBLEMA 3.37**Datos:**

Para la Figura 3.112, se tiene:

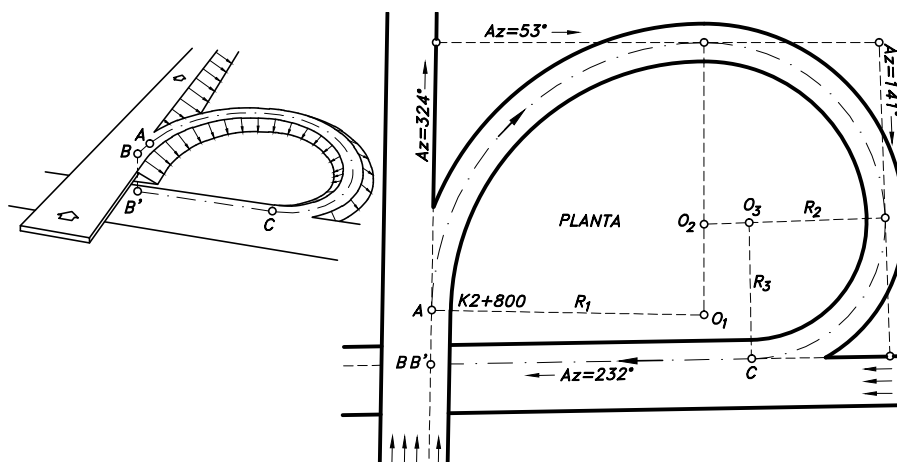


Figura 3.112 Problema 3.37

Curva de centro $O_1 = R_1 = 60m$

Curva de centro $O_2 = R_2 = 40m$

Curva de centro $O_3 = R_3 = 30m$

Calcular:

- La abscisa de B sobre el puente y la de B' debajo del puente.
[Resp. : *Abscisa de $B=K2+788.070$, Abscisa de $B'=K3+073.012$].*
- La pendiente uniforme de la línea que va desde el punto B (sobre el puente) hasta el punto B' (debajo del puente), si verticalmente estos dos puntos están separados 7 metros.
[Resp. : *Pendiente=-2.457%*].

PROBLEMA 3.38

Datos:

La rampa de enlace ilustrada en la Figura 3.113, une el paso inferior con el superior. El alineamiento de entrada a la rampa tiene un Azimut de $\alpha = 113^\circ$, y el de salida de $\beta = 36^\circ$. Los puntos A y A' están sobre la misma línea vertical. La abscisa de A es $K0+000$ y sus coordenadas son $N: 1000$, $E: 500$. La rampa se compone de dos espirales iguales de entrada y salida cada una con una longitud $L_e = 60m$, y de una curva circular central de radio $R_c = 60m$.

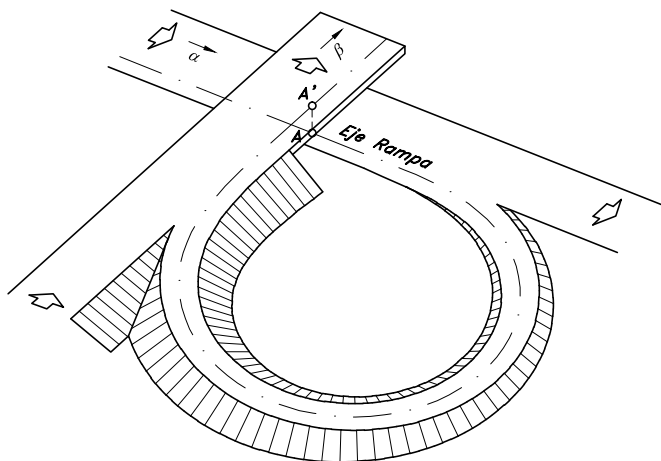


Figura 3.113 Problema 3.38

Calcular:

- Las coordenadas del punto medio de la curva circular.
[Resp. : $N=865.253$, $E=537.369$].
- La abscisa del ET . [Resp. : $K0+376.303$].

PROBLEMA 3.39

Datos:

Para el diseño de una curva circular simple, se tiene:

Bombeo normal en recta	= 2%
Transición en toda la tangente, con peralte	= 8%
Diferencia de pendientes entre los bordes y el eje	= 0.67%
Pendiente longitudinal del eje	= -1%
Calzada de dos carriles, con ancho de carril	= 3.00m
Cota al eje donde termina el bombeo normal	= 500m

Calcular:

- Las longitudes de transición y aplanamiento, rotando la calzada alrededor de su eje. [Resp. : 35.821m, 8.955m].
- La cota del borde exterior en la sección del PC . [Resp. : 499.792].

PROBLEMA 3.40

Datos:

Para el diseño de una curva circular simple, se tiene:

Velocidad específica	= 80 Km/h
Peralte	= 7.5%
Radio	= 235m
Pendiente relativa de los bordes respecto al eje	= 0.50%
Cuerda unidad	= 20m
Deflexión principal	= $\Delta = 30^\circ 20'$
Abscisa del PC	= $K5+422.320$
Calzada de dos carriles, con ancho de carril	= 3.65m
Sección normal con bombeo	= 2%
Cota del PC al eje	= 500m
Pendiente longitudinal del eje	= +1%

La transición del peralte se realiza $2/3$ en la tangente y $1/3$ en la curva.

Calcular:

- Si el tercio central, que queda con el peralte completo, tiene una longitud de al menos $1/3$ de la longitud de la curva. [Resp. : $S\bar{l}$].
- La cota del borde izquierdo en la abscisa $K5+575$. [Resp. : 501.454].

PROBLEMA 3.41

Datos:

Se trata de las transiciones de dos curvas, la primera izquierda y la segunda derecha, para las cuales:

Peralte al PT_1	= 7.0%
Peralte al PC_2	= 5.6%
Abscisa del PT_1	= $K2+200$
Cota del PT_1 al eje	= 500.470m
Pendiente relativa de los bordes respecto al eje	= 0.67%
Calzada de dos carriles, con ancho de carril	= 3.50m
Pendiente longitudinal del eje	= +3%

Entre las transiciones de las dos curvas existe una longitud de 20m en bombeo normal del 2%. El 70% de las transiciones se efectúa en recta.

Calcular:

- Las cotas del borde derecho e izquierdo en la abscisa $K2+215$. [Resp. : 501.065, 500.776].
- La cota del borde derecho 25m después del PC_2 . [Resp. : 504.142].
- La abscisa donde se tiene un peralte del 4% del lado del PC_2 en el desarrollo de la transición de la segunda curva. [Resp. : $K2+298.359$].

PROBLEMA 3.42

Datos:

Además de la información dada en la Figura 3.114, para un par de curvas derechas, se tiene:

Sección normal con bombeo	= 2%
Pendiente relativa de los bordes respecto al eje	= 0.67%
Cota del punto P	= 500m

El eje de la vía trae una pendiente del -4% hasta el punto P , donde cambia al -3.5%.

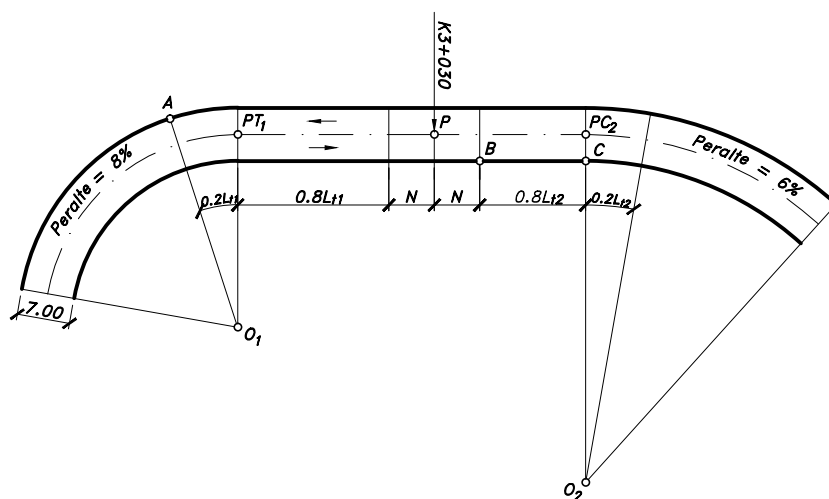


Figura 3.114 Problema 3.42

Calcular:

- Las cotas en los puntos A , B y C respectivamente.
[Resp. : 502.370, 499.564, 498.589].
- La abscisa de aquella sección donde se tiene un peralte del 5% del lado del PT_1 en la primera curva. [Resp. : $K2+993.433$].

PROBLEMA 3.43

Datos:

Para la Figura 3.115, se tiene:

Abscisa del PC_1	= $K0+880$
Cota del PC_1 al eje	= 505m
Pendiente relativa de los bordes respecto al eje	= 0.77%

Longitud de la primera curva	= 135m
Longitud de la segunda curva	= 112m
Distancia del PT_1 al PC_2	= 68m
Calzada de dos carriles, con ancho de carril	= 3.65m
Bombeo normal	= 2%
Pendiente longitudinal del eje	= +4%
Transiciones	= 70% en recta

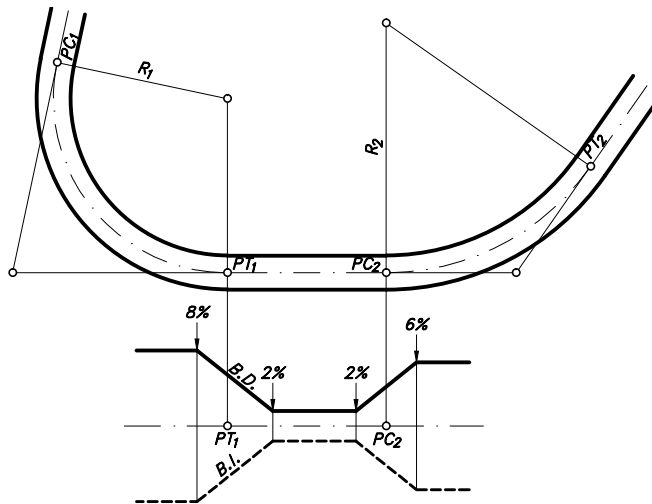


Figura 3.115 Problema 3.43

Calcular:

- Las cotas en los bordes en el $K1+050$. [Resp. : 506.873, 506.727].
- Las cotas en los bordes en la abscisa ubicada 5m después del PT_1 . [Resp. : 505.766, 505.434].

PROBLEMA 3.44

Datos:

Para la Figura 3.116, se tiene:

Peralte de la primera curva	= 10%
Peralte de la segunda curva	= 8%
Pendiente relativa de los bordes respecto al eje	= 0.96%

Longitud de la primera curva	= 50m
Longitud de la segunda curva	= 70m
Calzada de dos carriles, con ancho de carril	= 3.65m
Pendiente longitudinal del eje	= +4%

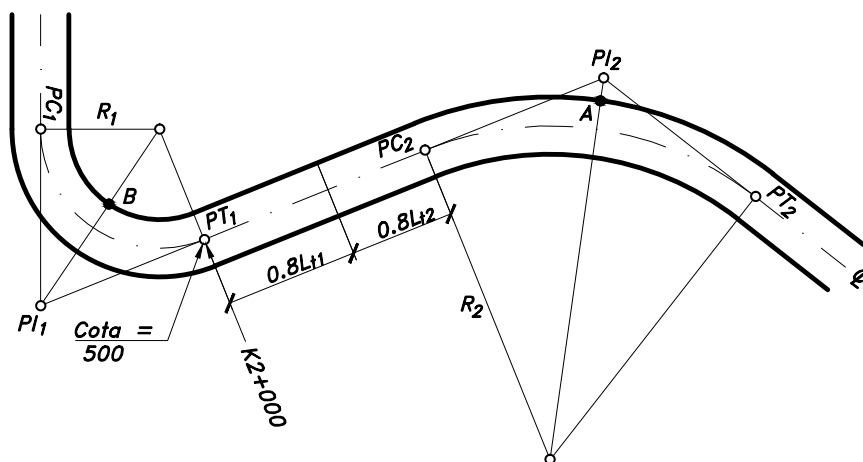


Figura 3.116 Problema 3.44

Calcular:

- La cota del punto A. [Resp. : 503.882].
- La cota del punto B. [Resp. : 498.635].
- La cota del borde derecho en la abscisa K2+040. [Resp. : 501.508].

PROBLEMA 3.45

Datos:

Para la Figura 3.117, se tiene:

Longitud de transición de la primera curva	= 32m
Calzada de dos carriles, con ancho de carril	= 3.65m
Pendiente longitudinal del eje	= -3%
Abscisa del PT_1	= K2+900
Cota al eje en el PT_1	= 500m
Transiciones	= 80% en recta

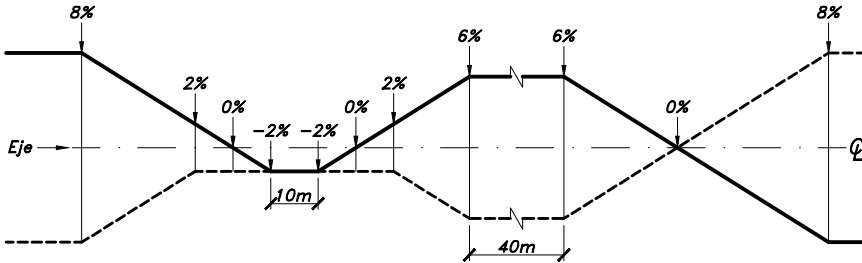


Figura 3.117 Problema 3.45

Calcular:

- Dibuje un esquema de la planimetría correspondiente.
- La cota del borde derecho en la abscisa $K3+055$.
[Resp. : 495.209 ó 495.497].

PROBLEMA 3.46

Datos:

Para la Figura 3.118, se tiene:

Cota al eje en el TE_1 = 500m

Pendiente longitudinal del eje = -4%

Calzada de dos carriles, con ancho de carril = 3.65m

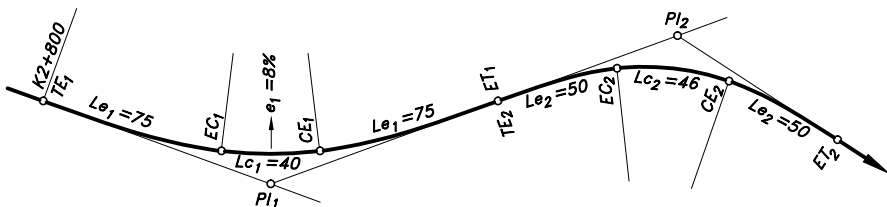


Figura 3.118 Problema 3.46

Calcular:

- Las cotas de los bordes de la calzada en la abscisa $K3+100$.
[Resp. : 488.140, 487.860].
- La abscisa correspondiente a un peralte del 5% en la espiral de salida del PI_1 . [Resp. : $K2+943.125$].

PROBLEMA 3.47

Datos:

Se trata de las transiciones de dos curvas derechas, para las cuales:

Peralte de la primera curva	= 8.0%
Peralte de la segunda curva	= 6.0%
Abscisa del PT_1	= $K1+000$
Abscisa del PC_2	= $K1+100$
Cota del PT_1 al eje	= 500m
Pendiente relativa de los bordes respecto al eje	= 0.67%
Bombeo normal	= 2.0%
Calzada de dos carriles, con ancho de carril	= 3.50m
Transiciones	= 70% en recta
Sobreancho total requerido en las curvas	= 1.40m
Pendiente longitudinal del eje hasta el PT_1	= -1.0%
Pendiente longitudinal del eje del PT_1 al PC_2	= -0.5%
Pendiente longitudinal del eje del PC_2 en adelante	= +0.5%

La transición del sobreancho se realiza con la transición del peralte.

Calcular:

- Las cotas del borde derecho e izquierdo en la abscisa $K0+995$.
[Resp. : 499.745, 500.279].
- La cota del borde derecho en la abscisa $K1+055$. [Resp. : 499.655].
- La abscisa cuando se ha desarrollado el 85% de la transición del peraltado en la segunda curva. [Resp. : $K1+104.702$].

PROBLEMA 3.48

Datos:

De acuerdo con el perfil de peraltes de la Figura 3.119, se tiene:

Borde derecho	= Línea continua
Borde izquierdo	= Línea discontinua
Abscisa del PT_1	= $K2+910$
Cota al eje en el PT_1	= $500m$
Pendiente longitudinal del eje	= -5%
Calzada	= de 2 carriles
Ancho de carril	= $3.65m$
Transiciones	= 80% en recta

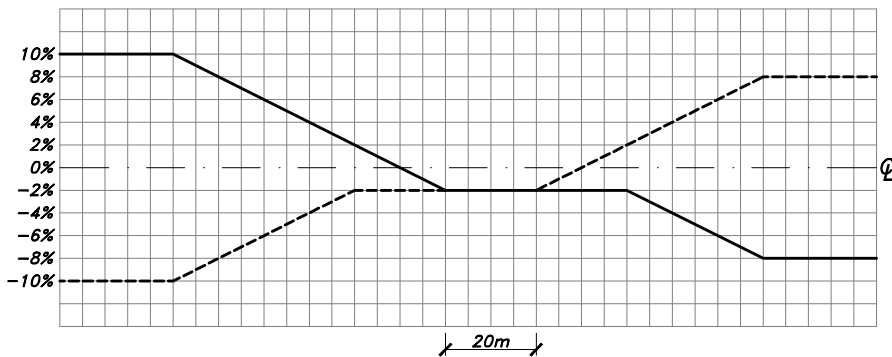


Figura 3.119 Problema 3.48

Calcular:

- La cota del borde derecho en la abscisa $K3+017$. [Resp. : 494.453].
- La cota del borde izquierdo en la abscisa $K2+885$. [Resp. : 500.885].
- La cota del borde izquierdo para un peralte del 3.8% en la segunda curva. [Resp. : 495.189].

PROBLEMA 3.49

Datos:

Además de la información mostrada en la Figura 3.120, se tiene:

Coordenadas del punto Q = $N: 1000, E: 500$

Cota del punto Q arriba en el puente = $593m$

Cota del punto Q abajo en el puente = $86m$

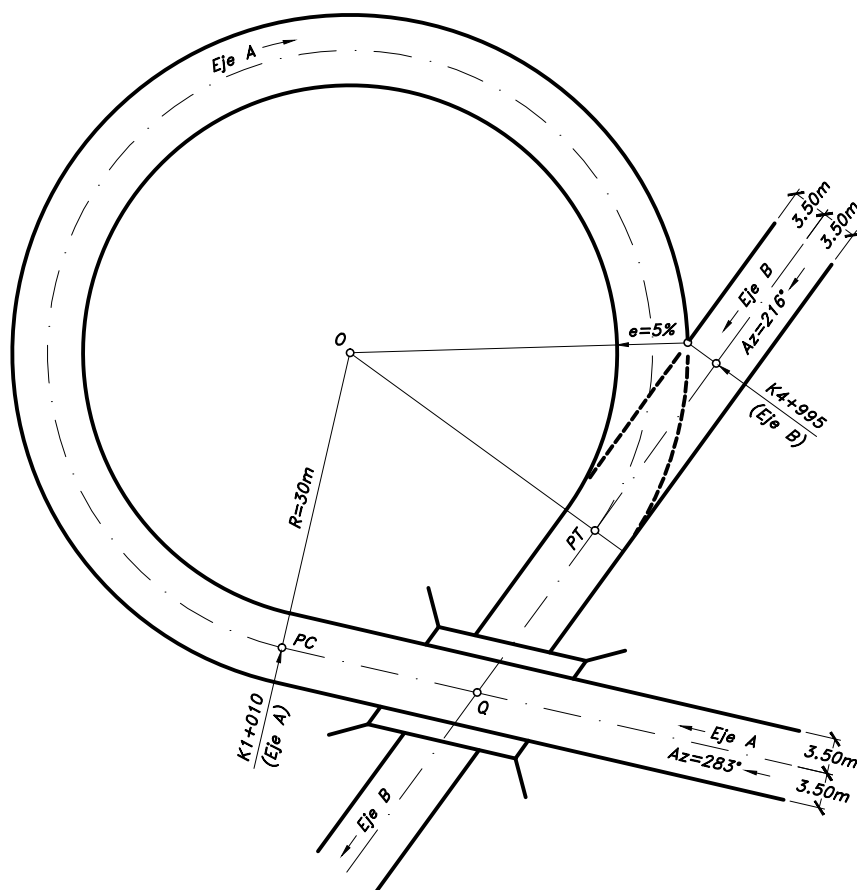


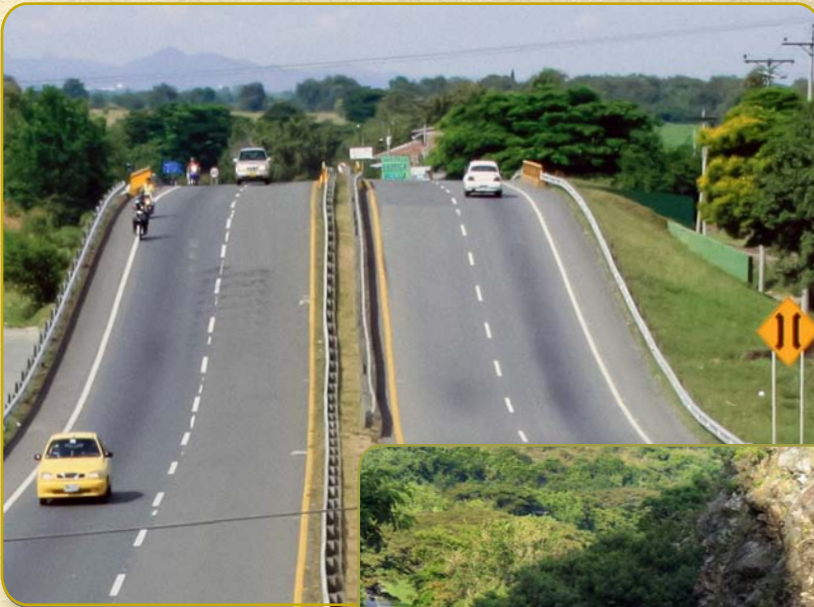
Figura 3.120 Problema 3.49

Calcular:

- La ecuación de empalme.
[Resp. : $K1+163.414$ (Eje A) \equiv $K5+015.494$ (Eje B)].
- Las coordenadas del punto medio de la curva.
[Resp. : $N=1061.798$, $E=476.895$].
- Las cotas de los bordes de la calzada en la abscisa $K1+130$, si el tercio central de la curva tiene un peralte constante del 8%.
[Resp. : Borde derecho=87.749, Borde izquierdo=88.111].

Capítulo 4

Diseño geométrico vertical: rasante



Capítulo 4

DISEÑO GEOMÉTRICO VERTICAL: RASANTE

4.1 CONCEPTO^[5, 10]

El *diseño geométrico vertical* de una carretera, o *alineamiento en perfil*, es la proyección del eje real o espacial de la vía sobre una superficie vertical paralela al mismo. Debido a este paralelismo, dicha proyección mostrará la longitud real del eje de la vía. A este eje también se le denomina *rasante o sub-rasante*.

El alineamiento horizontal y el alineamiento vertical deben ser consistentes y balanceados, en forma tal que los parámetros del primero correspondan y sean congruentes con los del segundo. Por lo tanto es necesario que los elementos del diseño vertical tengan la misma *velocidad específica* del sector en planta que coincide con el elemento vertical en estudio.

Lo ideal es la obtención de rasantes largas con un ajuste óptimo de curvas verticales y curvas horizontales a las condiciones del tránsito y

a las características del terreno, generando un proyecto lo más económico posible tanto en su construcción como para su operación.

4.2 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS QUE INTEGRAN EL ALINEAMIENTO VERTICAL

Al igual que el diseño en planta, el eje del alineamiento vertical está constituido por una serie de *tramos rectos* denominados *tangentes verticales*, enlazados entre sí por *curvas verticales*.

La pendiente de las tangentes verticales y la longitud de las curvas dependen principalmente de la topografía de la zona, del alineamiento horizontal, de la visibilidad, de la velocidad del proyecto, de los costos de construcción, de los costos de operación, del porcentaje de vehículos pesados y de su rendimiento en los ascensos.

4.2.1 Tangentes verticales

Las tangentes sobre un plano vertical se caracterizan por su longitud y su pendiente, y están limitadas por dos curvas sucesivas. De acuerdo con la Figura 4.1, la *longitud* T_v de una tangente vertical es la distancia medida horizontalmente entre el fin de la curva anterior y el principio de la siguiente.

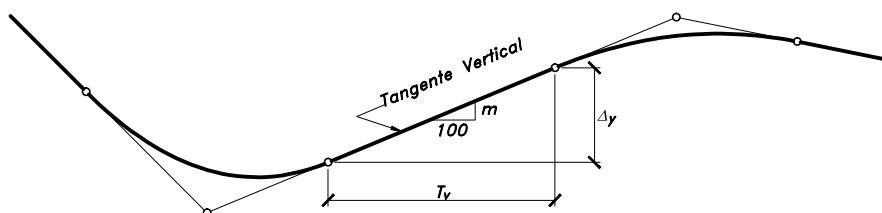


Figura 4.1 La tangente vertical

La *pendiente* m de la tangente vertical es la relación entre el desnivel y la distancia horizontal entre dos puntos de la misma. Por lo tanto:

$$m = \left(\frac{\Delta y}{L_v} \right) 100$$

Obsérvese que en la expresión anterior la pendiente m se ha expresado en porcentaje.

Para propósitos del diseño vial, las pendientes deben limitarse dentro de un rango normal de valores, de acuerdo al tipo de vía que se trate, por lo que así se tendrán pendientes máximas y mínimas.

La *pendiente máxima* es la mayor pendiente que se permite en el proyecto. Su valor queda determinado por el volumen de tránsito futuro y su composición, por la configuración o tipo de terreno por donde pasará la vía y por la velocidad de diseño.

Específicamente, la pendiente máxima de una tangente vertical está en relación directa con la velocidad a la que circulan los vehículos, teniendo en dicha velocidad una alta incidencia el tipo de carretera que se desea diseñar. Para *carreteras primarias* las pendientes máximas se establecen considerando velocidades altas, entre 60 y 130 Km/h. En las *carreteras terciarias* las pendientes máximas se ajustan a velocidades entre 20 y 60 Km/h, en donde la necesidad de minimizar los movimientos de tierra y pobre superficie de rodadura son las condiciones dominantes.

Para la selección de la *pendiente máxima* es necesario considerar dos situaciones:

La primera, cuando durante el desarrollo de los estudios para la definición del corredor de ruta, que se llevan a cabo durante la Fase 1 del proyecto, se requiere adoptar la *pendiente media máxima* del corredor $pm_{m\acute{a}x}$, la cual debe estar en consonancia con la *velocidad de diseño del tramo homogéneo*, V_{TR} . En la Tabla 4.1 se presentan los valores correspondientes.

Tabla 4.1 Pendiente media máxima del corredor de ruta (%) en función de la velocidad de diseño del tramo homogéneo (V_{TR})

CATEGORÍA DE LA DE CARRETERA	VELOCIDAD DE DISEÑO DEL TRAMO HOMOGÉNEO V_{TR} (Km/h)									
	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Primaria de dos calzadas	-	-	-	-	-	6	6	6	5	5
Primaria de una calzada	-	-	-	-	7	7	6	6	6	-
Secundaria	-	-	7	7	7	7	6	-	-	-
Terciaria	7	7	7	-	-	-	-	-	-	-

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

La segunda situación está asociada a la selección de la *pendiente máxima de una tangente vertical* en particular, caso en el que la pendiente máxima es función de la *velocidad específica* de la *tangente vertical*, V_{TV} . En la Tabla 4.2 se indican los valores de la pendiente máxima permitida, que depende de la categoría de la carretera y la velocidad específica de la tangente vertical, V_{TV} .

Tabla 4.2 Relación entre la pendiente máxima (%) en función de la velocidad específica de la tangente vertical (V_{TV})

CATEGORÍA DE LA DE CARRETERA	VELOCIDAD ESPECÍFICA DE LA TANGENTE VERTICAL V_{TV} (Km/h)											
	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
Primaria de dos calzadas	-	-	-	-	-	6	6	6	5	5	4	4
Primaria de una calzada	-	-	-	-	8	7	6	6	5	5	5	-
Secundaria	-	-	10	9	8	7	6	6	6	-	-	-
Terciaria	14	12	10	10	10	-	-	-	-	-	-	-

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

Las *pendientes máximas* se emplearán cuando sea conveniente desde el punto de vista económico con el fin de salvar ciertos obstáculos de carácter local en tramos cortos tal que no se conviertan en longitudes críticas.

La *longitud mínima de las tangentes verticales* con velocidad específica menor o igual a cuarenta kilómetros por hora ($V_{TV} \leq 40$ Km/h) será equivalente a la distancia recorrida en 7 segundos a dicha velocidad, medida como proyección horizontal, de PIV a PIV . Las

tangentes verticales con velocidad específica mayor a cuarenta kilómetros por hora ($V_{TV} > 40 \text{ Km/h}$) no podrán tener una longitud menor a la distancia recorrida en 10 segundos a dicha velocidad, longitud que debe ser medida como proyección horizontal entre PIV y PIV . En la Tabla 4.3 se presentan los valores de las *longitudes mínimas de la tangente vertical* para diferentes velocidades específicas, V_{TV} .

Tabla 4.3 Longitud mínima de la tangente vertical

VELOCIDAD ESPECÍFICA DE LA TANGENTE VERTICAL V_{TV} (Km/h)	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
LONGITUD MÍNIMA DE LA TANGENTE VERTICAL (m)	40	60	80	140	170	195	225	250	280	305	335	360

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

En el diseño del eje en perfil de la carretera, también se debe considerar la *longitud máxima de la tangente vertical*. Este criterio debe ser aplicado en el desarrollo de la Fase 1, cuando se realiza el trazado de la línea pendiente, ya que es fundamental dejar habilitado el corredor para que sea congruente con la pendiente máxima y la longitud crítica de las tangentes verticales.

Se define la *longitud crítica de una pendiente* como la máxima longitud en ascenso sobre la cual un camión cargado puede operar sin ver reducida su velocidad por debajo de un valor prefijado. Se considera que la longitud crítica es aquella que ocasiona una reducción de 25 Km/h en la velocidad de operación de los vehículos pesados, en pendientes superiores al 3%, con respecto a su velocidad media de operación en tramos a nivel de la carretera que se diseña.

El parque de los vehículos de carga que circula por las carreteras colombianas, presenta en la práctica, unas características de operación que, en promedio, se pueden asimilar a las siguientes relaciones Peso/Potencia:

1. Camiones de chasis rígido (Categoría C2 y Categoría C3):
150 Kg/HP.
2. Camiones articulados (Categoría C3S2 y Categoría C3S3):
180 Kg/HP.

En las "Figuras 4.1 y 4.2" del *Manual de Diseño Geométrico para Carreteras*^[10] del Instituto Nacional de Vías del año 2008, se presentan las curvas de pérdida de velocidad en función de la pendiente de la tangente vertical para los vehículos con las relaciones Peso/Potencia arriba mencionadas. Con dichas curvas es posible determinar la distancia en la que un vehículo que inicia el recorrido de una tangente vertical pierde 25 Km/h respecto a su velocidad media de operación en tramos a nivel de la carretera que se que se diseña. Tal distancia, como ya se mencionó, corresponde a la *longitud crítica*.

De orden práctico, se establece la *longitud crítica de una pendiente* como la distancia horizontal medida desde el comienzo de la pendiente, necesaria para lograr una altura del orden de los 15 metros respecto al mismo origen.

La pendiente recomendable, de la tangente vertical siguiente a la de longitud crítica, para que el vehículo pesado alcance a recuperar la velocidad inicial que tenía antes de entrar a la tangente de longitud crítica, es de uno por ciento (1%) en una longitud igual o mayor a la longitud crítica anteriormente superada.

Para proyectos de carreteras en los cuales se supere la longitud crítica y con volúmenes de tránsito promedio diario mayores a 1000 vehículos, será necesario, para propósitos de capacidad y niveles de servicio, estudiar la posibilidad de construir *vías lentas* o carriles adicionales a la derecha para tránsito lento^[9].

La *pendiente mínima* es la menor pendiente longitudinal de la rasante que se permite en el proyecto. Su valor se fija para facilitar el escurrimiento longitudinal de las aguas lluvias sobre la superficie de rodadura y en las cunetas, pudiendo variar según se trate de un tramo en terraplén o en corte y de acuerdo al tipo de terreno.

La pendiente mínima que garantiza el adecuado funcionamiento de las cunetas debe ser de cero punto cinco por ciento (0.5%) como pendiente mínima deseable y cero punto tres por ciento (0.3%) para diseño en terreno plano o sitios donde no es posible el diseño con la pendiente mínima deseable. En la selección de uno de los dos valores anteriores

se debe tener en cuenta el criterio de frecuencia, intensidad de las lluvias y el espaciamiento de las obras de drenaje tales como alcantarillas y aliviaderos.

4.2.2 Curvas verticales

Una curva vertical es aquel elemento del diseño en perfil que permite el enlace de dos tangentes verticales consecutivas, tal que a lo largo de su longitud se efectúa el cambio gradual de la pendiente de la tangente de entrada a la pendiente de la tangente de salida, de tal forma que facilite una operación vehicular segura y confortable, que sea de apariencia agradable y que permita un drenaje adecuado. Se ha comprobado que la curva que mejor se ajusta a estas condiciones es la *parábola de eje vertical*.

4.3 GEOMETRÍA DE LAS CURVAS VERTICALES PARABÓLICAS

4.3.1 Curvas verticales simétricas

La parábola utilizada para el enlace de dos tangentes verticales consecutivas debe poseer las siguientes propiedades:

1. La razón de variación de su pendiente a lo largo de su longitud es una constante.
2. La proyección horizontal del punto de intersección de las tangentes verticales está en la mitad de la línea que une las proyecciones horizontales de los puntos de tangencia extremos, donde empieza y termina la curva.
3. Los elementos verticales de la curva (alturas o cotas) varían proporcionalmente con el cuadrado de los elementos horizontales (abscisas).
4. La pendiente de cualquier cuerda de la parábola, es el promedio de las pendientes de las líneas tangentes a ella en sus respectivos extremos.

En la Figura 4.2, se presenta la parábola de eje vertical, perfectamente simétrica. Los principales elementos que caracterizan esta parábola son:

- $A = PIV$ = Punto de intersección vertical. Es el punto donde se interceptan las dos tangentes verticales.
- $B = PCV$ = Principio de curva vertical. Donde empieza la curva.
- $C = PTV$ = Principio de tangente vertical. Donde termina la curva.
- $BC = L_v$ = Longitud de la curva vertical, medida en proyección horizontal.
- $VA = E_v$ = Externa vertical. Es la distancia vertical del PIV a la curva.
- $VD = f$ = Flecha vertical.
- $P(x_1, y_1)$ = Punto sobre la curva de coordenadas (x_1, y_1) .
- $Q(x_1, y_2)$ = Punto sobre la tangente de coordenadas (x_1, y_2) , situado sobre la misma vertical de P .
- $QP = y$ = Corrección de pendiente. Desviación vertical respecto a la tangente de un punto de la curva P . Valor a calcular.
- $BE = x$ = Distancia horizontal entre el PCV y el punto P de la curva.
- α = Ángulo de pendiente de la tangente de entrada.
- β = Ángulo de pendiente de la tangente de salida.
- γ = Ángulo entre las dos tangentes. Ángulo de deflexión vertical.
- $m = \tan \alpha$ = Pendiente de la tangente de entrada.
- $n = \tan \beta$ = Pendiente de la tangente de salida.
- $i = \tan \gamma$ = Diferencia algebraica entre las pendientes de la tangente de entrada y de salida.

Se tiene entonces una parábola de eje vertical coincidiendo con el eje Y y el vértice V en el origen $(0, 0)$, según el sistema de coordenadas X versus Y . La ecuación general para esta parábola es:

$$y = kx^2$$

La ecuación de la tangente de entrada, dados su pendiente m y un punto B , es:

$$y - y_3 = m \left(x - \frac{L_v}{2} \right) \quad , \text{ donde,}$$

$$m = \frac{dy}{dx} \quad , \text{ evaluada en el punto } B,$$

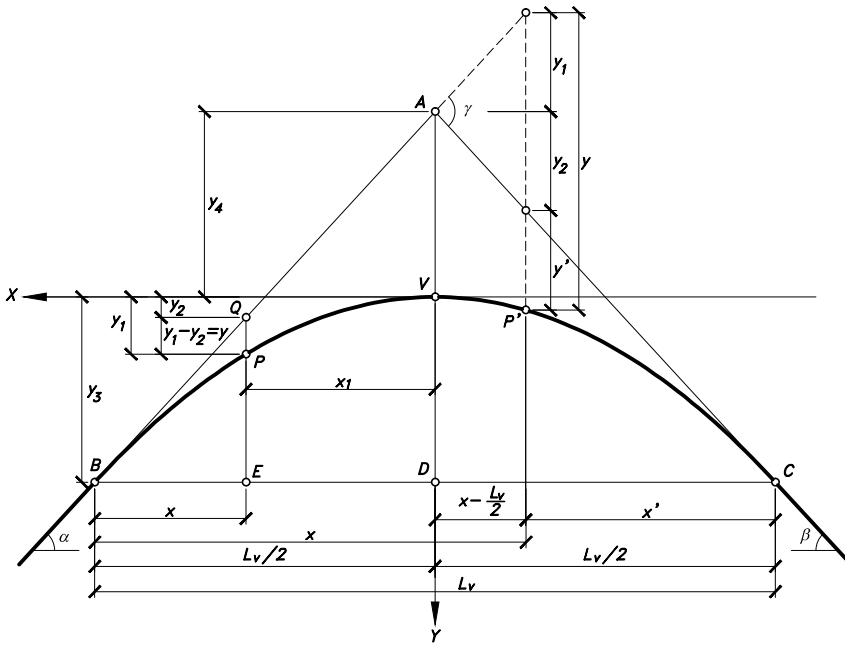


Figura 4.2 Parábola de eje vertical, perfectamente simétrica

$$m = 2kx = 2k\left(\frac{L_v}{2}\right) = kL_v$$

Para la parábola en el punto B se tiene:

$$y_3 = k \left(\frac{L_v}{2} \right)^2 = \frac{kL_v^2}{4}$$

Reemplazando y_3 y m en la ecuación de la tangente y evaluando para el punto $A(0, y_4)$, se tiene:

$$y_4 - \frac{kL_v^2}{4} = kL_v \left(0 - \frac{L_v}{2} \right) = -\frac{kL_v^2}{2}$$

$$y_4 = -\frac{KL_v^2}{2} + \frac{KL_v^2}{4}, \text{ de donde,}$$

$$y_4 = -\frac{kL_v^2}{4}$$

Obsérvese que los valores absolutos de y_3 y y_4 son iguales, por lo tanto:

$$VA = VD$$

La anterior igualdad es una importante propiedad de la parábola, la cual dice que:

$$\text{Externa} = \text{Flecha}$$

La ecuación de la tangente también puede darse considerando su pendiente m y el punto Q :

$$\begin{aligned} y - y_2 &= m(x - x_1) \\ y - y_2 &= kL_v(x - x_1) \end{aligned}$$

Evaluéndola en el punto B :

$$y_3 - y_2 = kL_v\left(\frac{L_v}{2} - x_1\right)$$

Reemplazando y_3 y despejando y_2 , se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{kL_v^2}{4} - y_2 &= \frac{kL_v^2}{2} - kL_v x_1 \\ y_2 &= kL_v x_1 + \frac{kL_v^2}{4} - \frac{kL_v^2}{2} \\ y_2 &= kL_v x_1 - \frac{kL_v^2}{4} \end{aligned}$$

Para la parábola en el punto P se tiene:

$$y_1 = kx_1^2$$

Y efectuando la diferencia entre y_1 y y_2 , que es la que se quiere calcular, resulta:

$$\begin{aligned}
 y_1 - y_2 &= kx_1^2 - kL_v x_1 + \frac{kL_v^2}{4} = k \left(\frac{L_v^2}{4} - L_v x_1 + x_1^2 \right) \\
 y_1 - y_2 &= k \left(\frac{L_v}{2} - x_1 \right)^2 = y, \text{ pero,} \\
 k &= \frac{4y_3}{L_v^2} = \frac{4y_4}{L_v^2} = \frac{4VA}{L_v^2} = \frac{4E_v}{L_v^2} \\
 \frac{L_v}{2} - x_1 &= BE = x, \text{ por lo tanto,} \\
 y &= \frac{4E_v}{L_v^2} x^2 \\
 y &= E_v \left(\frac{x}{\frac{L_v}{2}} \right)^2 \tag{4-1}
 \end{aligned}$$

Esta es la ecuación de la *corrección de pendiente* en función de la externa E_v y con origen el punto B o PCV .

También se observa que:

$$\gamma = \alpha + \beta$$

Para el caso de perfecta simetría, α debe ser igual a β :

$$\gamma = \alpha + \alpha = 2\alpha, \text{ esto es, } \alpha = \frac{\gamma}{2}$$

$$\tan \alpha = \tan \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\tan \gamma}{2}$$

Reemplazando los valores de las tangentes:

$$m \approx \frac{i}{2}$$

Regresando a: $y = \frac{4E_v}{L_v^2} x^2$, y reordenando,

$$y = \left(\frac{2E_v}{L_v} \right) \left(\frac{1}{L_v} \right) x^2 = \frac{AD}{BD} \left(\frac{1}{L_v} \right) x^2 \quad , \text{ esto es,}$$

$$y = \tan \alpha \left(\frac{1}{L_v} \right) x^2 = m \left(\frac{1}{L_v} \right) x^2 = \frac{i}{2} \left(\frac{1}{L_v} \right) x^2$$

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 \quad (4-2)$$

Para $x = \frac{L_v}{2}$, se tiene que: $y = E_v$, entonces,

$$E_v = \left(\frac{i}{2L_v} \right) \left(\frac{L_v}{2} \right)^2 = \left(\frac{i}{2L_v} \right) \frac{L_v^2}{4}$$

$$E_v = \frac{L_v i}{8} \quad (4-3)$$

Ahora considérese el punto P' sobre la segunda mitad de la curva. Para situarlo desde el punto C o PTV , interesa conocer la distancia x' y la altura y' . Entonces:

$$y' = y - y_1 - y_2$$

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 \quad , \text{ referido al } PCV$$

$$y_1 = m \left(x - \frac{L_v}{2} \right)$$

$$y_2 = n \left(x - \frac{L_v}{2} \right) = m \left(x - \frac{L_v}{2} \right) \quad , \text{ pues aquí } m = n, \text{ entonces,}$$

$$y' = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 - 2m \left(x - \frac{L_v}{2} \right)$$

$$y' = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 - i \left(x - \frac{L_v}{2} \right) = \frac{i}{2L_v} \left[x^2 - 2L_v \left(x - \frac{L_v}{2} \right) \right]$$

$$y' = \frac{i}{2L_v} (x^2 - 2L_v x + L_v^2) = \frac{i}{2L_v} (L_v^2 - 2L_v x + x^2) = \frac{i}{2L_v} (L_v - x)^2$$

Pero $L_v \cdot x = x'$, entonces,

$$y' = \left(\frac{i}{2L_v} \right) (x')^2 \quad (4-4)$$

Las expresiones de las ecuaciones (4-2) y (4-4) para las correcciones de pendiente y y y' indican que la primera mitad de la curva se calcula desde el *PCV* y la segunda desde el *PTV* respectivamente.

Como se dijo anteriormente i es la diferencia algebraica entre las pendientes de la tangente de entrada y salida. En la Figura 4.3 se muestra un caso más general, en el que precisamente $\alpha \neq \beta$.

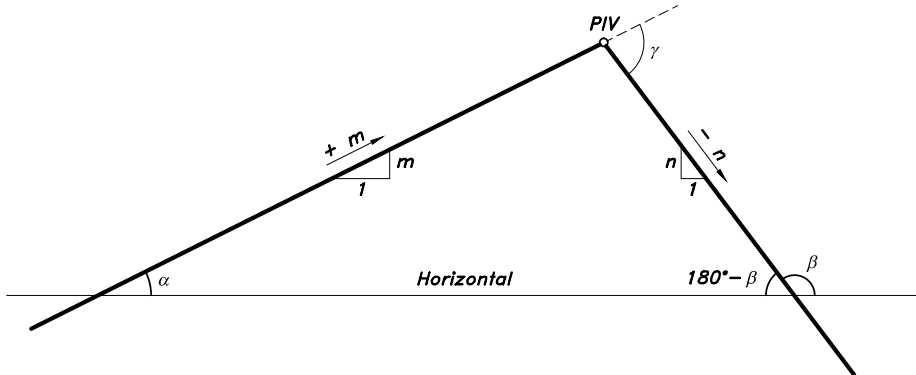


Figura 4.3 Diferencia algebraica entre las pendientes

Las pendientes analíticas con respecto a la línea horizontal son:

$$\tan \alpha = m, \quad \tan \beta = -n, \quad \tan \gamma = i, \quad \gamma = \alpha + (180^\circ - \beta)$$

Aplicando la función tangente de la suma de dos ángulos:

$$\begin{aligned} \tan(a+b) &= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \\ \tan \gamma &= \tan[\alpha + (180^\circ - \beta)] = \frac{\tan \alpha + \tan(180^\circ - \beta)}{1 - \tan \alpha \tan(180^\circ - \beta)} \end{aligned}$$

También se sabe que: $\tan(180^\circ - \beta) = -\tan \beta$

$$\tan \gamma = \tan[\alpha + (180^\circ - \beta)] = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

Ahora, reemplazando las funciones tangentes por los valores de sus pendientes, se tiene:

$$i = \frac{m - (-n)}{1 + m(-n)} = \frac{m - (-n)}{1 - mn}$$

Para valores prácticos de las pendientes viales, el producto mn es muy pequeño comparado con la unidad, por lo cual se desprecia. Por lo tanto:

$$i = m - (-n) \quad (4-5)$$

Esta es la expresión general que define el valor de i . En la Figura 4.4, se ilustran los seis casos que se presentan:

Caso 1: $i = m - (-n) = m + n$
 $i = +(m+n) > 0$

Caso 2: $i = m - (+n) = m - n$
 $i = +(m-n) > 0$

Caso 3: $i = -m - (-n) = -m + n$
 $i = +(n-m) > 0$

Caso 4: $i = -m - (+n) = -m - n$
 $i = -(m+n) < 0$

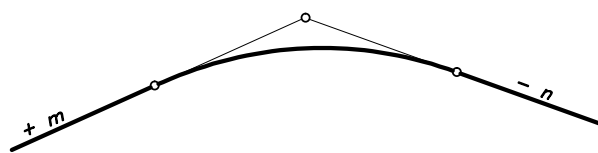
Caso 5: $i = -m - (-n) = -m + n$
 $i = -(m-n) < 0$

Caso 6: $i = m - (+n) = m - n$
 $i = -(n-m) < 0$

De acuerdo con lo anterior, se pueden identificar dos características importantes de las curvas verticales:

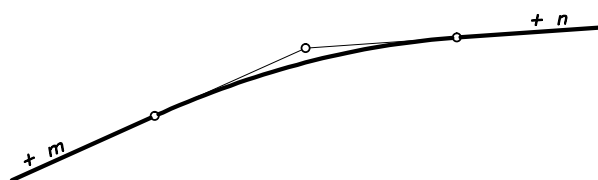
1. Para el cálculo de i , las pendientes de *diferente signo se suman*: Casos 1 y 4. Las pendientes de *igual signo se restan*: Casos 2, 3, 5 y 6.

2. Valores *positivos* de i ($i > 0$) representan curvas verticales *convexas* o en *cresta*: Casos 1, 2 y 3. Valores *negativos* de i ($i < 0$) representan curvas verticales *cóncavas* o en *columpio*: Casos 4, 5 y 6.

Caso 1

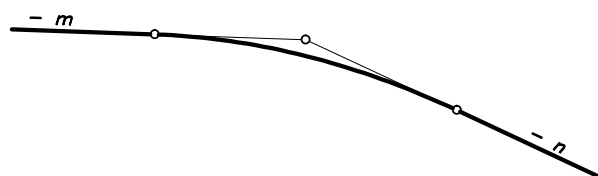
$$i = m - (-n) = m + n$$

$$i = + (m + n) > 0$$

Caso 2

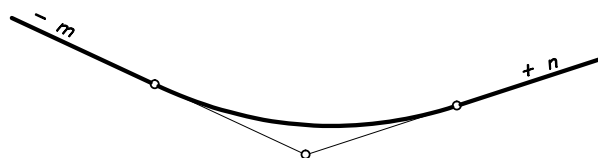
$$i = m - (+n) = m - n$$

$$i = + (m - n) > 0$$

Caso 3

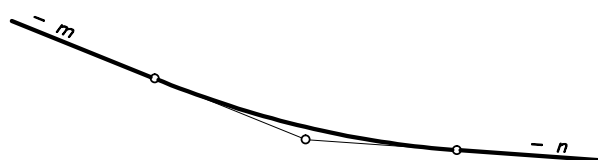
$$i = -m - (-n) = -m + n$$

$$i = + (n - m) > 0$$

Caso 4

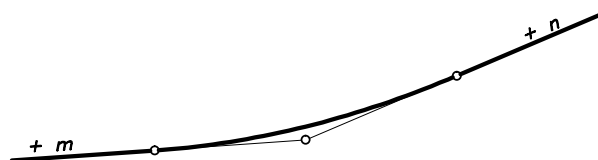
$$i = -m - (+n) = -m - n$$

$$i = - (m + n) < 0$$

Caso 5

$$i = -m - (-n) = -m + n$$

$$i = - (m - n) < 0$$

Caso 6

$$i = m - (+n) = m - n$$

$$i = - (n - m) < 0$$

Figura 4.4 Significado de i . Tipos de curvas verticales

Un elemento geométrico importante de ubicar en curvas verticales es su *punto máximo* (el punto más alto de la curva), o su *punto mínimo* (el punto más bajo de la curva). Así por ejemplo, en la Figura 4.5 el punto P representa el punto máximo de una curva vertical convexa.

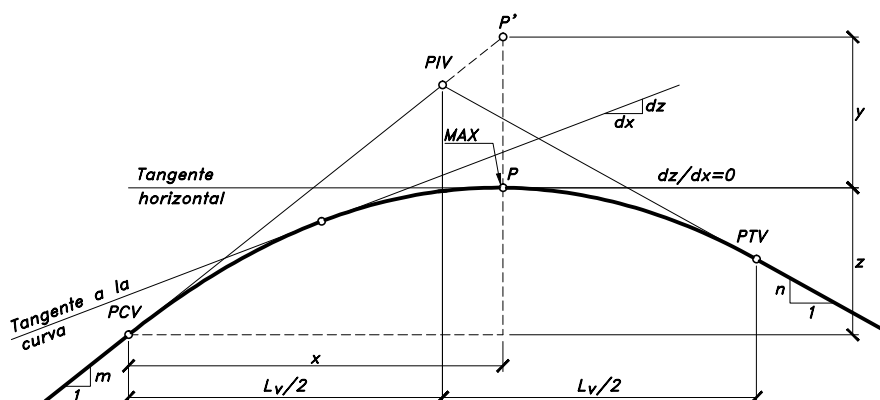


Figura 4.5 Punto máximo de una curva vertical simétrica

La cota de P a partir de la cota del PCV es:

$$\text{Cota } P = \text{Cota } P' - y, \text{ donde,}$$

$$\text{Cota } P' = \text{Cota } PCV + mx$$

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2, \text{ entonces,}$$

$$\text{Cota } P = \text{Cota } PCV + mx - \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2, \text{ pero,}$$

$$\text{Cota } P - \text{Cota } PCV = z, \text{ esto es,}$$

$$z = mx - \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2$$

La expresión anterior es la ecuación de la parábola, la cual define la posición exacta de P , mediante sus coordenadas (x, z) , y de cualquier otro punto sobre la curva. La pendiente de la tangente a cualquier

punto de la curva está dada por la primera derivada dz/dx , que para el punto máximo es igual a cero:

$$\begin{aligned}\frac{dz}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[mx - \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 \right] = 0 \\ m - \left(\frac{i}{2L_v} \right) 2x &= 0, \text{ de donde,} \\ x &= \left(\frac{m}{i} \right) L_v\end{aligned}\tag{4-6}$$

Quiere decir que para determinar la posición horizontal x o abscisa del *punto máximo*, referida al *PCV*, simplemente se multiplica la longitud de la curva L_v por el cociente de dividir a m entre i . Esta misma expresión también es válida para el cálculo del *punto mínimo* de una curva vertical cóncava.

4.3.2 Curvas verticales asimétricas

Una curva vertical es asimétrica cuando las proyecciones horizontales de sus tangentes son de distinta longitud. Esta situación se presenta cuando la longitud de la curva en una de sus ramas está limitada por algún motivo. La Figura 4.6, ilustra este caso para una curva vertical cóncava.

De acuerdo con la ecuación (4-1), las correcciones de pendiente para cada rama se calculan como:

$$y_1 = E_v \left(\frac{x_1}{L_1} \right)^2\tag{4-7}$$

$$y_2 = E_v \left(\frac{x_2}{L_2} \right)^2\tag{4-8}$$

Para las cuales la externa E_v se calcula así:

$$a + c + E_v = d$$

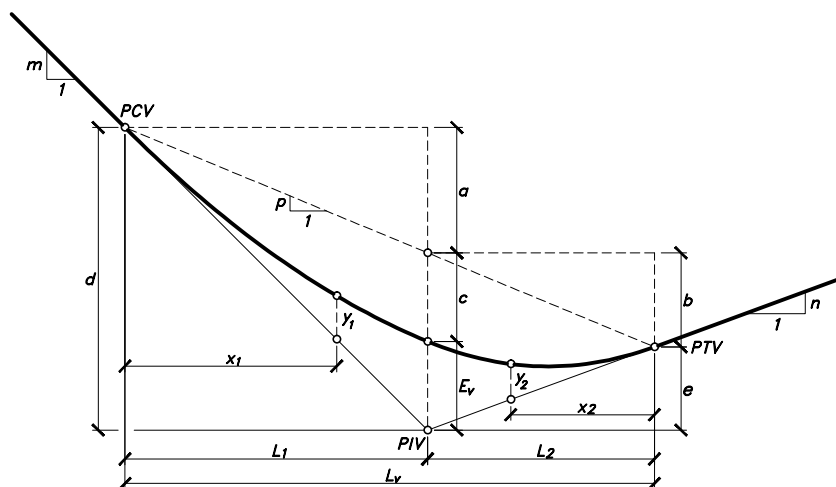


Figura 4.6 Curva vertical asimétrica

Pero, la flecha c es igual a la externa E_v , entonces,

$$a + E_v + E_v = d$$

$$E_v = \frac{d - a}{2}, \text{ donde,}$$

$$d = mL_1$$

$$a = pL_1 = \left(\frac{a + b}{L_1 + L_2} \right) L_1, \text{ pero,}$$

$$a + b = d - e = mL_1 - nL_2, \text{ esto es,}$$

$$E_v = \frac{mL_1 - \left(\frac{mL_1 - nL_2}{L_1 + L_2} \right) L_1}{2} = \frac{mL_1(L_1 + L_2) - (mL_1 - nL_2)L_1}{2(L_1 + L_2)}$$

$$E_v = \frac{mL_1^2 + mL_1L_2 - mL_1^2 + nL_1L_2}{2(L_1 + L_2)}$$

$$L_1 + L_2 = L_v$$

$$E_v = \frac{(m + n)L_1L_2}{2L_v}$$

Pero $m+n=i$, por lo tanto,

$$E_v = \frac{il_1L_2}{2L_v} \quad (4-9)$$

Como se vio anteriormente es importante ubicar en curvas verticales su *punto máximo* o su *punto mínimo*. Así por ejemplo, en la Figura 4.7 el punto P representa el punto mínimo de una curva vertical cóncava asimétrica.

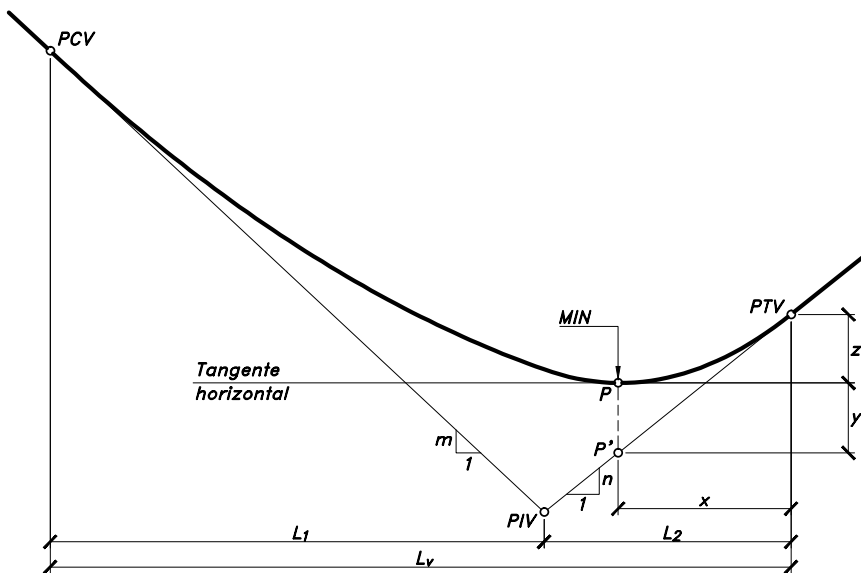


Figura 4.7 Punto mínimo de una curva vertical asimétrica

La cota de P es:

$$\text{Cota } P = \text{Cota } P' + y, \text{ donde,}$$

$$\text{Cota } P' = \text{Cota } PTV - nx$$

$$y = E_v \left(\frac{x}{L_2} \right)^2, \text{ entonces,}$$

$$\text{Cota } P = \text{Cota } PTV - nx + E_v \left(\frac{x}{L_2} \right)^2, \text{ pero,}$$

$Cota\ PTV - Cota\ P = z$, esto es,

$$z = nx - E_v \left(\frac{x}{L_2} \right)^2$$

La expresión anterior es la ecuación de la parábola asimétrica, la cual define la posición exacta de P , mediante sus coordenadas (x, z) , y de cualquier otro punto sobre la curva. La pendiente de la tangente a cualquier punto de la curva está dada por la primera derivada dz/dx , que para el punto mínimo es igual a cero:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{d}{dx} \left[nx - E_v \left(\frac{x}{L_2} \right)^2 \right] = 0$$

$$n - \left(\frac{2E_v}{L_2^2} \right) x = 0 \quad , \text{ de donde,}$$

$$x = \frac{nL_2^2}{2E_v} \quad (4-10)$$

Esta expresión define la posición horizontal x o abscisa del *punto mínimo*, referida al PTV , para el caso en que el punto mínimo se encuentre en la *segunda rama* de la curva. Si el punto mínimo se encuentra en la *primera rama* de la curva, la posición horizontal x referida al PCV , se calcula con la siguiente expresión:

$$x = \frac{mL_1^2}{2E_v} \quad (4-11)$$

Estas mismas expresiones también son válidas para el cálculo del *punto máximo* de una curva vertical convexa asimétrica.

4.3.3 Coeficiente angular de una curva vertical

El *coeficiente angular* k_v de una curva vertical, define la *curvatura* de la parábola como una variación de longitud por unidad de pendiente, así:

$$k_v = \frac{L_v}{i} \text{ (mts / \%)} \quad (4-12)$$

Sí $i = 1\% \rightarrow k_v = L_v / 1\% \text{ (mts / \%)}$

Entonces k_v es la distancia horizontal en metros, necesaria para que se efectúe un cambio del 1% en la pendiente de la tangente a lo largo de la curva, tal como se ilustra en la Figura 4.8.

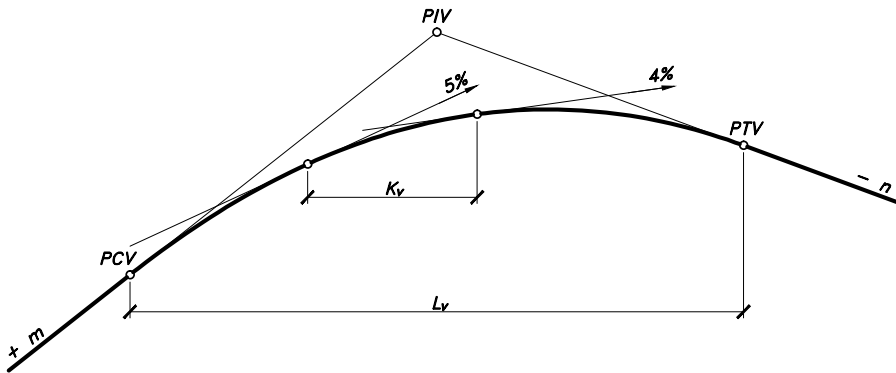


Figura 4.8 Coeficiente angular de una curva vertical

De esta manera, si k_v es la distancia horizontal para que se produzca un cambio de pendiente del 1%, la longitud necesaria para que se produzca un cambio total de pendiente del $i\%$ será la longitud total L_v de la curva, esto es:

$$L_v = k_v i \quad (4-13)$$

Mediante la expresión anterior, como se demostrará más adelante, se pueden determinar las longitudes mínimas de las curvas verticales, para un coeficiente angular k_v dado, según los criterios de seguridad, drenaje, comodidad y apariencia, de acuerdo al tipo de carretera a proyectarse.

EJEMPLO 4.1: Curva vertical convexa simétrica**Datos:**

Para el cálculo de una curva vertical simétrica se dispone de la siguiente información:

Abscisa del <i>PIV</i>	= $K2+640$
Cota del <i>PIV</i>	= $500m$
Pendiente de la tangente de entrada	= $+8\%$
Pendiente de la tangente de salida	= -3%
Longitud de la curva vertical	= $120m$

Calcular:

La curva vertical en abscisas de 10 metros.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.9, se tiene:

Abscisas y cotas de: *PCV*, *PTV*

$$\text{Abcisa } PCV = \text{Abcisa } PIV - \frac{L_v}{2} = K2+640 - \frac{120}{2} = K2+580$$

$$\text{Abcisa } PTV = \text{Abcisa } PIV + \frac{L_v}{2} = K2+640 + \frac{120}{2} = K2+700$$

$$\text{Cota } PCV = \text{Cota } PIV - m \left(\frac{L_v}{2} \right) = 500 - 0.08(60) = 495.200m$$

$$\text{Cota } PTV = \text{Cota } PIV - n \left(\frac{L_v}{2} \right) = 500 - 0.03(60) = 498.200m$$

Cotas en la tangente en puntos intermedios:

Estas cotas se calculan a partir de la cota del *PIV*, así:

$$\text{Cota de } 1 = \text{Cota } PIV - m(50) = 500 - 0.08(50) = 496.000m$$

$$\text{Cota de } 2 = \text{Cota } PIV - m(40) = 500 - 0.08(40) = 496.800m$$

$$\text{Cota de } 3 = \text{Cota } PIV - m(30) = 500 - 0.08(30) = 497.600m$$

Created in Master PDF Editor - Demo Version

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 = \frac{0.11}{2(120)} x^2 = [4.58333(10)^{-4}] x^2$$

La constante $4.58333(10)^{-4}$ no debe aproximarse, puesto que ella está basada en los parámetros i y L_v , que también son constantes. En otras palabras, debe considerarse con toda su fracción decimal.

Por lo tanto, las correcciones de pendiente, y , para los diversos puntos son:

$$\text{Punto 1: } K2+590, x_1 = 10m, y_1 = [4.58333(10)^{-4}](10)^2 = 0.046m$$

$$\text{Punto 2: } K2+600, x_2 = 20m, y_2 = [4.58333(10)^{-4}](20)^2 = 0.183m$$

$$\text{Punto 3: } K2+610, x_3 = 30m, y_3 = [4.58333(10)^{-4}](30)^2 = 0.412m$$

$$\text{Punto 4: } K2+620, x_4 = 40m, y_4 = [4.58333(10)^{-4}](40)^2 = 0.733m$$

$$\text{Punto 5: } K2+630, x_5 = 50m, y_5 = [4.58333(10)^{-4}](50)^2 = 1.146m$$

$$\text{PIV : } K2+640, x_6 = 60m, y_6 = [4.58333(10)^{-4}](60)^2 = 1.650m$$

Como comprobación, ésta última corrección de pendiente debe ser igual al valor de la externa E_v :

$$E_v = \frac{L_v i}{g} = \frac{120(0.11)}{g} = 1.650m$$

Como se trata de una curva simétrica, las correcciones de pendiente de los puntos 6, 7, 8, 9 y 10 de la segunda rama, son exactamente las mismas correcciones de los puntos 5, 4, 3, 2 y 1 de la primera rama, respectivamente.

Para obtener las cotas de los respectivos puntos sobre la curva, llamadas también cotas rojas, cotas de proyecto, cotas de rasante o cotas de subrasante, se deben restar de las cotas en la tangente, las correcciones de pendiente, ya que se trata de una curva vertical convexa.

De esta manera, queda calculada la curva vertical, con lo cual se puede elaborar el modelo de cartería, con la información necesaria, tal como se muestra en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4 Cartera de diseño de rasante, curva vertical convexa

PUNTOS	ABSCISAS	PENDIENTES	COTAS EN LA TANGENTE	CORRECCIÓN DE PENDIENTE	COTAS ROJAS
PCV	K2+580	⊙	495.200	0.000	495.200
1	590	⊙	496.000	-0.046	495.954
2	600	⊙	496.800	-0.183	496.617
3	610	+8%	497.600	-0.412	497.188
4	620	⊙	498.400	-0.733	497.667
5	630	⊙	499.200	-1.146	498.054
PIV	K2+640	⊙	500.000	-1.650	498.350
6	650	⊙	499.700	-1.146	498.554
7	660	⊙	499.400	-0.733	498.667
8	670	-3%	499.100	-0.412	498.688
9	680	⊙	498.800	-0.183	498.617
10	690	⊙	498.500	-0.046	498.454
PTV	K2+700	⊙	498.200	0.000	498.200

EJEMPLO 4.2: Curva vertical cóncava simétrica

Datos:

Para el cálculo de una curva vertical simétrica se dispone de la siguiente información:

Abscisa del PIV = K5+940
 Cota del PIV = 500m
 Pendiente de la tangente de entrada = +1%
 Pendiente de la tangente de salida = +6%
 Longitud de la curva vertical = 160m

Calcular:

La curva vertical en abscisas de 20 metros.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.10, se tiene:

Abcisas y cotas de: PCV, PTV

$$Abcisa\ PCV = Abcisa\ PIV - \frac{L_v}{2} = K5 + 940 - 80 = K5 + 860$$

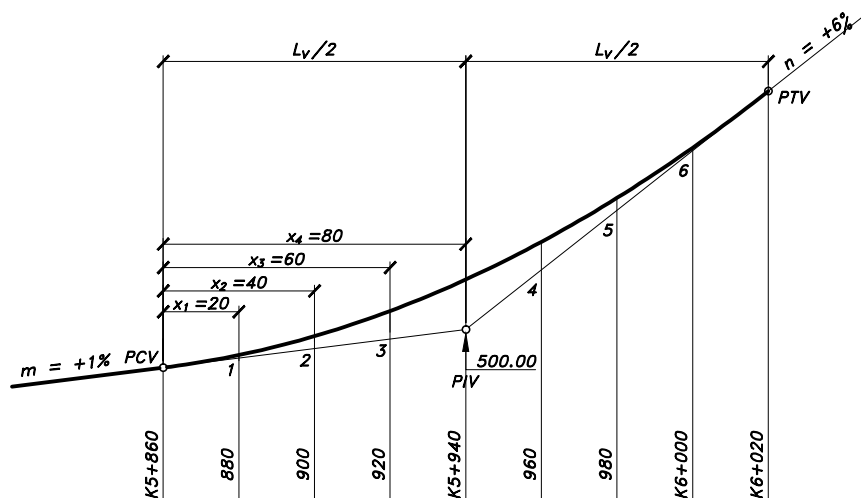


Figura 4.10 Curva vertical cóncava simétrica

$$\text{Abscisa PTV} = \text{Abscisa PIV} + \frac{L_v}{2} = K5 + 940 + 80 = K6 + 020$$

$$\text{Cota PCV} = \text{Cota PIV} - m \left(\frac{L_v}{2} \right) = 500 - 0.01(80) = 499.200m$$

$$\text{Cota PTV} = \text{Cota PIV} + n \left(\frac{L_v}{2} \right) = 500 + 0.06(80) = 504.800m$$

Cotas en la tangente en puntos intermedios:

$$\text{Cota de 1} = \text{Cota PCV} + m(20) = 499.200 + 0.01(20) = 499.400m$$

$$\text{Cota de 2} = \text{Cota PCV} + m(40) = 499.200 + 0.01(40) = 499.600m$$

$$\text{Cota de 3} = \text{Cota PCV} + m(60) = 499.200 + 0.01(60) = 499.800m$$

$$\text{Cota de 4} = \text{Cota PIV} + n(20) = 500 + 0.06(20) = 501.200m$$

$$\text{Cota de 5} = \text{Cota PIV} + n(40) = 500 + 0.06(40) = 502.400m$$

$$\text{Cota de 6} = \text{Cota PIV} + n(60) = 500 + 0.06(60) = 503.600m$$

Correcciones de pendiente en puntos intermedios:

$$i = m - n = +1\% - (+6\%) = -5\% \equiv -0.05$$

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 = \frac{0.05}{2(160)} x^2 = [1.5625(10)^{-4}] x^2$$

Por lo tanto, las correcciones de pendiente y para los diversos puntos son:

$$\text{Punto 1: } K5+880, x_1 = 20m, y_1 = [1.5625(10)^{-4}](20)^2 = 0.063m$$

$$\text{Punto 2: } K5+900, x_2 = 40m, y_2 = [1.5625(10)^{-4}](40)^2 = 0.250m$$

$$\text{Punto 3: } K5+920, x_3 = 60m, y_3 = [1.5625(10)^{-4}](60)^2 = 0.563m$$

$$\text{PIV : } K5+940, x_4 = 80m, y_4 = [1.5625(10)^{-4}](80)^2 = 1.000m$$

De la misma manera, la corrección de pendiente al PIV es igual al valor de la externa E_v :

$$E_v = \frac{L_v i}{g} = \frac{160(0.05)}{8} = 1.000m$$

Para obtener las cotas rojas, se deben sumar a las cotas en la tangente, las correcciones de pendiente, ya que se trata de una curva vertical cóncava.

Queda así calculada la curva vertical con la información necesaria, tal como se aprecia en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5 Cartera de diseño de rasante, curva vertical cóncava

PUNTOS	ABSCISAS	PENDIENTES	COTAS EN LA TANGENTE	CORRECCIÓN DE PENDIENTE	COTAS ROJAS
PCV	K5+860	⊙	499.200	0.000	499.200
1	880	↓	499.400	+0.063	499.463
2	900	+1%	499.600	+0.250	499.850
3	920	↓	499.800	+0.563	500.363
PIV	K5+940	⊙	500.000	+1.000	501.000
4	960	↓	501.200	+0.563	501.763
5	980	+6%	502.400	+0.250	502.650
6	K6+000	↓	503.600	+0.063	503.663
PTV	K6+020	⊙	504.800	0.000	504.800

EJEMPLO 4.3: Curva vertical simétrica que pasa por un punto obligado**Datos:**

Para una curva vertical simétrica se conoce:

Abscisa del <i>PIV</i>	= $K5+995$
Cota del <i>PIV</i>	= $572.800m$
Pendiente de la tangente de entrada	= $+5\%$
Pendiente de la tangente de salida	= $+1\%$

Calcular:La longitud de la curva vertical simétrica, de tal manera que en la abscisa $K6+005$ la cota en la curva sea 571.500 .**Solución:**

De acuerdo con la Figura 4.11, se tiene:

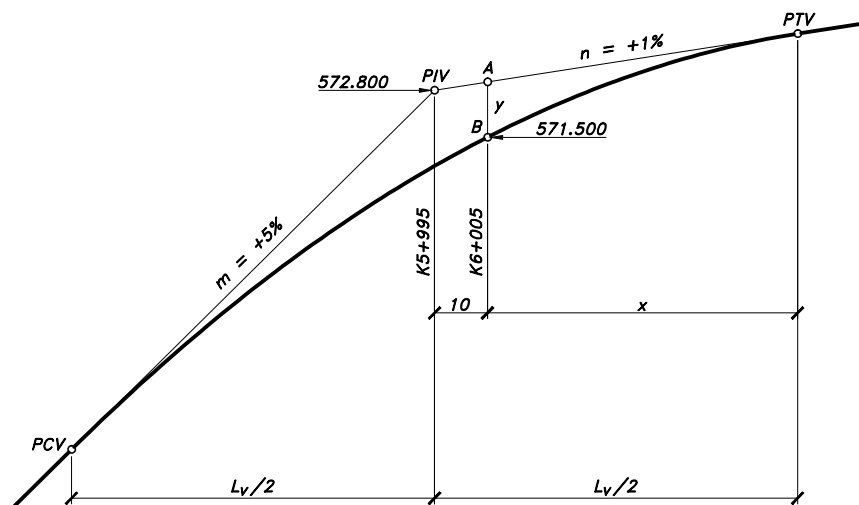


Figura 4.11 Curva vertical simétrica por un punto obligado

El punto, de abscisa y cota conocidas, es el punto B , el cual tiene una corrección de pendiente y .

$y = \text{Cota de } A - \text{Cota de } B$, donde,

$$\text{Cota de } A = \text{Cota del PIV} + 10(n) = 572.800 + 10(0.01) = 572.900m$$

$\text{Cota de } B = 571.500m$, entonces,

$$y = 572.900 - 571.500 = 1.400m \quad , \text{ pero,}$$

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 = 1.400 \quad , \text{ donde,}$$

$$i = m - n = 5\% - (+1\%) = 4\% \equiv 0.04 \quad , x = \frac{L_v}{2} - 10 \quad , \text{ entonces,}$$

$$\frac{0.04}{2L_v} \left(\frac{L_v}{2} - 10 \right)^2 = 1.400$$

$$0.02 \left(\frac{L_v^2}{4} - 10L_v + 100 \right) = 1.4L_v$$

$$0.005L_v^2 - 1.6L_v + 2 = 0$$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado, se determina que la longitud de la curva es:

$$L_v = 318.745m$$

EJEMPLO 4.4: Punto máximo de una curva vertical simétrica

Datos:

Para una curva vertical simétrica se tiene la siguiente información:

Abscisa del PIV	= K7+040
Cota del PIV	= 1600m
Pendiente de la tangente de entrada	= +6.8%
Pendiente de la tangente de salida	= -4.6%
Longitud de la curva vertical	= 120m

Calcular:

La abscisa y la cota del punto más alto de la curva.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.12, se tiene:

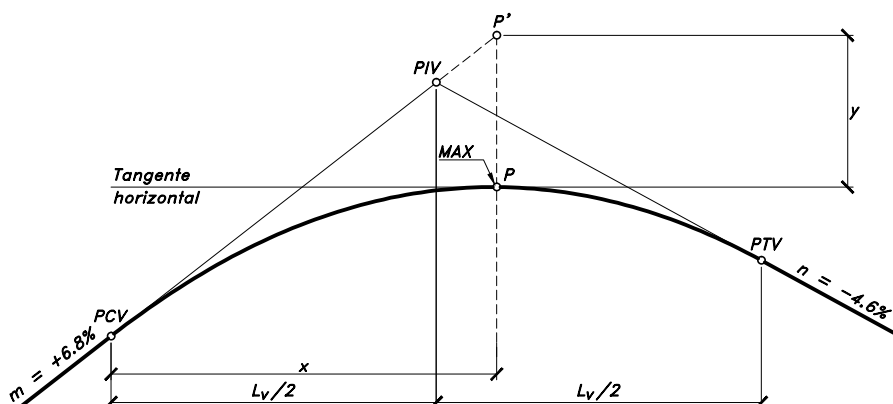


Figura 4.12 Ejemplo de punto máximo de una curva vertical simétrica

$$m = 6.8\% \quad , n = -4.6\% \quad , i = m - n = 6.8\% - (-4.6\%) = 11.4\% \equiv 0.114$$

$$L_v = 120m$$

El punto P , punto máximo de la curva, según la ecuación (4-6), se encuentra ubicado a la distancia x del PCV :

$$x = \left(\frac{m}{i} \right) L_v = \left(\frac{6.8\%}{11.4\%} \right) 120 = 71.579m$$

Por lo tanto, su abscisa es:

$$\text{Abscisa de } P = \text{Abscisa } PCV + x$$

$$\text{Abscisa } PCV = \text{Abscisa } PIV - \frac{L_v}{2} = K7+040 - \frac{120}{2} = K6+980$$

$$\text{Abscisa de } P = K6+980 + 71.578 = K7+051.579$$

Igualmente, la cota del punto P es:

$$Cota\ de\ P = Cota\ PCV + mx - \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2$$

$$Cota\ PCV = Cota\ PIV - m \left(\frac{L_v}{2} \right) = 1600 - 0.068 \left(\frac{120}{2} \right) = 1595.920m$$

$$Cota\ de\ P = 1595.920 + 0.068(71.579) - \frac{0.114}{2(120)}(71.579)^2 = 1598.354m$$

EJEMPLO 4.5: Curva vertical simétrica que pasa por un punto mínimo

Datos:

Para una curva vertical simétrica se tiene:

Abscisa del PIV = K1+490

Cota del PIV = 1490m

Pendiente de la tangente de entrada = -2%

Pendiente de la tangente de salida = +8%

Calcular:

- La longitud de la curva vertical simétrica, de tal manera que entre el punto más bajo de la curva y la tangente haya una diferencia de alturas de un (1) metro.
- La abscisa y la cota del punto más bajo de la curva.

Solución:

- Longitud de la curva

De acuerdo con la Figura 4.13, se tiene:

$$m = -2\% \quad , n = +8\% \quad , i = m - n = -2\% - (+8\%) = -10\% \equiv -0.100$$

$$x = \left(\frac{m}{i} \right) L_v$$

$$x = \left(\frac{2\%}{10\%} \right) L_v = 0.2L_v$$

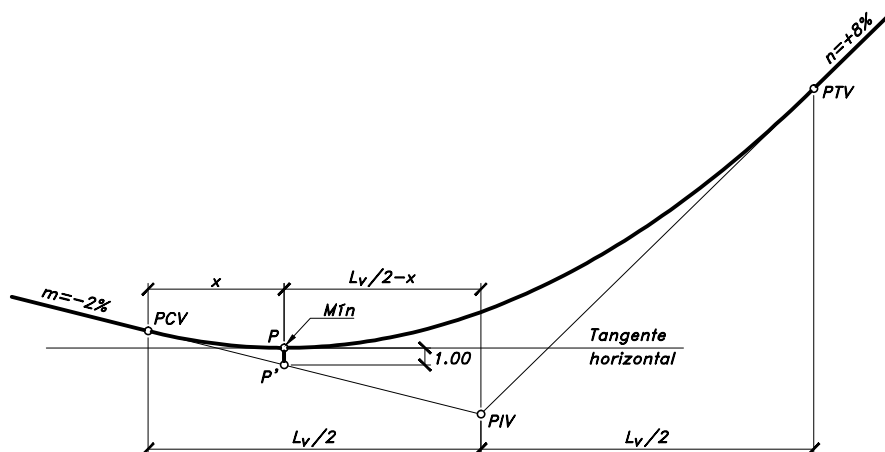


Figura 4.13 Curva vertical simétrica por un punto mínimo

La diferencia de altura de un (1) metro, entre el punto mínimo P de la curva y la tangente vertical, es la corrección por pendiente y . Por lo cual:

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 = 1 = \left(\frac{0.10}{2L_v} \right) x^2$$

Reemplazando a $x = 0.2L_v$, se tiene:

$$y = \frac{0.05}{L_v} (0.2L_v)^2 = 1$$

$$\frac{0.05}{L_v} (0.04L_v^2) = 1 \quad , \text{ de donde,}$$

$$L_v = 500m$$

b) Abscisa y cota del punto mínimo

$\text{Abscisa MÍN} = \text{Abscisa PCV} + x$, donde,

$$\text{Abscisa PCV} = \text{Abscisa PIV} - \frac{L_v}{2} = K1 + 490 - \frac{500}{2} = K1 + 240$$

$$x = 0.2L_v = 0.2(500) = 100m \quad , \text{ entonces,}$$

$$\text{Abscisa MÍN} = K1 + 240 + 100 = K1 + 340$$

$$\text{Cota MÍN} = \text{Cota } P' + 1 \quad , \text{ donde,}$$

$$\text{Cota } P' = \text{Cota PIV} + \left(\frac{L_v}{2} - x \right) 0.02$$

$$\text{Cota } P' = 1490 + \left(\frac{500}{2} - 100 \right) 0.02 = 1493m \quad , \text{ entonces,}$$

$$\text{Cota MÍN} = 1493 + 1 = 1494m$$

EJEMPLO 4.6: Curva vertical compuesta

Datos:

Con la información dada en la Figura 4.14, se quiere unir el punto *A* y el punto *B* mediante una curva vertical compuesta de dos curvas verticales simétricas, la primera en el tramo *AD* y la segunda en el tramo *DB*, tal que el punto *D* sea el *PCCV* o punto común de curvas verticales.

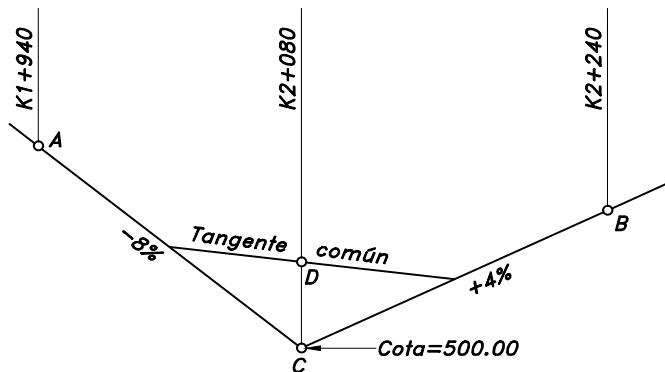


Figura 4.14 Ejemplo 4.6

Calcular:

- Las cotas en la rasante en las abscisas *K2+020* y *K2+150*.
- La abscisa y la cota del punto más bajo de la curva compuesta.

De acuerdo con la Figura 4.15, se tiene:

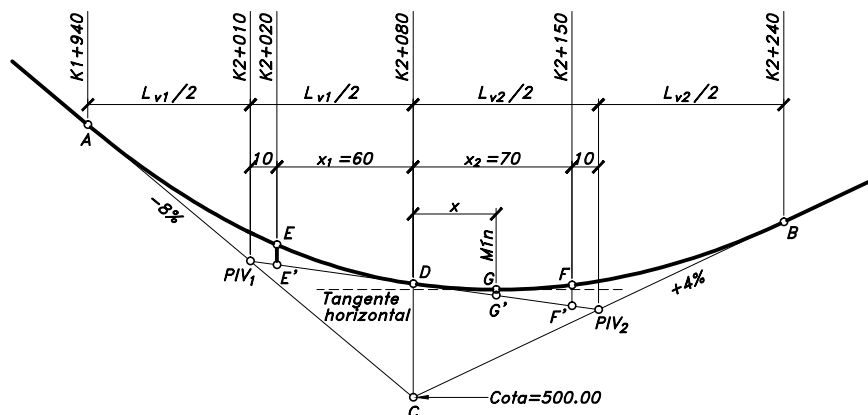


Figura 4.15 Curva vertical compuesta

K2+020: Cota de E

$$\text{Abcisa PIV}_1 = \text{Abcisa de A} + \frac{L_{V1}}{2} = K1 + 940 + 70 = K2 + 010$$

$$\text{Cota de } E = \text{Cota de } E' + E'E$$

Si se define a p como la pendiente de la tangente común PIV_1, PIV_2 , y a i_1 como la diferencia de pendientes para la primera curva, se tiene:

$$Cota\ de\ E' = Cota\ de\ C + 0.08 \left(\frac{L_{v1}}{2} \right) - 10p$$

$$E'E = \left(\frac{i_1}{2L_{v1}} \right) x_1^2$$

$$p = \frac{Cota\ PIV_2 - Cota\ PIV_1}{\frac{L_{v1}}{2} + \frac{L_{v2}}{2}}$$

$$Cota\ PIV_2 = Cota\ de\ C + 0.04 \left(\frac{L_{v2}}{2} \right)$$

$$L_{v2} = K2 + 240 - K2 + 080 = 160m$$

$$Cota\ PIV_2 = 500 + 0.04(80) = 503.200m$$

$$Cota\ PIV_1 = Cota\ de\ C + 0.08 \left(\frac{L_{v1}}{2} \right)$$

$$Cota\ PIV_1 = 500 + 0.08(70) = 505.600m$$

$$p = \frac{503.200 - 505.600}{70 + 80} = -0.016$$

$$i_1 = -0.08 - (-0.016) = -0.064 \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$Cota\ de\ E' = 500 + 0.08(70) - 10(0.016) = 505.440m$$

$$E'E = \frac{0.064}{2(140)} (60)^2 = 0.823m \quad , \text{ luego,}$$

$$Cota\ de\ E = 505.440 + 0.823 = 506.263m$$

K2+150: Cota de F

$$Cota\ de\ F = Cota\ de\ F' + F'F$$

Sí se define a i_2 como la diferencia de pendientes para la segunda curva, se tiene:

$$Cota\ de\ F' = Cota\ de\ C + 0.04 \left(\frac{L_{v2}}{2} \right) + 10p$$

$$Cota\ de\ F' = 500 + 0.04(80) + 10(0.016) = 503.360m$$

$$i_2 = -0.016 - (+0.04) = -0.056 \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$F'F = \left(\frac{i_2}{2L_{v2}} \right) x_2^2 = \frac{0.056}{2(160)} (70)^2 = 0.858m \quad , \text{ luego,}$$

$$Cota\ de\ F = 503.360 + 0.858 = 504.218m$$

b) Abscisa y cota del punto mínimo

De acuerdo con los valores de las tres pendientes de la curva compuesta, se deduce que el punto más bajo de ella se encuentra en la primera rama de la segunda curva. Por lo tanto, es necesario calcular la distancia x :

$$x = \left(\frac{p}{i_2} \right) L_{v2} = \left(\frac{0.016}{0.056} \right) 160 = 45.714m \quad , \text{ luego,}$$

$$\text{Abscisa MÍN} = \text{Abscisa de D} + x = K2 + 080 + 45.714 = K2 + 125.714$$

$$\text{Cota MÍN} = \text{Cota de G} = \text{Cota de G}' + G'G \quad , \text{ donde,}$$

$$\text{Cota de G}' = \text{Cota de E}' - p(x_1 + x)$$

$$\text{Cota de G}' = 505.440 - 0.016(60 + 45.714) = 503.749m$$

$$G'G = \left(\frac{i_2}{2L_{v2}} \right) x^2 = \frac{0.056}{2(160)} (45.714)^2 = 0.366m \quad , \text{ luego,}$$

$$\text{Cota MÍN} = 503.749 + 0.366 = 504.115m$$

EJEMPLO 4.7: Curvas verticales simétricas que se cruzan

Datos:

La Figura 4.16, muestra los perfiles de las tangentes verticales de un par de vías que se cruzan. El PIV_1 pertenece a un paso inferior que acomoda una curva vertical de longitud 80 metros y el PIV_2 pertenece a un paso superior que acomoda otra curva vertical.

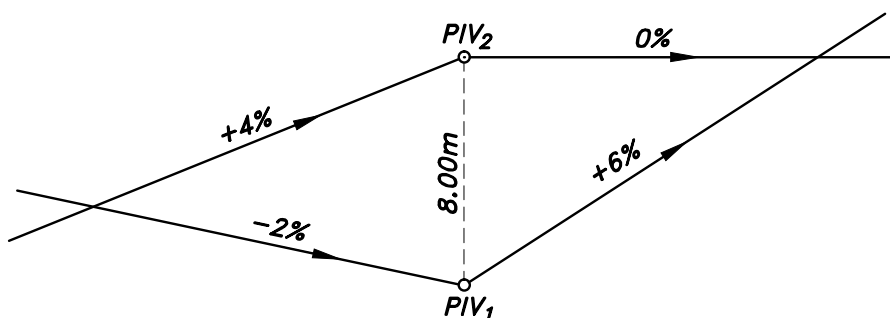


Figura 4.16 Ejemplo 4.7

Calcular:

La longitud de la curva vertical simétrica al PIV_2 , de tal manera que sobre la vertical del PIV_1 y el PIV_2 exista una diferencia de altura de 6 metros entre las rasantes respectivas.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.17, se tiene:

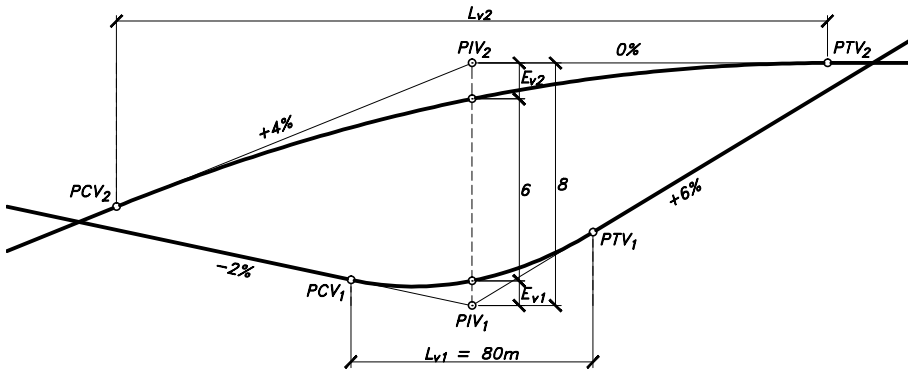


Figura 4.17 Curvas verticales simétricas que se cruzan

La longitud de la curva vertical al PIV_2 en función de su externa E_{v2} es:

$$L_{v2} = \frac{8(E_{v2})}{i_2} \quad , \text{ donde,}$$

$$i_2 = +0.04 - (0.00) = 0.04$$

$$E_{v2} = PIV_1 \cdot PIV_2 - 6 - E_{v1} = 8 - 6 - E_{v1} = 2 - E_{v1} \quad , \text{ pero,}$$

$$E_{v1} = \frac{L_{v1} i_1}{8} \quad , \quad L_{v1} = 80m \quad , \quad i_1 = -0.02 - (+0.06) = -0.08 \quad , \text{ entonces,}$$

$$E_{v1} = \frac{80(0.08)}{8} = 0.800m \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$E_{v2} = 2 - 0.800 = 1.200m \quad , \text{ luego,}$$

$$L_{v2} = \frac{8(1.200)}{0.04} = 240m$$

EJEMPLO 4.8: Pendiente en una curva vertical restringida

Datos:

Para el esquema dado en la Figura 4.18, se tiene que la diferencia de cotas entre las respectivas rasantes del PCV y un punto de abscisa $K2+140$ debe ser de 0.85 metros.

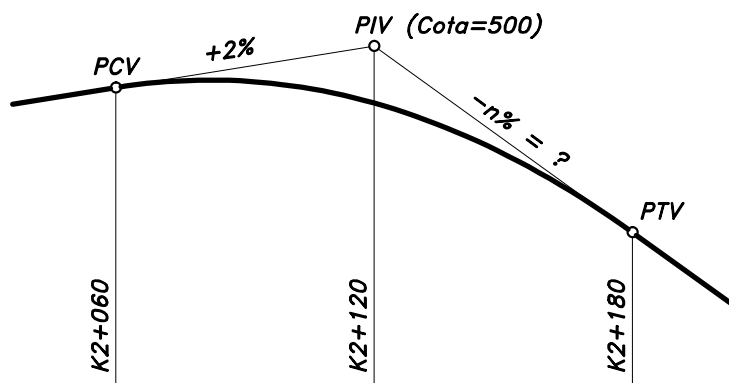


Figura 4.18 Ejemplo 4.8

Calcular:

La pendiente de la tangente de salida que se acomoda a la anterior situación.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.19, se puede plantear la siguiente igualdad:

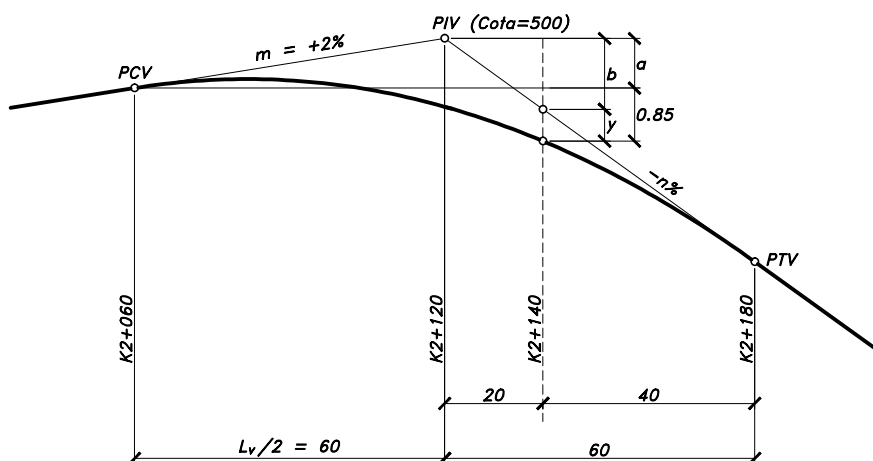


Figura 4.19 Pendiente en una curva vertical restringida

$$a + 0.85 = b + y \quad , \text{ donde,}$$

$$a = m \left(\frac{L_v}{2} \right) = 0.02(60) = 1.200m$$

$$b = n(20) = 20n$$

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2$$

Aplicando la definición de i :

$$i = m - n = 0.02 - (-n) = 0.02 + n$$

$$y = \frac{0.02 + n}{2(120)} (40)^2 = \frac{0.02 + n}{0.15} \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$1.200 + 0.85 = 20n + \frac{0.02 + n}{0.15}$$

Despejando el valor de n , se tiene:

$$n = 0.071875 \quad , \text{ o lo que es lo mismo } n = -7.188\%$$

EJEMPLO 4.9: Curva vertical sobre una cota obligada

Datos:

Para la situación dada en la Figura 4.20, entre la rasante de la vía y la alcantarilla desde el nivel de la clave debe existir una altura de 2.10 metros.

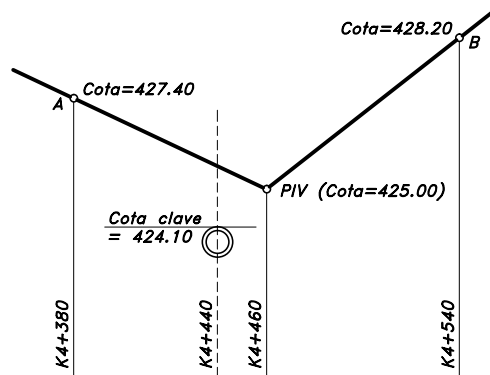


Figura 4.20 Ejemplo 4.9

Calcular:

La longitud de la curva vertical simétrica que cumpla esta condición.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.21, se tiene:

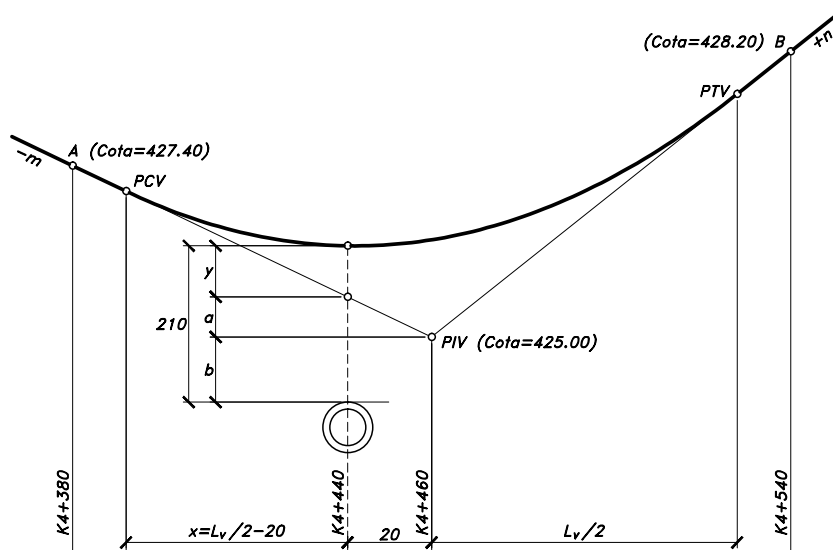


Figura 4.21 Curva vertical sobre una cota obligada

$$\text{Pendiente de entrada} = \frac{425.00 - 427.40}{460 - 380} = -0.03 = m$$

$$\text{Pendiente de salida} = \frac{428.20 - 425.00}{540 - 460} = +0.04 = n$$

$$i = m - n = -0.03 - (+0.04) = -0.07$$

En la vertical sobre la alcantarilla se puede plantear la siguiente igualdad:

$$y + a + b = 2.10m \quad , \text{ esto es,}$$

$$y = 2.10 - a - b$$

$$a = m(20) = 0.03(20) = 0.60m$$

$$b = \text{Cota PIV} - \text{Cota Clave} = 425.00 - 424.10 = 0.90m \quad , \text{ entonces,}$$

$$y = 2.10 - 0.60 - 0.90 = 0.60m \quad , \text{ pero,}$$

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 = 0.60 = \frac{0.07}{2L_v} \left(\frac{L_v}{2} - 20 \right)^2 = \frac{0.035}{L_v} \left(\frac{L_v^2}{4} - 20L_v + 400 \right)$$

$$0.6L_v = 0.00875L_v^2 - 0.7L_v + 14$$

$$0.00875L_v^2 - 1.3L_v + 14 = 0$$

Resolviendo esta cuadrática se obtienen los valores para la longitud de la curva vertical L_v de 11.689 metros y 136.883 metros, siendo éste último el que se ajusta a las condiciones del problema.

EJEMPLO 4.10: Curvas verticales tangentes

Datos:

En la Figura 4.22, El punto A es el principio de una segunda curva vertical cóncava de 120 metros de longitud, la cual posee una pendiente del +4% en su tangente de salida.

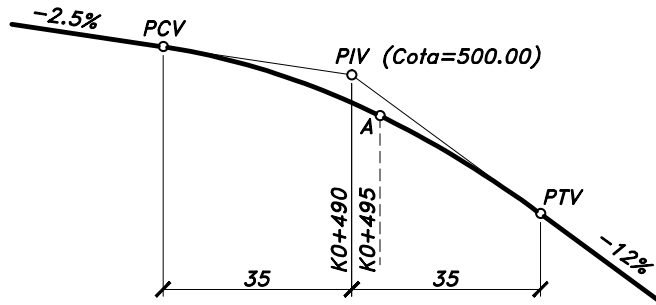


Figura 4.22 Ejemplo 4.10

Calcular:

Para la segunda curva, la cota de la rasante en la abscisa K0+570.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.23, como en el punto A (PCV_2) las dos curvas verticales son tangentes, tendrán una tangente común de pendiente m_2 , la cual a su vez será la tangente de entrada de la segunda curva por tratarse el punto A como el principio de ella.

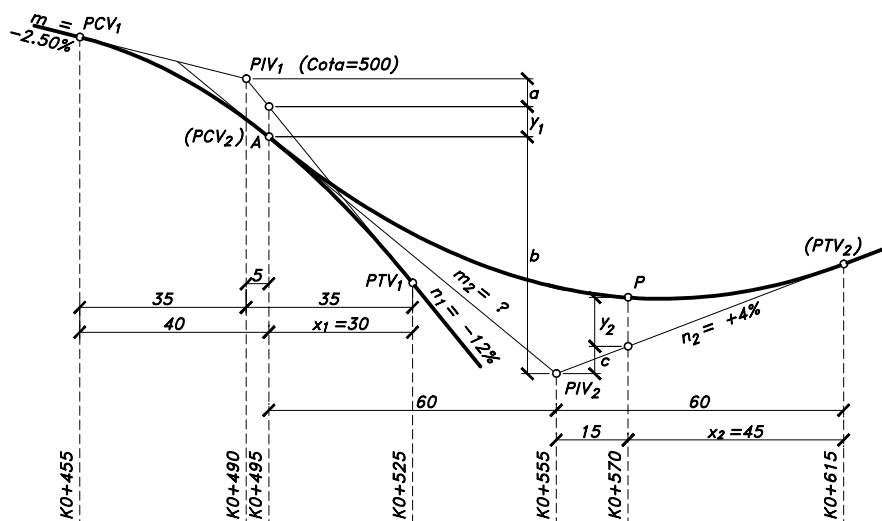


Figura 4.23 Curvas verticales tangentes

Como para la primera curva se conoce toda su información, será posible calcular la pendiente de la línea tangente a cualquier punto de ella, como por ejemplo en este caso en el punto A. Por lo tanto:

$$i_1 = m_1 - n_1 = -2.50 - (-12) = 9.50\%$$

Sí para 70m hay un cambio de pendiente del: $\rightarrow i_1 = 9.50\%$

Para 40m habrá un cambio de pendiente del: $\rightarrow i' = m_1 - m_2$

$$m_1 - m_2 = \left(\frac{40}{70}\right) 9.50 = 5.43\%$$

$$m_2 = m_1 - 5.43\% = -2.50 - 5.43 = -7.93\%$$

Por lo tanto, la cota del punto P es:

$$\text{Cota } P = \text{Cota } PIV_1 - a - y_1 - b + c + y_2, \text{ donde,}$$

$$a = n_1(5) = 0.12(5) = 0.600m$$

$$y_1 = \left(\frac{i_1}{2L_{v1}}\right) x_1^2 = \frac{0.095}{2(70)} (30)^2 = 0.611m$$

$$b = m_2(60) = 0.0793(60) = 4.758m$$

$$c = n_2(15) = 0.04(15) = 0.600m$$

$$y_2 = \left(\frac{i_2}{2L_{v2}} \right) x_2^2 = \frac{0.0793 + 0.04}{2(120)} (45)^2 = 1.007m \quad , \text{ luego,}$$

$$\text{Cota } P = 500 - 0.600 - 0.611 - 4.758 + 0.600 + 1.007 = 495.638m$$

EJEMPLO 4.11: Rasantes que se cruzan, a desnivel

Datos:

Las rasantes de la *vía 1* y la *vía 2* de la Figura 4.24 tienen un punto común *A* de abscisa *K0+100* donde se separan, para cruzarse en el *K0+204* con una diferencia entre rasantes de 5 metros.

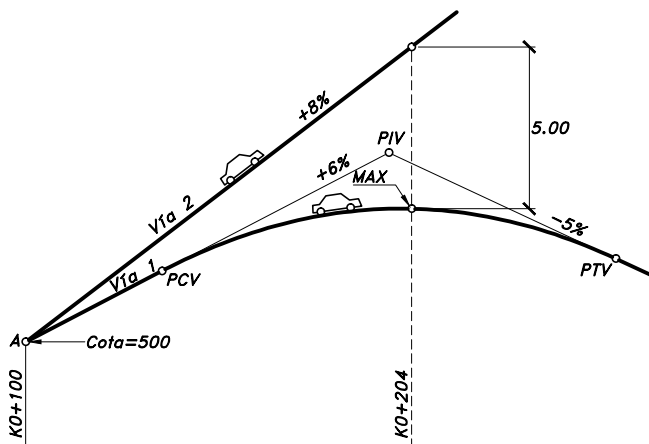


Figura 4.24 Ejemplo 4.11

Calcular:

- La longitud de la curva vertical simétrica.
- La cota en la abscisa *K0+287* sobre la rasante de la *vía 1*.

Solución:

- Longitud de la curva

De acuerdo con la Figura 4.25, se puede plantear la siguiente igualdad:

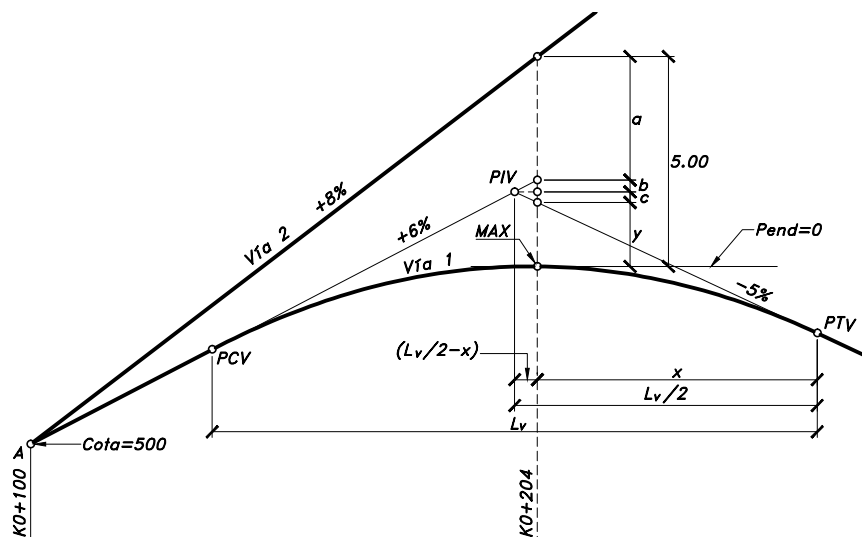


Figura 4.25 Rasantes que se cruzan, a desnivel

$5.00 = a + b + c + y$, donde,

$$a = (0.08 - 0.06)(204 - 100) = 2.080m$$

$$b = 0.06 \left(\frac{L_v}{2} - x \right)$$

$i = 6 - (-5) = 11\%$, pero para el punto máximo,

$$x = \left(\frac{5}{11} \right) L_v \quad , \text{ entonces,}$$

$$b = 0.06 \left[\frac{L_v}{2} - \left(\frac{5}{11} \right) L_v \right] = \left(\frac{3}{1100} \right) L_v$$

$$c = 0.05 \left(\frac{L_v}{2} - x \right) = 0.05 \left[\frac{L_v}{2} - \left(\frac{5}{11} \right) L_v \right] = \left(\frac{1}{440} \right) L_v$$

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 = \frac{0.11}{2L_v} \left(\frac{5}{11} \right)^2 L_v^2 = \left(\frac{1}{88} \right) L_v \quad , \text{ luego,}$$

$$5.00 = 2.08 + \left(\frac{3}{1100} \right) L_v + \left(\frac{1}{440} \right) L_v + \left(\frac{1}{88} \right) L_v$$

$$2.92 = L_v \left(\frac{3}{1100} + \frac{1}{440} + \frac{1}{88} \right) \quad , \text{ de donde,}$$

$$L_v = 178.444m$$

b) Cota en la abscisa K0+287

Inicialmente, es necesario identificar si esta abscisa cae dentro de la curva o no, para lo cual se debe calcular la abscisa del *PTV*, así:

$$\text{Abscisa PTV} = \text{Abscisa PIV} + \frac{L_v}{2} \quad , \text{ pero,}$$

$$\text{Abscisa PIV} = (K0 + 204) - \left(\frac{L_v}{2} - x \right)$$

$$x = \left(\frac{5}{11} \right) L_v = \left(\frac{5}{11} \right) 178.444 = 81.111m$$

$$\text{Abscisa PIV} = (K0 + 204) - \left(\frac{178.444}{2} - 81.111 \right) = K0 + 195.889 \quad , \text{ entonces,}$$

$$\text{Abscisa PTV} = K0 + 195.889 + \frac{178.444}{2} = K0 + 285.111$$

Como puede observarse la abscisa del *PTV* es menor que la abscisa *K0+287*. Por lo tanto, ésta última cae fuera de la curva, esto es, después del *PTV*.

De esta manera:

$$\text{Cota de abscisa } K0 + 287 = \text{Cota PIV} - (287 - 195.889)0.05 \quad , \text{ pero,}$$

$$\text{Cota PIV} = 500 + 0.06(195.889 - 100) = 505.753m \quad , \text{ luego,}$$

$$\text{Cota de abscisa } K0 + 287 = 505.753 - (287 - 195.889)0.05 = 501.197m$$

EJEMPLO 4.12: Curva vertical en un paso inferior

Datos:

Para el esquema de la Figura 4.26, sobre la vertical del *PIV* debe existir una altura libre o gálibo de 4.7 metros entre la rasante inferior y el paso superior.

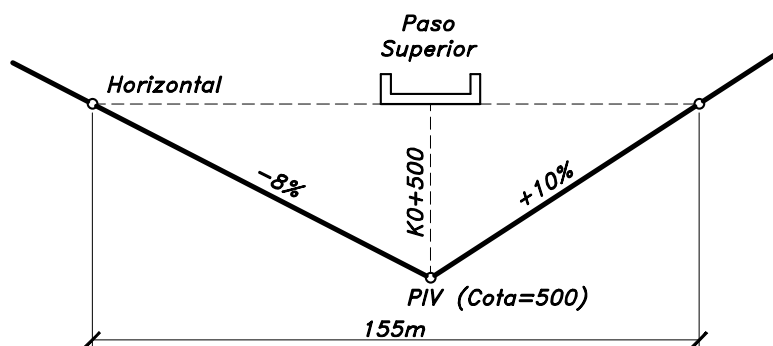


Figura 4.26 Ejemplo 4.12

Calcular:

- La longitud de la curva vertical simétrica que cumpla esta condición.
- Las cotas de rasante en las abscisas $K0+430$ y $K0+530$.

Solución:

- Longitud de la curva vertical simétrica

De acuerdo con la Figura 4.27, se tiene:

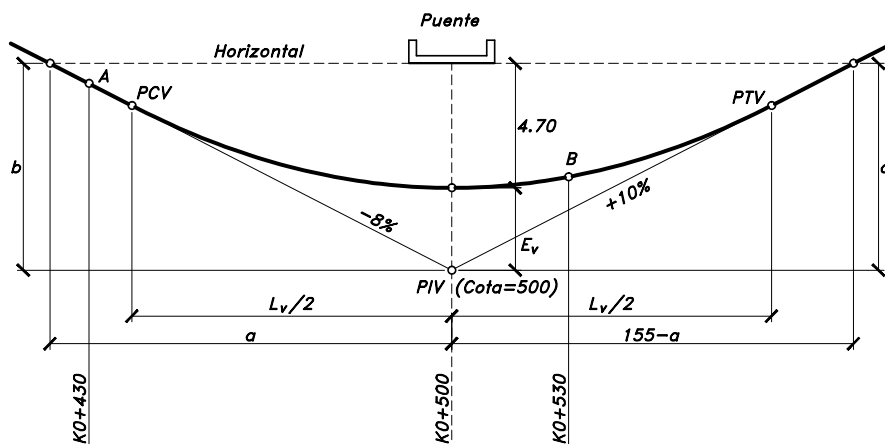


Figura 4.27 Curva vertical en un paso inferior

$b = 4.70 + E_v$, pero, $b = c$, esto es,

$$0.08(a) = 0.10(155 - a)$$

$$a = 86.111m$$

$$b = 0.08(a) = 0.08(86.111) = 6.889m$$

$$E_v = \frac{L_v i}{8}$$

$$i = m - n = -8 - (+10) = -18\%$$

$$E_v = \frac{L_v(0.18)}{8} = 0.0225L_v \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$6.889 = 4.70 + 0.0225L_v \quad , \text{ luego,}$$

$$L_v = 97.289m$$

b) Cotas de rasante en las abscisas K0+430 y K0+530

$$\text{Abscisa PCV} = K0 + 500 - \frac{L_v}{2} = K0 + 500 - \frac{97.289}{2} = K0 + 451.356$$

$$\text{Cota de abscisa K0 + 430} = \text{Cota de A}$$

$$\text{Cota de A} = \text{Cota PIV} + 0.08(500 - 430) = 500 + 0.08(500 - 430) = 505.600m$$

$$\text{Cota de abscisa K0 + 530} = \text{Cota de B}$$

$$\text{Cota de B} = \text{Cota PIV} + 0.10(530 - 500) + \frac{0.18}{2(97.289)} \left(\frac{97.289}{2} - 30 \right)^2$$

$$\text{Cota de B} = 500 + 0.10(530 - 500) + \frac{0.18}{2(97.289)} \left(\frac{97.289}{2} - 30 \right)^2 = 503.322m$$

EJEMPLO 4.13: Máximos entre curvas verticales simétricas

Datos:

En la Figura 4.28, la curva vertical menor tiene una longitud de 80 metros. Entre los puntos más altos de las dos curvas debe existir una diferencia de alturas de 1.0 metro.

Calcular:

La longitud de la curva vertical mayor que se acomode a la situación dada.

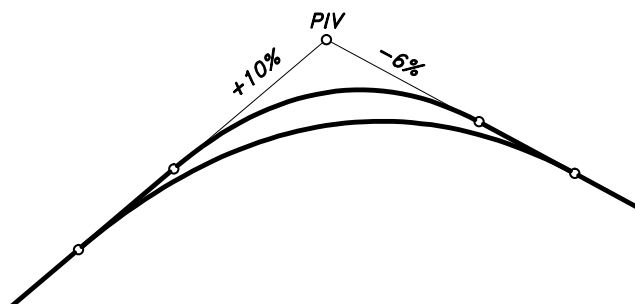


Figura 4.28 Ejemplo 4.13

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.29, se tiene:

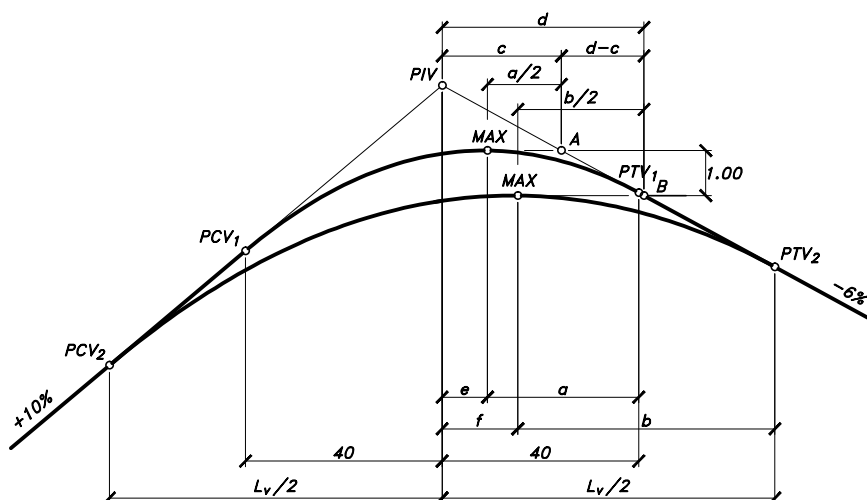


Figura 4.29 Máximos entre curvas verticales simétricas

El máximo de la curva menor está situado del PTV_1 a:

$$a = \left(\frac{6}{16} \right) 80 = 30m \quad , \text{ entonces,}$$

$$e = 40 - a = 40 - 30 = 10m$$

El máximo de la curva mayor está situado del PTV_2 a:

$$b = \left(\frac{6}{16}\right)L_v, \text{ entonces,}$$

$$f = \frac{L_v}{2} - b = \frac{L_v}{2} - \left(\frac{6}{16}\right)L_v = \frac{L_v}{8}$$

Obsérvese también que:

$$\text{Cota de A} - \text{Cota de B} = 1.00m, \text{ que es lo mismo a,}$$

$$0.06(d - c) = 1.00, \text{ donde,}$$

$$d = f + \frac{b}{2} = \frac{L_v}{8} + \left(\frac{6}{32}\right)L_v = \left(\frac{5}{16}\right)L_v$$

$$c = e + \frac{a}{2} = 10 + \frac{30}{2} = 25m$$

Reemplazando:

$$0.06\left[\left(\frac{5}{16}\right)L_v - 25\right] = 1.00, \text{ luego,}$$

$$L_v = 133.333m$$

EJEMPLO 4.14: Curva vertical asimétrica

Datos:

Para el cálculo de una curva vertical asimétrica, se dispone de la siguiente información:

Abscisa del PIV	= $K3+600$
Cota del PIV	= $500m$
Pendiente de la tangente de entrada	= -5%
Pendiente de la tangente de salida	= $+7\%$
Longitud de la curva vertical	= $80m$
Longitud primera rama de la curva	= $50m$
Longitud segunda rama de la curva	= $30m$

Calcular:

La curva vertical en abscisas de 10 metros.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.30, se tiene:

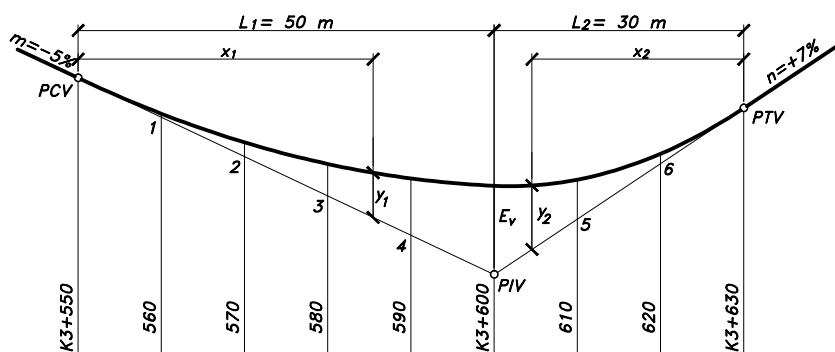


Figura 4.30 Ejemplo de curva vertical asimétrica

Abscisas y cotas de: PCV, PTV

$$\text{Abscisa PCV} = \text{Abscisa PIV} - L_1 = K3 + 600 - 50 = K3 + 550$$

$$\text{Abscisa PTV} = \text{Abscisa PIV} + L_2 = K3 + 600 + 30 = K3 + 630$$

$$\text{Cota PCV} = \text{Cota PIV} + mL_1 = 500 + 0.05(50) = 502.500\text{m}$$

$$\text{Cota PTV} = \text{Cota PIV} + nL_2 = 500 + 0.07(30) = 502.100\text{m}$$

Cotas en la tangente en puntos intermedios:

$$\text{Cota de 1} = \text{Cota PCV} - m(10) = 502.500 - 0.05(10) = 502.000\text{m}$$

$$\text{Cota de 2} = 502.500 - 0.05(20) = 501.500\text{m}$$

$$\text{Cota de 3} = 502.500 - 0.05(30) = 501.000\text{m}$$

$$\text{Cota de 4} = 502.500 - 0.05(40) = 500.500\text{m}$$

$$\text{Cota de 5} = \text{Cota PIV} + n(10) = 500 + 0.07(10) = 500.700\text{m}$$

$$\text{Cota de 6} = 500 + 0.07(20) = 501.400\text{m}$$

Correcciones de pendiente en puntos intermedios:

Es necesario calcular primero el valor de la externa E_v , pues ella entra en la determinación de las correcciones de pendiente de cada rama.

Por lo tanto:

$$E_v = \frac{iL_1L_2}{2L_v}$$

$$i = m - n = -0.05 - (+0.07) = -0.12$$

$$E_v = \frac{0.12(50)(30)}{2(80)} = 1.125m \quad , \text{ entonces,}$$

Para la primera rama de la curva:

$$y_1 = E_v \left(\frac{x_1}{L_1} \right)^2 = 1.125 \left(\frac{x_1}{50} \right)^2 = 0.00045x_1^2$$

$$\text{Punto 1 : } x_1 = 10m \quad , y_1 = 0.00045(10)^2 = 0.045m$$

$$\text{Punto 2 : } x_1 = 20m \quad , y_1 = 0.00045(20)^2 = 0.180m$$

$$\text{Punto 3 : } x_1 = 30m \quad , y_1 = 0.00045(30)^2 = 0.405m$$

$$\text{Punto 4 : } x_1 = 40m \quad , y_1 = 0.00045(40)^2 = 0.720m$$

Para la segunda rama de la curva:

$$y_2 = E_v \left(\frac{x_2}{L_2} \right)^2 = 1.125 \left(\frac{x_2}{30} \right)^2 = 0.00125x_2^2$$

$$\text{Punto 5 : } x_2 = 20m \quad , y_2 = 0.00125(20)^2 = 0.500m$$

$$\text{Punto 6 : } x_2 = 10m \quad , y_2 = 0.00125(10)^2 = 0.125m$$

Al sumar a las cotas en la tangente, estas correcciones de pendiente, se obtienen las respectivas cotas en la rasante, así:

$$\text{Punto PCV} = 502.500m$$

$$\text{Punto PTV} = 502.100m$$

$$\text{Punto PIV} = 500 + 1.125 = 501.125m$$

$$\text{Punto 1} = 502.000 + 0.045 = 502.045m$$

$$\text{Punto 2} = 501.500 + 0.180 = 501.680m$$

$$\text{Punto 3} = 501.000 + 0.405 = 501.405m$$

$$\text{Punto 4} = 500.500 + 0.720 = 501.220m$$

$$\text{Punto 5} = 500.700 + 0.500 = 501.200m$$

$$\text{Punto 6} = 501.400 + 0.125 = 501.525m$$

4.4 VISIBILIDAD EN CARRETERAS

4.4.1 Principios^[5]

Una de las características más importantes que deberá ofrecer el trazado de una carretera al conductor de un vehículo es la posibilidad de ver hacia delante, tal que le permita realizar una circulación segura y eficiente.

La *distancia de visibilidad* se define como la longitud continua de carretera que es visible hacia delante por el conductor de un vehículo que circula por ella.

Esta distancia de visibilidad deberá ser de suficiente longitud, tal que le permita a los conductores desarrollar la velocidad de diseño y a su vez controlar la velocidad de operación de sus vehículos ante la realización de ciertas maniobras en la carretera, como lo pueden ser por la presencia de un obstáculo fijo sobre su carril de circulación (distancia de visibilidad de *parada*), o el adelantamiento de un vehículo lento en carreteras de dos carriles dos sentidos (distancia de visibilidad de *adelantamiento*), o el encuentro de dos vehículos que circulan por el mismo carril en sentidos opuestos en carreteras terciarias de calzadas angostas (distancia de visibilidad de *encuentro*).

4.4.2 Distancia de visibilidad de parada

Se considera como *distancia de visibilidad de parada* D_p de un determinado punto de una carretera, la distancia necesaria para que el conductor de un vehículo, que circula a la velocidad específica del elemento (V_{CH} , V_{ETH} , V_{CV} o V_{TV}) al cual se le quiere verificar esta distancia, pueda detenerlo antes de llegar a un obstáculo fijo que aparezca en su trayectoria.

Entonces, la longitud requerida D_p para detener el vehículo en las anteriores condiciones, de acuerdo con el esquema ilustrado en la Figura 4.31, será la suma de dos distancias: la distancia recorrida

durante el tiempo de *percepción-reacción* d_{pr} y la distancia recorrida durante el *frenado* d_f . Esto es:

$$D_p = d_{pr} + d_f \quad (4-14)$$

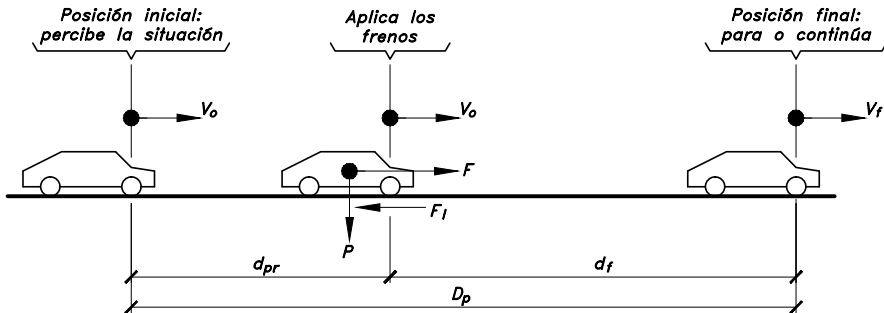


Figura 4.31 Distancia de visibilidad de parada

Dependiendo de la complejidad del obstáculo y de las características del conductor, el tiempo de percepción-reacción puede variar de 0.5 a 4.0 segundos. Para fines de proyecto, se emplea un valor medio de 2.5 segundos. Durante este tiempo se considera que la velocidad inicial del vehículo V_o se mantiene constante, pues su variación es muy pequeña. Por lo tanto, la *distancia de percepción-reacción* d_{pr} , que se mide desde el momento en que se hace visible el obstáculo hasta el instante en que se aplican los frenos, para movimiento uniforme es^[3]:

$$d_{pr} = V_o(t_{pr})$$

Reemplazando t_{pr} por 2.5 segundos, para la velocidad V_o en kilómetros por hora y la distancia d_{pr} en metros, se tiene:

$$d_{pr} = V_o(Km/h) \left(2.5 s \right) \left(\frac{1000 m}{1 Km} \right) \left(\frac{1 h}{3600 s} \right)$$

$$d_{pr} = 0.694 V_o \quad (4-15)$$

La *distancia de frenado* d_f , que se mide desde la aplicación de los frenos hasta el momento en que el vehículo se detiene totalmente o continúa su movimiento con una velocidad V_f , depende de muchos factores: la fricción entre llantas y pavimento, el peso del vehículo, el número de ejes, el tipo de pavimento, etc. Sin embargo, estableciendo ciertas condiciones, es posible calcular dicha distancia.

La potencia de frenado del vehículo y la fricción longitudinal entre las llantas y el pavimento, controlan su capacidad para disminuir la velocidad o parar. Un vehículo que se aproxima a un PARE con el motor desengranado y sin la aplicación de los frenos, es desacelerado solamente por la resistencia al rodamiento y la resistencia del aire.

Cuando la anterior maniobra es realizada por el vehículo con el motor engranado, la desaceleración se lleva a cabo con la resistencia al rodamiento, la resistencia del aire y la resistencia del motor. Ensayos hechos para medir la desaceleración con el vehículo engranado y sin la aplicación de los frenos, indican que ella varía de 3.5 Km/h/s a 1.4 Km/h/s , para velocidades comprendidas entre 110 Km/h y 30 Km/h , respectivamente.

Adicionalmente, si se aplican los frenos, aparece una cuarta resistencia, denominada resistencia por fricción en el frenado. En el caso de que los frenos sean aplicados súbitamente, las llantas quedarán bloqueadas o inmovilizadas y el vehículo patinará. La longitud de las huellas dejadas por las llantas sobre el pavimento, permitirá conocer la velocidad que traía el vehículo al inicio del deslizamiento.

Por lo tanto, la distancia de frenado d_f , es recorrida por el vehículo en movimiento uniformemente desacelerado, y puede ser calculada a partir de la acción mecánica de pisar los frenos en una superficie horizontal, despreciando las resistencias al rodamiento, del aire y del motor.

La Figura 4.32 ilustra la relación que existe entre la velocidad, el tiempo y la distancia, para el caso de movimiento uniformemente desacelerado.

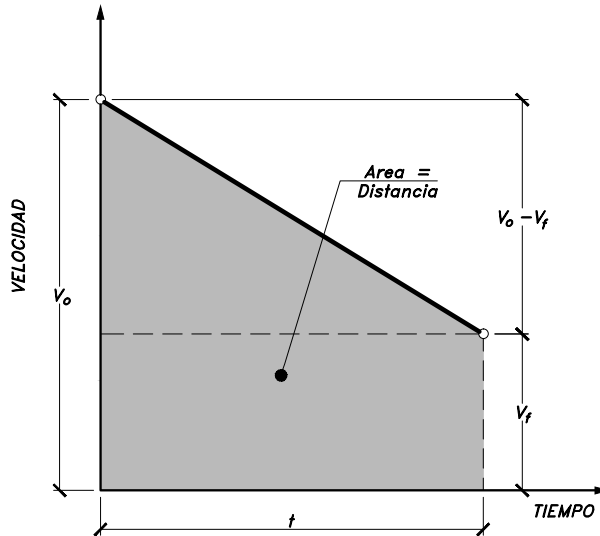


Figura 4.32 Relación entre la velocidad, el tiempo y la distancia, en movimiento uniformemente desacelerado

La ecuación de la recta es igual a:

$$V = V_o - at \quad (4-16)$$

Donde:

V = Velocidad después de un tiempo t .

V_o = Velocidad en el momento de aplicar los frenos.

a = Tasa de desaceleración.

Si al final del frenado se tiene una velocidad V_f , entonces:

$$V_f = V_o - at \quad (4-17)$$

El área bajo la recta representa la distancia de frenado, esto es:

$$d_f = V_f t + \frac{1}{2}(V_o - V_f)t$$

Reemplazando la velocidad final V_f de la ecuación (4-17), se tiene:

$$d_f = (V_o - at)t + \frac{1}{2}(V_o - V_o + at)t = V_o t - at^2 + \frac{1}{2}at^2$$

De donde:

$$d_f = V_o t - \frac{1}{2}at^2 \quad (4-18)$$

Ahora despejando t de la ecuación (4-17):

$$t = \frac{V_o - V_f}{a}$$

Reemplazando este valor en la ecuación (4-18), también se obtiene:

$$d_f = V_o \left(\frac{V_o - V_f}{a} \right) - \frac{1}{2}a \left(\frac{V_o - V_f}{a} \right)^2$$

$$2ad_f = 2V_o(V_o - V_f) - (V_o - V_f)^2 = 2V_o^2 - 2V_o V_f - V_o^2 + 2V_o V_f - V_f^2$$

Por lo tanto:

$$2ad_f = V_o^2 - V_f^2 \quad (4-19)$$

También, en movimiento uniformemente desacelerado y cuando el vehículo finalmente se detiene ($V_f = 0$), la distancia de frenado es:

$$d_f = \frac{V_o^2}{2a} \quad (4-20)$$

Por otro lado, sobre el vehículo de masa m actúa una fuerza F , que se valora como:

$$F = ma \quad (4-21)$$

La fuerza F debe ser contrarrestada por otra igual, con el fin de detener el vehículo de peso W , denominada fuerza de fricción longitudinal F_f , que se expresa así:

$$F_f = f_l W \quad (4-22)$$

Donde f_l representa el coeficiente de fricción longitudinal, generado entre las llantas y el pavimento al producirse el frenado.

Igualando F y F_f , según las ecuaciones (4-21) y (4-22), queda:

$$F = F_f$$

$$ma = f_f W \quad (4-23)$$

Pero también se sabe que:

$$W = mg \quad (4-24)$$

Reemplazando el valor de W dado por la ecuación (4-24), en la ecuación (4-23), resulta:

$$ma = f_f mg$$

$$a = f_f g \quad (4-25)$$

Ahora reemplazando este valor de a en la ecuación (4-20):

$$d_f = \frac{V_o^2}{2f_f g}$$

Utilizando unidades prácticas y usuales, se transforma la expresión anterior para V_o en kilómetros por hora, g igual a 9.81 m/seg^2 y d_f en metros, como sigue:

$$d_f = \frac{V_o^2}{254(f_f)} \quad (4-26)$$

Cuando la vía sobre la cual ocurre el frenado se encuentra sobre una rasante de pendiente longitudinal p , la distancia de frenado d_f se expresa como:

$$d_f = \frac{V_o^2}{254(f_f \pm p)} \quad (4-27)$$

La distancia de frenado es menor en ascenso que en descenso, por lo tanto el valor de p expresado en decimal o tanto por uno es positivo (+) para pendientes ascendentes y negativo (-) para pendientes descendentes.

Finalmente, sustituyendo la *distancia de percepción-reacción* d_{pr} , ecuación (4-15), y la *distancia de frenado* d_f , ecuación (4-27), en la ecuación (4-14), la *distancia de visibilidad de parada* D_p , bajo el supuesto de que el vehículo circula aproximadamente a la velocidad de diseño, o a la velocidad específica $V_o = V_d = V_e$, queda como:

$$D_p = 0.694 V_d + \frac{V_d^2}{254(f_l \pm p)} = 0.694 V_e + \frac{V_e^2}{254(f_l \pm p)} \tag{4-28}$$

En la Tabla 4.6, se muestran los coeficientes de fricción longitudinal f_l en pavimentos húmedos^[7], como condición más desfavorable, para diferentes velocidades específicas V_e .

Tabla 4.6 Coeficientes de fricción longitudinal para pavimentos húmedos

VELOCIDAD ESPECÍFICA V_e (Km/h)	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
COEFICIENTE DE FRICCIÓN LONGITUDINAL f_l	0.440	0.400	0.370	0.350	0.330	0.320	0.315	0.310	0.305	0.300

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico para Carreteras*. Bogotá. 1998.

También, como se demostró anteriormente, según la ecuación (4-20), la distancia de frenado d_f de un vehículo que circula, sobre un pavimento húmedo de una carretera a nivel (pendiente cero), a la velocidad de diseño V_d o a la velocidad específica V_e del elemento sobre el cual se lleva acabo la maniobra de frenado (V_{CH} , V_{ETH} , V_{CV} o V_{TV}), y que finalmente se detiene, puede ser determinada mediante la siguiente expresión:

$$d_f = \frac{V_o^2}{2a} = \frac{V_e^2}{2a} = \frac{V_e^2 \left(\frac{Km^2}{h^2} \right)}{2a \left(\frac{m}{s^2} \right)} \left(\frac{1000^2 m^2}{1 Km^2} \right) \left(\frac{1 h^2}{3600^2 s^2} \right)$$
$$d_f = 0.039 \left(\frac{V_e^2}{a} \right) \tag{4-29}$$

Donde, como se puede observar, la velocidad V_e está dada en Km/h y la desaceleración a en m/s^2 .

Investigaciones realizadas por la AASHTO^[1], muestran que la mayoría de los conductores desaceleran sus vehículos a tasas mayores de $4.5 m/s^2$ cuando se confrontan con la necesidad de parar por la presencia inesperada de un obstáculo sobre la carretera. Aproximadamente el 90% de todos los conductores desaceleran a tasas mayores de $3.4 m/s^2$. Tales tasas de desaceleración consideran la capacidad que tienen los conductores de permanecer en su carril y mantener el control de la dirección de sus vehículos, durante las maniobras de frenado sobre pavimentos húmedos.

Por lo tanto, como un valor confortable, se recomienda^[1] como tasa de desaceleración el valor de $3.4 m/s^2$. La escogencia de este valor se basa en que la mayoría de los sistemas de frenos de los vehículos y los niveles de fricción entre llanta y pavimento húmedo, son capaces de producir desaceleraciones de al menos $3.4 m/s^2$.

De esta manera, la *distancia de frenado* d_f , se calcula mediante la siguiente expresión:

$$d_f = 0.039 \left(\frac{V_e^2}{a} \right) = 0.039 \left(\frac{V_e^2}{3.4} \right) = \frac{V_e^2}{87.18}$$

De allí que la ecuación (4-14), para el cálculo *distancia de visibilidad de parada* D_p , queda como:

$$D_p = 0.694 V_e + \frac{V_e^2}{87.18} \quad (4-30)$$

En la Tabla 4.7 se presentan los valores recomendados por el Manual de la AASHTO^[1], de las *distancias mínimas de visibilidad de parada* D_p , para diferentes velocidades específicas y para tramos de rasantes a nivel (pendiente longitudinal 0%).

Estas distancias de visibilidad de parada han sido adoptadas por el nuevo Manual de INVIAS^[10].

Tabla 4.7 Distancias de visibilidad de parada en tramos a nivel

VELOCIDAD ESPECÍFICA V_e (Km/h)	DISTANCIA PERCEPCIÓN- REACCIÓN d_{pr} (m)	DISTANCIA DE FRENADO A NIVEL d_f (m)	DISTANCIA DE VISIBILIDAD DE PARADA D_p (m)	
			CALCULADA (m)	REDONDEADA (m)
20	13.9	4.6	18.5	20
30	20.9	10.3	31.1	35
40	27.8	18.4	46.1	50
50	34.8	28.7	63.4	65
60	41.7	41.3	82.9	85
70	48.7	56.2	104.8	105
80	55.6	73.4	128.9	130
90	62.6	92.9	155.4	160
100	69.5	114.7	184.1	185
110	76.5	138.8	215.1	220
120	83.4	165.2	248.5	250
130	90.4	193.8	284.1	285

Fuente: AASHTO. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. Washington D.C. 2004.

Para carreteras con pendientes de rasante superiores a tres por ciento (3%), tanto en ascenso (+p) como en descenso (-p), se deberán realizar las correcciones necesarias a las distancias de frenado d_f dadas en la Tabla 4.5 para tramos a nivel, con la siguiente ecuación afectada por la pendiente de la rasante:

$$d_f = \frac{V_d^2}{254(f_i \pm p)} \quad (4-31)$$

Pero, según la ecuación (4-25):

$$f_i = \frac{a}{g} = \frac{a}{9.81}$$

Por lo tanto, la *distancia de frenado* d_f , es:

$$d_f = \frac{V_d^2}{254 \left(\frac{a}{9.81} \pm p \right)} \quad (4-32)$$

En la Tabla 4.8 se indican las *distancias mínimas de visibilidad de parada* D_p , en tramos con pendientes mayores a tres por ciento (3%), tanto en descenso como en ascenso con desaceleraciones de 3.4 m/s^2 .

Tabla 4.8 Distancias de visibilidad de parada en tramos con pendiente

VELOCIDAD DE DISEÑO V_d (Km/h)	DISTANCIA DE VISIBILIDAD DE PARADA D_p (m)					
	DESCENSO			ASCENSO		
	-3%	-6%	-9%	+3%	+6%	+9%
20	20	20	20	19	18	18
30	32	35	35	31	30	29
40	50	50	53	45	44	43
50	66	70	74	61	59	58
60	87	92	97	80	77	75
70	110	116	124	100	97	93
80	136	144	154	123	118	114
90	164	174	187	148	141	136
100	194	207	223	174	167	160
110	227	243	262	203	194	186
120	263	281	304	234	223	214
130	302	323	350	267	254	243

Fuente: AASHTO. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. Washington D.C. 2004.

4.4.3 Distancia de visibilidad de adelantamiento^[1,10]

Un tramo de carretera de dos carriles y de circulación en dos sentidos, tiene *distancia de visibilidad de adelantamiento* D_a , cuando la distancia de visibilidad en ese tramo es suficiente para que, en condiciones de seguridad, el conductor de un vehículo pueda adelantar a otro, que circula por el mismo carril, a una velocidad menor, sin peligro de interferir con un tercer vehículo que venga en sentido contrario y se haga visible en el momento de iniciarse la maniobra de adelantamiento.

La distancia mínima de visibilidad de adelantamiento D_a , de acuerdo con la Figura 4.33, se determina como la suma de cuatro distancias, así:

$$D_a = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 \quad (4-33)$$

Donde:

D_1 = Distancia recorrida durante el tiempo de percepción-reacción del conductor que va a efectuar la maniobra (m).

D_2 = Distancia recorrida por el vehículo adelantante durante el tiempo desde que invade el carril del sentido contrario hasta que regresa a su carril (m).

D_3 = Distancia de seguridad, una vez terminada la maniobra, entre el vehículo adelantante y el vehículo que viene en la dirección opuesta, recorrida durante el tiempo de despeje (m).

D_4 = Distancia recorrida por el vehículo que viene en sentido opuesto, estimada en $2/3$ de D_2 (m).

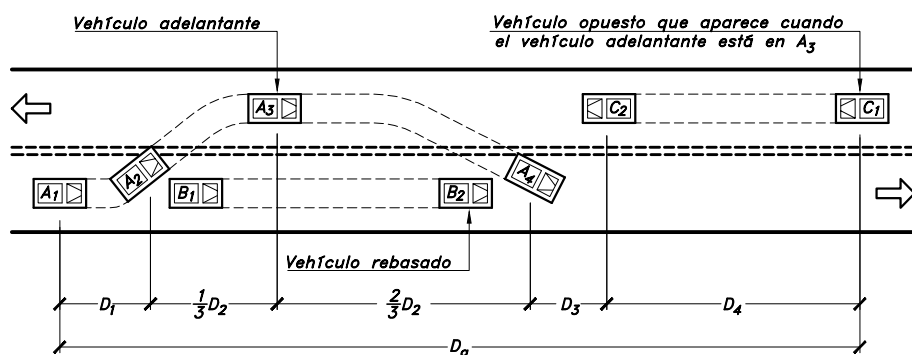


Figura 4.33 Distancia de visibilidad de adelantamiento en carreteras de dos carriles dos sentidos

Para el cálculo de la distancia de visibilidad de adelantamiento se utilizará como guía los valores indicados en el Manual AASHTO^[1], que se presentan en la Tabla 4.9 para cuatro (4) rangos de velocidad específica V_e , los cuales se fundamentan en una gran cantidad de observaciones de campo relacionadas con el comportamiento de los conductores.

La distancia D_1 recorrida durante el periodo de la maniobra inicial, se calcula con la siguiente ecuación:

$$D_1 = 0.287t_1 \left(V - m + \frac{at_1}{2} \right) \quad (4-34)$$

Donde:

- t_1 = Tiempo de la maniobra inicial, (*segundos*).
 a = Promedio de aceleración que el vehículo necesita para iniciar el adelantamiento (*Km/h/s*).
 V = Velocidad del vehículo que adelanta (*Km/h*).
 m = Diferencia de velocidades entre el vehículo que adelanta y el que es adelantado, igual a *15 Km/h* en todos los casos.

La distancia D_2 recorrida por el vehículo adelantante durante el tiempo desde que invade el carril del sentido contrario hasta que regresa a su carril, se calcula con la siguiente ecuación:

$$D_2 = 0.287Vt_2 \quad (4-35)$$

Donde:

- t_2 = Tiempo empleado por el vehículo adelantante desde que invade el carril del sentido contrario hasta que regresa a su carril, (*segundos*).
 Este tiempo varía entre *9.3* y *10.4 segundos*.
 V = Velocidad del vehículo que adelanta (*Km/h*).

La distancia de seguridad D_3 , entre el vehículo adelantante y el vehículo que viene en la dirección opuesta, recorrida durante el tiempo de despeje, se encontró en estos estudios que varía entre *30* y *90* metros.

La distancia D_4 , recorrida por el vehículo que viene en sentido opuesto, suponiendo que circula a la misma velocidad del vehículo adelantante, es igual a la distancia recorrida por el vehículo adelante desde el momento en que invade el carril del sentido opuesto hasta que regresa a su carril. Esto es:

$$D_4 = \frac{2}{3}D_2 \quad (4-36)$$

En la Tabla 4.10 se presentan los valores mínimos recomendados para la *distancia de visibilidad de adelantamiento* D_a , calculados con los criterios anteriores para carreteras de dos carriles dos sentidos, donde se asume que la velocidad del vehículo adelantado es la velocidad del volumen de tránsito cercano a capacidad, menor en *15 Km/h* a la velocidad del vehículo que adelanta.

Tabla 4.9 Elementos que conforman la distancia de visibilidad de adelantamiento en carreteras de dos carriles dos sentidos

COMPONENTE DE LA MANIOBRA DE ADELANTAMIENTO	RANGO DE LA VELOCIDAD ESPECÍFICA DEL ELEMENTO EN EL QUE SE EFECTÚA LA MANIOBRA, V_e (Km/h)			
	50-65	66-80	81-95	96-110
	VELOCIDAD DEL VEHÍCULO QUE ADELANTA, V (Km/h)			
	56.2	70.0	84.5	99.8
Maniobra inicial:				
a = Aceleración promedio (Km/h/s)	2.25	2.30	2.37	2.41
t_1 = Tiempo (s)	3.6	4.0	4.3	4.5
D_1 = Distancia recorrida (m)	45	66	89	113
Ocupación del carril contrario:				
t_2 = Tiempo (s)	9.3	10.0	10.7	11.3
D_2 = Distancia recorrida (m)	145	195	251	314
Distancia de seguridad:				
D_3 = Distancia recorrida (m)	30	55	75	90
Vehículo en sentido opuesto:				
D_4 = Distancia recorrida (m)	97	130	168	209
Distancia total:				
$D_a = D_1 + D_2 + D_3 + D_4$	317	446	583	726

Fuente: AASHTO. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. Washington D.C. 2004.

Tabla 4.10 Mínimas distancias de visibilidad de adelantamiento en carreteras de dos carriles dos sentidos

VELOCIDAD ESPECÍFICA DEL ELEMENTO EN EL QUE SE EFECTÚA LA MANIOBRA, V_e (Km/h)	VELOCIDAD DEL VEHÍCULO ADELANTADO (Km/h)	VELOCIDAD DEL VEHÍCULO QUE ADELANTA, V (Km/h)	MÍNIMA DISTANCIA DE VISIBILIDAD DE ADELANTAMIENTO D_a (m)	
			CALCULADA	REDONDEADA
30	29	44	200	200
40	36	51	266	270
50	44	59	341	345
60	51	66	407	410
70	59	74	482	485
80	65	80	538	540
90	73	88	613	615
100	79	94	670	670
110	85	100	727	730
120	90	105	774	775
130	94	109	812	815

Fuente: AASHTO. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. Washington D.C. 2004.

En carreteras de dos carriles y dos sentidos de circulación, se debe procurar obtener la máxima longitud posible en que la distancia de visibilidad de adelantamiento sea mayor a la mínima dada por las tablas anteriores. Por esto, como norma de diseño, se deben proyectar en tramos de 5 kilómetros, varios subtramos de distancia mayor a la mínima especificada. En la Tabla 4.11, se presenta como guía, la frecuencia con la que se deben presentar oportunidades de adelantar o el porcentaje mínimo habilitado para adelantamiento en el tramo, de acuerdo a la velocidad de diseño del tramo homogéneo^[10].

Tabla 4.11 Oportunidades de adelantar por tramos de 5 kilómetros

VELOCIDAD DE DISEÑO DEL TRAMO HOMOGÉNEO V_{TR} (Km/h)	20-60	60-80	80-100
PORCENTAJE MÍNIMO DE LA LONGITUD CON DISTANCIA DE VISIBILIDAD DE ADELANTAMIENTO (%)	20%	30%	40%

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

4.4.4 Distancia de visibilidad de encuentro^[7]

En carreteras terciarias de una calzada y sin diferenciación de carriles, la *distancia de visibilidad de encuentro* D_e es la longitud mínima disponible de carretera, visible para los conductores que circulan en sentidos opuestos, obligados a llevar a cabo maniobras para esquivarse.

Se ha establecido, que esta longitud debe ser lo suficientemente larga, para permitirle a los vehículos que viajan a la velocidad de diseño en sentidos contrarios, esquivarse y cruzarse con seguridad a una velocidad de 10 Km/h.

Esta distancia se debe determinar con base a un tiempo de percepción-reacción de un (1) segundo y una deceleración similar a la de frenado hasta esquivarse y cruzarse a una velocidad de 10 Km/h, mediante la siguiente relación:

$$D_e = 2(0.278 V_d) + \left[\frac{V_d^2 - 100}{254(f_i + p)} \right] + \left[\frac{V_d^2 - 100}{254(f_i - p)} \right] \quad (4-37)$$

4.4.5 Evaluación de la visibilidad de un proyecto en planos^[1,11]

La distancia de visibilidad es un elemento que debe tenerse en cuenta desde el principio del proyecto, dada la importancia que tiene tanto en la seguridad como en la capacidad de la futura carretera.

Las distancias de visibilidad, tanto de parada como de adelantamiento, se pueden medir directamente utilizando aplicaciones informáticas o específicas, anotándolas a intervalos frecuentes, usualmente cada 20 ó 25 metros, sobre los planos planta-perfil. De esta manera, el diseñador podrá apreciar de conjunto todo el trazado y realizar un proyecto más equilibrado.

En carreteras de dos carriles con dos sentidos de circulación, deben medirse las distancias de visibilidad de parada y adelantamiento. En carreteras de dos calzadas separadas es suficiente el análisis de visibilidad de parada.

Para la medición de las distancias de visibilidad, para vehículos livianos, se deben considerar las siguientes alturas:

1. Altura de los ojos del conductor, medida sobre la superficie del pavimento: 1.08 metros. Este valor se basa en que se ha encontrado que las alturas promedio de los vehículos ha disminuido hasta los 1.30 metros.
2. Altura del obstáculo que debe ver el conductor y que lo obliga a parar: 0.60 metros. Se considera que esta altura es la representativa de un objeto que implica riesgo a los conductores, que puede ser reconocido por ellos con tiempo, y que les permite parar antes de llegar a él.

3. Altura del objeto en la maniobra de adelantamiento, que cubre la altura de la mayoría de los autos: 1.35 metros.

Para camiones grandes, el valor recomendado como altura de los ojos del conductor es de 2.30 metros sobre la superficie del pavimento.

❶ EVALUACIÓN Y PRESENTACIÓN DE LA VISIBILIDAD EN PLANTA

Como la visibilidad en planta está limitada por la presencia de obstrucciones laterales, tales como puentes, edificaciones, vallas, cercas, vegetación alta, etc., es necesario que éstas aparezcan dibujadas en los planos para realizar la evaluación.

Cuando la obstrucción se debe a los taludes de las secciones en corte, se deben dibujar en la planta las líneas o trazas del talud a 0.84 metros (promedio entre 1.08 y 0.60 metros) sobre la calzada para *distancia de visibilidad de parada*, y a 1.22 metros (promedio entre 1.08 y 1.35 metros) para *distancia de visibilidad de adelantamiento*.

Para ilustrar como se realiza la medición de las distancias de visibilidad de parada y adelantamiento en planta, a manera de ejemplo, en la parte superior de la Figura 4.34, se observa que el vehículo que pasa por la sección de abscisa $K4+000$ y que circula hacia la derecha, en cada caso (traza del talud a 0.84 y 1.22 metros sobre la calzada), dispondrá en planta de aproximadamente 200 metros como distancia de *visibilidad de parada* y de 260 metros como distancia de *visibilidad de adelantamiento*.

Si las anteriores distancias son mayores que las distancias mínimas de parada y adelantamiento calculadas con las expresiones dadas por las ecuaciones (4.30) y (4.33) anteriores, se dice entonces que en planta el tramo a partir de la abscisa $K4+000$ tiene suficiente distancia de visibilidad como para que el conductor de un vehículo pueda realizar una *parada* con seguridad o una maniobra de *adelantamiento*. De lo contrario, por ejemplo, si ésta última no se cumple, deberá prohibirse el adelantamiento.

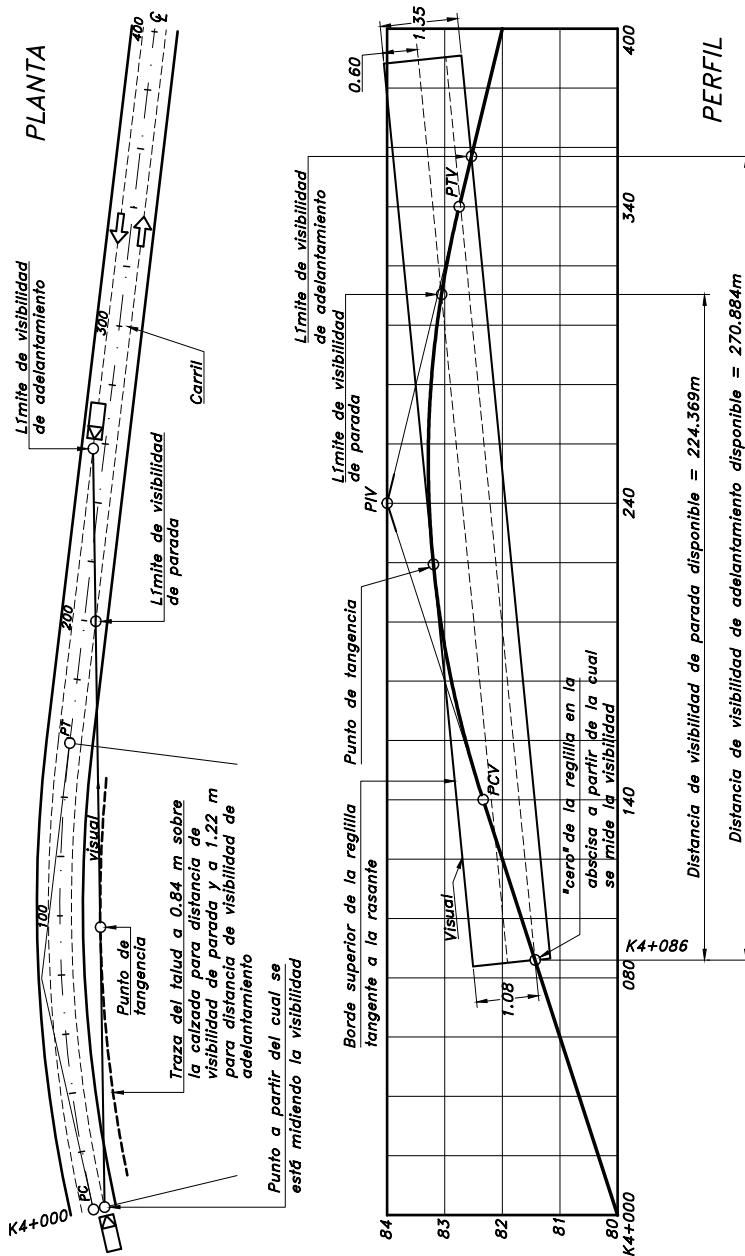


Figura 4.34 Evaluación y medición de las distancias de visibilidad en carreteras^[1,5]

2 EVALUACIÓN Y PRESENTACIÓN DE LA VISIBILIDAD EN PERFIL

Se recomienda el empleo de una reglilla transparente o de plástico, de bordes paralelos separados 1.35 metros a la escala vertical del perfil, con dos líneas paralelas situadas a 0.60 y 1.08 metros del borde superior.

La parte inferior de la Figura 4.34, ilustra la forma como se debe realizar el chequeo de las distancias de visibilidad en perfil para un vehículo ubicado en la sección de abscisa $K4+086$. En la rasante en esta abscisa se coloca el “cero” de la reglilla, la cual se gira hasta que su borde superior sea tangente al perfil del proyecto. En estas condiciones, la distancia desde la estación inicial ($K4+086$) hasta el punto del perfil interceptado por la paralela a 0.60 metros indicará la distancia de *visibilidad de parada* disponible en el perfil, 224.369 metros en este caso. De igual manera, la distancia desde la estación inicial ($K4+086$) hasta el punto del perfil interceptado por la paralela a 1.35 metros indicará la distancia de *visibilidad de adelantamiento* disponible, 270.884 metros en este caso.

De nuevo, si las anteriores distancias son mayores que las distancias mínimas de parada y adelantamiento calculadas con las expresiones dadas por las ecuaciones (4.28) o (4.30) y (4.33), se dice entonces que en el perfil el tramo a partir de la abscisa $K4+086$ tiene suficiente distancia de visibilidad como para que el conductor de un vehículo pueda realizar una *parada* con seguridad o una maniobra de *adelantamiento*. De lo contrario, por ejemplo, si ésta última no se cumple, deberá prohibirse el adelantamiento.

Finalmente puede decirse, que con las distancias de visibilidad de parada y adelantamiento así medidas tanto en planta como en perfil, en carreteras de dos carriles con dos sentidos de circulación, se podrá determinar las zonas en donde se debe prohibir la maniobra de adelantamiento y en donde se debe limitar la velocidad mediante una adecuada señalización. Esto a su vez, determinará el porcentaje de longitud de carretera habilitada para efectuar maniobras de adelantamiento, útil en el cálculo de la capacidad de la carretera.

4.5 CRITERIOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LAS LONGITUDES DE CURVAS VERTICALES

4.5.1 Longitud mínima de las curvas verticales con visibilidad de parada

Las longitudes mínimas de las curvas verticales, convexas y cóncavas, además de ser suficientes para producir la variación gradual de la pendiente desde su tangente de entrada hasta su tangente de salida sin que se generen cambios bruscos en la curvatura, deberán satisfacer los requisitos de *visibilidad de parada*. Este requisito es conocido como el *criterio de seguridad*. Generalmente, las longitudes mínimas de las curvas que satisfacen la seguridad, también cumplen confortabilidad y apariencia.

1 CURVAS VERTICALES CONVEXAS

Se presentan dos casos, según que la distancia de visibilidad de parada D_p sea mayor o menor que la longitud de la curva L_v .

Caso 1: $D_p > L_v$

Aquí el conductor y el obstáculo están fuera de la curva. La Figura 4.35 muestra este caso, para el cual H representa la altura del ojo del conductor sobre el pavimento y h la altura del obstáculo.

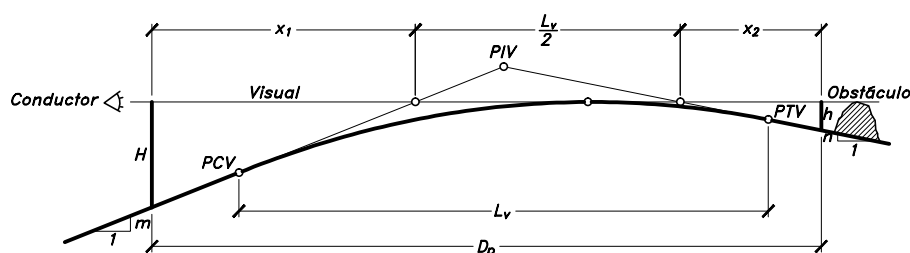


Figura 4.35 Curva vertical convexa con visibilidad de parada. Caso 1: $D_p > L_v$

De esta figura, se deduce que:

$$\begin{aligned}
 D_p &= \frac{L_v}{2} + x_1 + x_2, \text{ donde,} \\
 x_1 &= \frac{H}{m}, x_2 = \frac{h}{n}, \text{ pero,} \\
 i &= m - (-n) = m + n \\
 n &= i - m, \text{ esto es,} \\
 D_p &= \frac{L_v}{2} + \frac{H}{m} + \frac{h}{n} \\
 D_p &= \frac{L_v}{2} + \frac{H}{m} + \frac{h}{i-m} = \frac{L_v}{2} + Hm^{-1} + h(i-m)^{-1}
 \end{aligned} \tag{4-38}$$

Para D_p mínima, la visual debe ser tangente al vértice de la curva, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dm}(D_p) &= 0 = -Hm^{-2} - h(i-m)^{-2}(-1) = -\frac{H}{m^2} + \frac{h}{(i-m)^2} = -\frac{H}{m^2} + \frac{h}{n^2} \\
 \frac{H}{m^2} &= \frac{h}{n^2}, \text{ de donde,} \\
 m &= n\sqrt{\frac{H}{h}}, n = m\sqrt{\frac{h}{H}}, \text{ ahora,} \\
 i &= m + n = m + m\sqrt{\frac{h}{H}} = m\left(1 + \sqrt{\frac{h}{H}}\right), \text{ esto es,} \\
 m &= \frac{i}{1 + \sqrt{\frac{h}{H}}}, \text{ igualmente,} \\
 n &= \frac{i}{1 + \sqrt{\frac{H}{h}}}
 \end{aligned}$$

Reemplazando en la ecuación (4-38), queda:

$$D_p = \frac{L_v}{2} + \frac{H}{\frac{i}{1 + \sqrt{\frac{h}{H}}}} + \frac{h}{\frac{i}{1 + \sqrt{\frac{H}{h}}}}$$

$$D_p = \frac{L_v}{2} + \frac{H \left(1 + \sqrt{\frac{h}{H}} \right) + h \left(1 + \sqrt{\frac{H}{h}} \right)}{i}$$

$$D_p = \frac{L_v}{2} + \frac{H + \sqrt{Hh} + h + \sqrt{Hh}}{i} = \frac{L_v}{2} + \frac{H + 2\sqrt{Hh} + h}{i}$$

$$D_p = \frac{L_v}{2} + \frac{(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}{i}, \text{ de donde,}$$

$$L_v = 2D_p - \frac{2(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}{i} \quad (4-39)$$

Como se estableció anteriormente, para la distancia de visibilidad de parada se tienen las siguientes alturas: $H=1.08m$ y $h=0.60m$. Por lo tanto, expresando a i en %, la longitud mínima L_v de la curva vertical es aproximadamente igual a:

$$L_v = 2D_p - \frac{200(\sqrt{1.08} + \sqrt{0.60})^2}{i}$$

$$L_v = 2D_p - \frac{658}{i} \quad (4-40)$$

Caso 2: $D_p < L_v$

Aquí el conductor y el obstáculo están dentro de la curva, tal como se ilustra en la Figura 4.36.

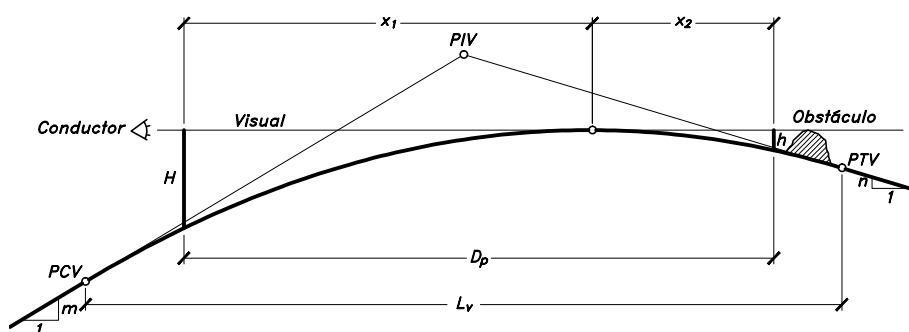


Figura 4.36 Curva vertical convexa con visibilidad de parada. Caso 2: $D_p < L_v$

Se observa que:

$$D_p = x_1 + x_2$$

Pero, la ecuación general de la corrección de pendiente y es:

$$y = \left(\frac{i}{2L_v} \right) x^2 = Kx^2$$

Donde K es la constante geométrica que define la parábola, que es igual a:

$$K = \frac{y}{x^2} = \frac{H}{x_1^2} = \frac{h}{x_2^2} \quad , \text{ de donde,}$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{H}{K}} \quad , \quad x_2 = \sqrt{\frac{h}{K}} \quad , \text{ esto es,}$$

$$D_p = \sqrt{\frac{H}{K}} + \sqrt{\frac{h}{K}}$$

$$D_p^2 = \frac{H}{K} + \frac{2}{K} \sqrt{Hh} + \frac{h}{K} = \frac{(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}{K} = \frac{(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}{\frac{i}{2L_v}} = \frac{2L_v (\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}{i}$$

De la misma manera que el caso anterior, reemplazando a: $H=1.08m$ y $h=0.60m$, y expresando a i en %, la longitud mínima L_v de la curva vertical es:

$$L_v = \frac{D_p^2 i}{658} \quad (4-41)$$

Anteriormente, según la ecuación (4-13), se estableció que la longitud de la curva vertical L_v en función del coeficiente angular k_v es:

$$L_v = k_v i$$

Por lo tanto, al igualar las dos expresiones anteriores, se obtiene:

$$L_v = \frac{D_p^2 i}{658} = k_v i \quad , \text{ de donde,}$$

$$k_v = \frac{D_p^2}{658} \quad (4-42)$$

2 CURVAS VERTICALES CÓNCAVAS

En términos generales, las curvas verticales cóncavas, por su forma, son de visibilidad completa durante el día, más no así durante la noche. En este sentido, la longitud de carretera iluminada hacia adelante por la luz de los faros delanteros del vehículo deberá ser al menos igual a la distancia de *visibilidad de parada*. Esta longitud llamada *visibilidad nocturna*, depende de la altura de las luces delanteras sobre el pavimento, asumida como 0.60 metros, y del ángulo de divergencia del rayo de luz hacia arriba o respecto al eje longitudinal del vehículo, supuesto en 1° .

Caso 1: $D_p > L_v$

La Figura 4.37 muestra este caso, para el cual h representa la altura de las luces delanteras del vehículo sobre el pavimento y α el ángulo de divergencia del rayo superior de luz.

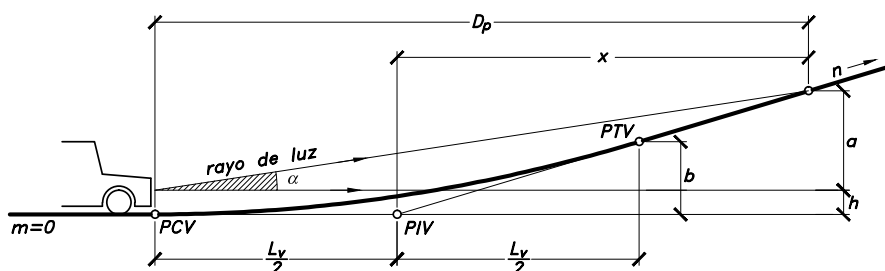


Figura 4.37 Curva vertical cóncava con visibilidad de parada. Caso 1: $D_p > L_v$

En esta figura, se observa que:

$$D_p = \frac{L_v}{2} + x \quad (4-43)$$

Por relación de triángulos semejantes:

$$\frac{x}{a+h} = \frac{\frac{L_v}{2}}{b}, \text{ donde,}$$

$$a = D_p \tan \alpha = D_p \tan 1^\circ = 0.0175 D_p$$

$$b = n \left(\frac{L_v}{2} \right), \text{ entonces,}$$

$$\frac{x}{0.0175 D_p + 0.60} = \frac{\frac{L_v}{2}}{n \left(\frac{L_v}{2} \right)} = \frac{1}{n}$$

Despejando x :

$$x = \frac{0.0175 D_p + 0.60}{n}, \text{ pero,}$$

$$i = m - n = 0 - n = -n$$

Reemplazando el valor absoluto de n por i , queda:

$$x = \frac{0.0175 D_p + 0.60}{i}$$

Regresando a la ecuación (4-43), se tiene:

$$D_p = \frac{L_v}{2} + \frac{0.0175 D_p + 0.60}{i}$$

Por lo tanto, expresando a i en %, la longitud mínima L_v de la curva vertical es:

$$L_v = 2D_p - \frac{120 + 3.5 D_p}{i} \quad (4-44)$$

Caso 2: $D_p < L_v$

En este caso, ilustrado en la Figura 4.38, se observa también que:

$$D_p = \frac{L_v}{2} + x$$

$$\frac{x}{a+h} = \frac{\frac{L_v}{2}}{b} = \frac{\frac{L_v}{2}}{n \left(\frac{L_v}{2} \right)} = \frac{1}{n} = \frac{1}{i}$$

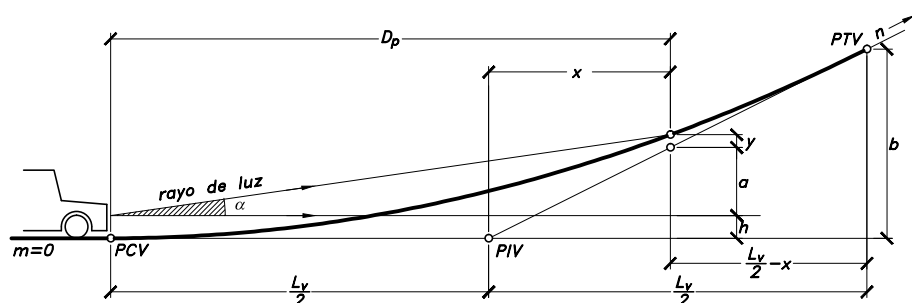


Figura 4.38 Curva vertical cóncava con visibilidad de parada. Caso 2: $D_p < L_v$

$$a = xi - h$$

$$\tan \alpha = \frac{a + y}{\frac{L_v}{2} + x} = \frac{xi - h + y}{D_p} = \tan 1^\circ = 0.0175$$

$$xi - h + y = 0.0175 D_p$$

$$y = \frac{i}{2L_v} \left(\frac{L_v}{2} - x \right)^2$$

$$\frac{L_v}{2} - x = L_v - D_p$$

$$xi - h + \frac{i}{2L_v} (L_v - D_p)^2 = 0.0175 D_p \quad , \text{ pero } x = D_p - \frac{L_v}{2} \quad , \text{ entonces,}$$

$$\left(D_p - \frac{L_v}{2} \right) i - h + \frac{i}{2L_v} (L_v^2 - 2L_v D_p + D_p^2) = 0.0175 D_p$$

$$D_p i - \frac{L_v i}{2} - h + \frac{L_v i}{2} - D_p i + \frac{D_p^2 i}{2L_v} = 0.0175 D_p$$

$$\frac{D_p^2 i}{2L_v} - h = 0.0175 D_p$$

$$\frac{D_p^2 i}{L_v} - 2h = 0.035 D_p$$

Expresando a i en % y reemplazando a $h=0.60m$, se obtiene que la longitud mínima L_v de la curva vertical es:

$$L_v = \frac{D_p^2 i}{120 + 3.5 D_p} \tag{4-45}$$

De la expresión anterior, se observa que el coeficiente angular k_v es:

$$k_v = \frac{D_p^2}{120 + 3.5 D_p} \tag{4-46}$$

En la Tabla 4.12, aparecen los valores mínimos recomendados de k_v , para las sucesivas velocidades específicas de las curvas verticales V_{CV} y sus correspondientes distancias mínimas de visibilidad de parada D_p , tanto para curvas verticales convexas como para cóncavas.

Tabla 4.12 Valores mínimos de k_v para curvas verticales convexas y cóncavas con visibilidad de parada (criterio de seguridad)

VELOCIDAD ESPECÍFICA CURVA VERTICAL V_{CV} (Km/h)	VISIBILIDAD DE PARADA D_p (m) (1)	COEFICIENTE ANGULAR k_v	
		CURVAS VERTICALES CONVEXAS (2)	CURVAS VERTICALES CÓNCAVAS (3)
20	20	1	3
30	35	2	6
40	50	4	9
50	65	7	13
60	85	11	18
70	105	17	23
80	130	26	30
90	160	39	38
100	185	52	45
110	220	74	55
120	250	95	63
130	285	124	73

(1): Obtenida en la Tabla 4.7.

(2): Calculado con la ecuación (4-42) y redondeado.

(3): Calculado con la ecuación (4-46) y redondeado.

4.5.2 Longitud mínima de las curvas verticales con visibilidad de adelantamiento

En aquellos casos en que sea económicamente posible, se pueden adoptar longitudes de curvas verticales amplias, incluso hasta obtener distancias de visibilidad de adelantamiento D_a .

❶ CURVAS VERTICALES CONVEXAS

Caso 1: $D_a > L_v$

Reemplazando en la ecuación (4-39) a D_p por D_a , se tiene:

$$L_v = 2D_a - \frac{2(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}{i}$$

Para la distancia mínima de visibilidad de adelantamiento D_a se tienen las siguientes alturas: $H=1.08m$ y $h=1.35m$. Por lo tanto, expresando a i en %, la longitud mínima L_v de la curva vertical es aproximadamente igual a:

$$L_v = 2D_a - \frac{200(\sqrt{1.08} + \sqrt{1.35})^2}{i}$$

$$L_v = 2D_a - \frac{969}{i} \quad (4-47)$$

Caso 2: $D_a < L_v$

Análogamente, según lo establecido anteriormente, también se puede llegar a la siguiente expresión:

$$D_a^2 = \frac{2L_v(\sqrt{H} + \sqrt{h})^2}{i}$$

De nuevo, como en el caso anterior, reemplazando a: $H=1.08m$ y $h=1.35m$, y expresando a i en %, la longitud mínima L_v de la curva vertical es aproximadamente igual a:

$$L_v = \frac{D_a^2 i}{969} \quad (4-48)$$

A pesar de que estas longitudes mínimas para las curvas verticales convexas se puedan calcular para los dos casos anteriores, y debido a las grandes longitudes requeridas, es difícil proveer durante la gran parte del diseño las curvas convexas con distancia de visibilidad de adelantamiento.

2 CURVAS VERTICALES CÓNCAVAS

Para la distancia de visibilidad nocturna de adelantamiento, no es indispensable calcular la longitud mínima de la curva vertical cóncava, porque se pueden ver las luces del vehículo que viene en sentido contrario.

4.5.3 Longitud mínima de las curvas verticales con comodidad en la marcha

El efecto de incomodidad producido por los cambios de pendiente, es mayor en las curvas verticales cóncavas que en las convexas, ya que las fuerzas componentes de la gravedad y el peso actúan en el mismo sentido, generando una mayor fuerza centrífuga vertical. En las curvas convexas las dos fuerzas componentes son opuestas, lo que hace que se compensen, produciendo un menor efecto centrífugo, que las convierte en menos incómodas.

El confort debido a este efecto depende, entre otros factores, de la suspensión del vehículo, la presión en las llantas y la carga transportada. Investigaciones al respecto^[1], indican que no se presenta incomodidad mientras la aceleración centrífuga vertical no exceda el valor de 0.305 m/seg^2 .

Asimilando la parábola a un arco de circunferencia de radio R , a la velocidad específica de la curva vertical V_{CV} , la aceleración centrífuga vertical a_c es:

$$a_c = \frac{V_{CV}^2}{R} \leq 0.305 \text{ m/seg}^2, \text{ de donde,}$$

$$R \geq \frac{V_{CV}^2}{0.305}$$

Pero, para el arco de circunferencia, su longitud L_s es:

$$L_s = R \Delta, \text{ donde, } \Delta = i, \text{ esto es,}$$

$$L_v = R i, R = \frac{L_v}{i} \geq \frac{V_{CV}^2}{0.305}$$

Por lo tanto despejando L_v , se tiene:

$$L_v \geq \frac{V_{CV}^2 i}{0.305} = \frac{V_{CV}^2 \left(\frac{Km^2}{hr^2} \right) i}{0.305 \left(\frac{m}{seg^2} \right)} \left(\frac{1000^2 m^2}{1 Km^2} \right) \left(\frac{1 hr^2}{3600^2 seg^2} \right) = \frac{V_{CV}^2 i}{3.953}$$

Expresando a i en %, la longitud mínima L_v de la curva vertical cóncava, con *criterio de comodidad o confort*, es igual a:

$$L_v = \frac{V_{CV}^2 i}{395} \quad (4-49)$$

4.5.4 Longitud mínima de las curvas verticales con apariencia

Las curvas verticales cóncavas, por ser de completa visibilidad diurna, deben presentar al conductor una buena apariencia o estética. Experimentalmente^[1] se ha encontrado que la longitud mínima L_v de estas curvas, con *criterio de apariencia o estética*, expresando a i en %, es:

$$L_v = 30 i \quad (4-50)$$

Como puede observarse en la expresión anterior el valor de k_v es de 30. Comparado con los valores de k_v del criterio de seguridad para curvas verticales cóncavas, según la Tabla 4.12 anterior, estas curvas corresponden a velocidades específicas V_{CV} superiores a 80 Km/hr. Quiere esto decir, que para carreteras de alta jerarquía, es necesario disponer de longitudes amplias en las curvas para así garantizar una buena apariencia o estética.

4.5.5 Longitud máxima de las curvas verticales con control por drenaje

Las curvas verticales, con pendientes de entrada y salida de signo contrario, tanto convexas como cóncavas, que sean muy amplias, presentan en su parte alta o baja, tramos casi a nivel que podrían ocasionar dificultad en el drenaje de las aguas lluvias. Se ha

encontrado, que no se tendrán problemas de drenaje, si al menos en una distancia de 15 metros desde el vértice de la curva se alcanza una pendiente del 0.3%. Esto arroja un k_v de:

$$k_v = \frac{15m}{0.3\%} = 50$$

Por lo tanto, expresando a i en %, la longitud máxima L_v de las curvas verticales convexas y cóncavas, que satisfacen el *criterio de drenaje*, es:

$$L_v = 50 i \quad (4-51)$$

Ahora, partiendo del principio de que el criterio más importante es de seguridad, el cual prevalecerá sobre el de drenaje, según los valores de k_v de la Tabla 4.12 anterior, las curvas verticales con valores superiores a $k_v=50$ requerirán de una atención especial para proporcionar condiciones adecuadas de drenaje cerca de su vértice, mediante un conveniente bombeo y con pendientes longitudinales del fondo de las cunetas mayores a la pendiente de la rasante.

4.5.6 Longitud mínimo de las curvas verticales

Para valores pequeños de i , en las curvas verticales convexas y cóncavas, para los casos donde $D_p > L_v$, la longitud de la curva puede llegar a ser negativa, significando esto que no se necesitaría curva.

Sin embargo, de orden práctico, para evitar al usuario la impresión de un cambio súbito de pendiente, se exige una cierta longitud mínima de curva vertical L_v según la velocidad específica de la curva vertical V_{CV} expresada en Km/h, de acuerdo con la siguiente expresión, denominado *criterio de operación*:

$$L_v = 0.6 V_{CV} \quad (4-52)$$

Por otro lado, en el diseño de vías urbanas, algunos ingenieros, para valores de i menores al 1%, no proyectan curva vertical. Pero, las modificaciones de campo durante la construcción finalmente producen una curva vertical equivalente, aún así sea corta.

EJEMPLO 4.15: Longitud de una curva vertical convexa con base en criterios**Datos:**

Para el diseño de una curva vertical, en una carretera de dos carriles, se dispone de la siguiente información:

Velocidad específica curva vertical = 80 Km/h

Pendiente de la tangente de entrada = +2%

Pendiente de la tangente de salida = -4%

Calcular:

La longitud requerida para la curva vertical teniendo en cuenta los criterios expuestos.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.39, se trata de una curva vertical convexa, cuya longitud L_v requerida según los criterios es:

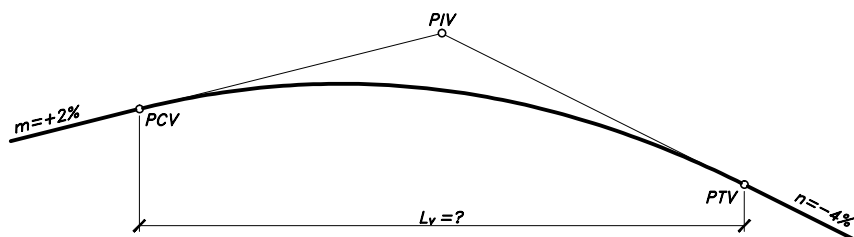


Figura 4.39 Longitud de una curva vertical convexa con base en los criterios

Criterio de seguridad:

Inicialmente, es necesario calcular la distancia de parada D_p , de acuerdo con la ecuación (4-28):

$$D_p = 0.694 V_e + \frac{V_e^2}{254(f_i \pm p)} = 0.694 V_{CV} + \frac{V_{CV}^2}{254(f_i \pm p)}$$

Donde la velocidad específica de la curva vertical es V_{CV} es de 80 Km/h y el coeficiente de fricción longitudinal f_l , según la Tabla 4.6, de 0.320 . La pendiente de la rasante a lo largo de la curva vertical varía desde el $+2\%$ al entrar a la curva hasta el -4% al salir de la curva. En el peor de los casos y bajo un criterio conservador se adopta el valor de -4% para la pendiente p . Por lo tanto:

$$D_p = 0.694(80) + \frac{80^2}{254(0.320 - 0.04)} = 145.509m$$

El valor de i es:

$$i = m - n = +2\% - (-4\%) = +6\%$$

Suponiendo el Caso 1, cuando $D_p > L_v$, la longitud mínima L_v de la curva, según la ecuación (4-40), es:

$$L_v = 2D_p - \frac{658}{i} = 2(145.509) - \frac{658}{6} = 181.351m$$

Como $D_p = 145.509m < 181.351m = L_v$, el supuesto no es válido. Entonces, para el Caso 2, cuando $D_p < L_v$, la longitud mínima L_v de la curva, según la ecuación (4-41), es:

$$L_v = \frac{D_p^2 i}{658} = \frac{(145.509)^2 6}{658} = 193.066m$$

Obsérvese que ahora sí se cumple la condición de que $D_p < L_v$.

Criterio de comodidad:

Para curvas verticales convexas, este criterio no tiene aplicación.

Criterio de apariencia:

Este criterio, para curvas verticales convexas, tampoco tiene aplicación.

Criterio de drenaje:

La longitud máxima L_v de la curva, según la ecuación (4-51), es:

$$L_v = 50 i = 50(6) = 300m$$

Criterio de operación:

La longitud mínima L_v de la curva, según la ecuación (4-52), es:

$$L_v = 0.6 V_{CV} = 0.6(80) = 48m$$

Los cálculos anteriores arrojan los siguientes resultados: para el criterio de seguridad una longitud mínima de la curva vertical de 193.066 metros, para el criterio de control por drenaje una longitud máxima de la curva vertical de 300 metros, y para el criterio de operación una longitud mínima de la curva vertical de 48 metros. En este sentido, cualquier valor entre 193.066 y 300 metros cumplirá con los tres criterios.

Por razones prácticas de facilidad de cálculo y localización, se recomienda diseñar curvas verticales con longitudes múltiplo de 10 metros, hasta donde sea posible. Por lo tanto, las longitudes de diseño de la curva vertical para este caso, puede estar entre 200 y 300 metros en múltiplos de 10 metros.

EJEMPLO 4.16: Longitud de una curva vertical convexa con base en criterios para pendientes pequeñas
Datos:

Para el diseño de una curva vertical, en una carretera de dos carriles, se dispone de la siguiente información:

Velocidad específica curva vertical = 80 Km/h

Pendiente de la tangente de entrada = +0.6%

Pendiente de la tangente de salida = -0.5%

Calcular:

La longitud requerida para la curva vertical teniendo en cuenta los criterios expuestos.

Solución:

Criterio de seguridad:

La distancia de parada D_p , es:

$$D_p = 0.694(80) + \frac{80^2}{254(0.320 - 0.006)} = 135.765m$$

El valor de i es:

$$i = m - n = +0.6\% - (-0.5\%) = +1.1\%$$

Suponiendo el Caso 1, cuando $D_p > L_v$, la longitud mínima L_v de la curva, es:

$$L_v = 2D_p - \frac{658}{i} = 2(135.75) - \frac{658}{1.1} = -326.652m$$

Como $D_p = 135.765m > -326.652m = L_v$, el supuesto es válido. El valor negativo de L_v indica que por razones de seguridad no se necesita curva vertical.

Criterio de drenaje:

La longitud máxima L_v de la curva, es:

$$L_v = 50i = 50(1.1) = 55m$$

Criterio de operación:

La longitud minimum de la curva vertical L_v según la velocidad específica V_{CV} expresada en Km/h, es:

$$L_v = 0.6 V_{CV} = 0.6(80) = 48m$$

Por lo tanto, una longitud de diseño de la curva vertical para este caso puede ser 50 metros.

EJEMPLO 4.17: Longitud de una curva vertical cóncava con base en criterios**Datos:**

Para el diseño de una curva vertical, se dispone de la siguiente información:

Velocidad específica curva vertical = 80 Km/h

Pendiente de la tangente de entrada = -5%

Pendiente de la tangente de salida = +1%

Calcular:

La longitud requerida para la curva vertical teniendo en cuenta los criterios expuestos.

Solución:

De acuerdo con la Figura 4.40, se trata de una curva vertical cóncava, cuya longitud L_v requerida según los criterios es:

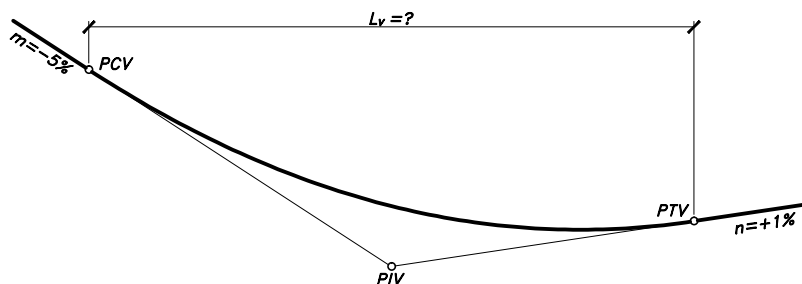


Figura 4.40 Longitud de una curva vertical cóncava con base en criterios

Criterio de seguridad:

La distancia de parada D_p , es:

$$D_p = 0.694(80) + \frac{80^2}{254(0.320 - 0.05)} = 148.842m$$

El valor de i es:

$$i = m - n = -5\% - (+1\%) = -6\%$$

Suponiendo el Caso 1, cuando $D_p > L_v$, la longitud mínima L_v de la curva, según la ecuación (4-44), es:

$$L_v = 2D_p - \frac{120 + 3.5 D_p}{i} = 2(148.842) - \frac{120 + 3.5(148.842)}{6} = 190.860m$$

Como $D_p = 148.842m < 190.860m = L_v$, el supuesto no es válido. Entonces, para el Caso 2, cuando $D_p < L_v$, la longitud mínima L_v de la curva, según la ecuación (4-45), es:

$$L_v = \frac{D_p^2 i}{120 + 3.5 D_p} = \frac{(148.842)^2 6}{120 + 3.5(148.842)} = 207.386m$$

Criterio de comodidad:

La longitud mínima L_v de la curva, según la ecuación (4-49), es:

$$L_v = \frac{V_{CV}^2 i}{395} = \frac{80^2 (6)}{395} = 97.215m$$

Criterio de apariencia:

La longitud mínima L_v de la curva, según la ecuación (4-50), es:

$$L_v = 30 i = 30(6) = 180m$$

Criterio de drenaje:

La longitud máxima L_v de la curva, es:

$$L_v = 50 i = 50(6) = 300m$$

Los cálculos anteriores arrojan, para el criterio de seguridad una longitud mínima de la curva vertical de 207.386 metros, para el criterio de comodidad una longitud mínima de 97.215 metros, para el criterio de apariencia una longitud mínima de 180 metros y para el criterio de

control por drenaje una longitud máxima de 300 metros. Por lo tanto, la longitud de diseño de la curva vertical, que cumpla con todos los criterios, puede estar entre 210 metros y 300 metros.

4.6 PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 4.1

Datos:

Las longitudes de las curvas verticales simétricas para los cuatro *PIV* de la Figura 4.41 son en su orden 60m, 80m, 50m y 20m respectivamente.

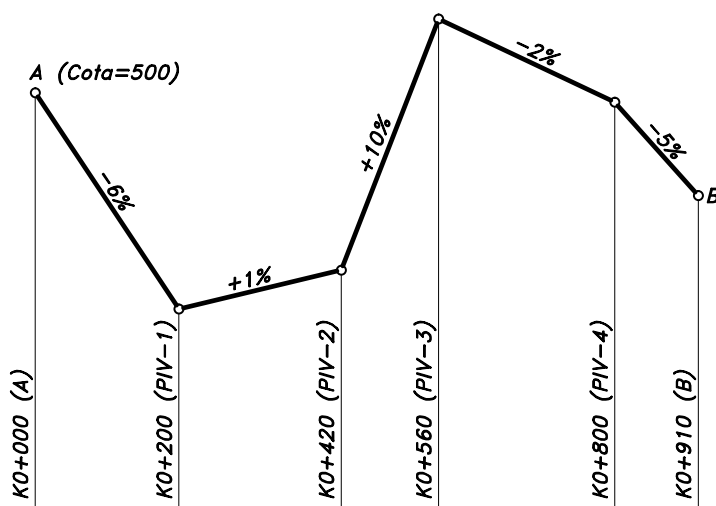


Figura 4.41 Problema 4.1

Calcular:

- Las cotas de rasante en las abscisas $K0+190$, $K0+440$, $K0+620$, $K0+800$ y $K0+910$. [Resp. : 488.833, 492.425, 503.000, 499.325 y 493.900].
- Las abscisas y cotas del punto más bajo y más alto de la rasante en el tramo AB.
[Resp. : Mínimo: $K0+221.429$ y 488.257; Máximo: $K0+576.667$ y 503.783].

PROBLEMA 4.2

Datos:

Las longitudes de las curvas verticales simétricas para los tres *PIV* de la Figura 4.42 son 40m, 80m y 60m respectivamente.

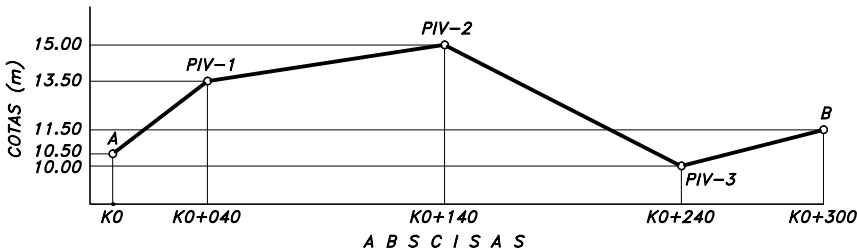


Figura 4.42 Problema 4.2

Calcular:

- a) Las cotas en la rasante sobre la vertical de la externa para las tres curvas. [Resp. : 13.200, 14.350 y 10.563].
- b) Las abscisas y cotas del punto máximo y mínimo.
[Resp. : Máximo: K0+118.462 y 14.538; Mínimo: K0+250.000 y 10.500].

PROBLEMA 4.3

Datos:

Los puntos *A* y *B* pertenecen a la tangente vertical de entrada y los puntos *C* y *D* a la tangente vertical de salida. Se desea insertar una curva vertical simétrica entre los puntos *B* y *D*.

Las abscisas y cotas en la tangente de los cuatro puntos son:

<u>Punto</u>	<u>Abscisa</u>	<u>Cota en la tangente (m)</u>
<i>A</i>	K2+994	502.320
<i>B</i>	K3+010	502.560
<i>C</i>	K3+112	503.320
<i>D</i>	K3+170	502.160

Calcular:

- La longitud de dicha curva. [Resp. : 160m].
- La abscisa de su *PIV*. [Resp. : K3+090].
- Las cotas de la rasante en las abscisas K3+052, K3+100 y K3+180. [Resp. : 502.997, 503.024 y 501.960].
- Tendrá esta curva problemas de drenaje?. [Resp. : No].

PROBLEMA 4.4

Datos:

Para una curva vertical simétrica se conoce:

Pendiente de la tangente vertical de entrada = -1%

Pendiente de la tangente vertical de salida = -8%

Cota del *PCV* = 522.840m

Calcular:

- La longitud de la curva, de tal manera que en un punto localizado a 15 metros después del *PIV*, la cota de la rasante esté 3 metros por debajo de la cota del *PCV*. [Resp. : 165.633m].
- La cota del *PTV*. [Resp. : 515.387].

PROBLEMA 4.5

Datos:

Para la Figura 4.43, se trata de dos curvas verticales simétricas, donde se conoce:

L_{v1} = 100m

L_{v2} = 120m

Cota del *PCV-1* = 500m

Calcular:

- La distancia horizontal entre el punto máximo y el punto mínimo de ambas curvas. [Resp. : 147.583m].
- La cota de la rasante en una sección ubicada 20 metros adelante del *PIV-2*. [Resp.: 496.467].

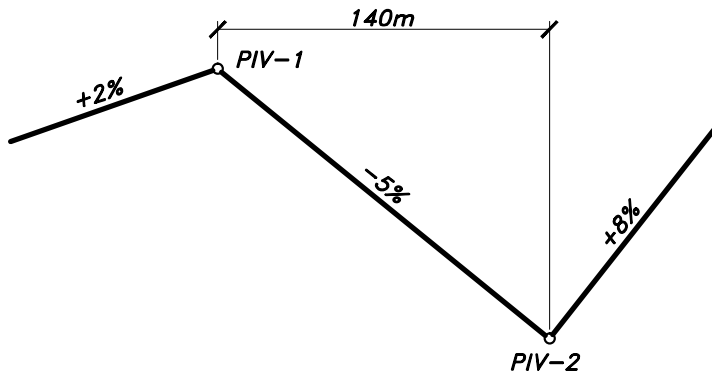


Figura 4.43 Problema 4.5

PROBLEMA 4.6**Datos:**

En una curva vertical cóncava simétrica de 120 metros de longitud, con pendiente de entrada del -4% , la diferencia de cotas entre las respectivas rasantes del PCV y un punto de abscisa $K3+890$ es de 0.825 metros. Se sabe además que la abscisa del PCV es el $K3+860$ y su cota 500m.

Calcular:

La cota en la rasante de la abscisa $K3+930$. [Resp. : 499.242].

PROBLEMA 4.7**Datos:**

En la Figura 4.44, el punto máximo de la curva vertical de la vía 1 debe caer en la abscisa $K0+180$, y con respecto al vía 2 debe estar 1.95 metros por debajo.

Calcular:

- La longitud de la curva vertical. [Resp. : 79.796m].
- La cota de la rasante en la abscisa $K0+250$. [Resp. : 499.797].

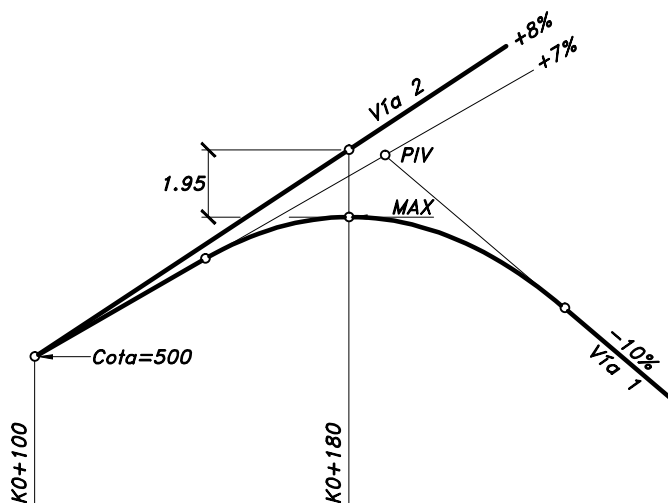


Figura 4.44 Problema 4.7

PROBLEMA 4.8**Datos:**

Para una curva vertical simétrica se conoce:

Pendiente de la tangente vertical de entrada = -6%

Pendiente de la tangente vertical de salida = -2%

Abscisa del PIV = $K5+995$

Cota del PIV = $572.800m$

Calcular:

La longitud de la curva vertical, de tal manera que en la abscisa $K6+010$, la cota sobre la rasante sea $573.400m$. [Resp. : $236.190m$].

PROBLEMA 4.9**Datos:**

De una curva vertical simétrica, se conoce:

Pendiente de la tangente vertical de entrada = $+4\%$

Pendiente de la tangente vertical de salida = -8%

$$\begin{aligned} \text{Abscisa del PCV} &= K4+990 \\ \text{Cota del PCV} &= 301.240m \end{aligned}$$

Calcular:

- La longitud de la curva vertical, tal que 40 metros después del PIV, la cota en la curva sea de 300.240 metros. [Resp. : 120m].
- La abscisa y la cota del punto más alto de la curva vertical. [Resp. : K5+030 y 302.040].

PROBLEMA 4.10

Datos:

Se tienen cuatro puntos *A*, *B*, *C* y *D*. El punto *B* es el PIV de una curva vertical simétrica de longitud 100 metros, y el punto *C* es el PIV de una curva vertical simétrica de parámetro $k_v = 9$.

Las abscisas y cotas en la tangente de los cuatro puntos son:

<u>Punto</u>	<u>Abscisa</u>	<u>Cota en la tangente (m)</u>
<i>A</i>	<i>K0+000</i>	<i>495.792</i>
<i>B</i>	<i>K0+100</i>	<i>494.606</i>
<i>C</i>	<i>K0+210</i>	<i>501.118</i>
<i>D</i>	<i>K0+310</i>	<i>498.750</i>

Calcular:

La diferencia de altura entre el punto más bajo y el punto más alto de las dos curvas. [Resp. : 5.387m].

PROBLEMA 4.11

Datos:

En la Figura 4.45, para los cuatro puntos dados se indican sus cotas y las distancias horizontales entre ellos. Se deben proyectar dos curvas verticales simétricas, la primera de longitud 120 metros y la segunda de longitud 140 metros.

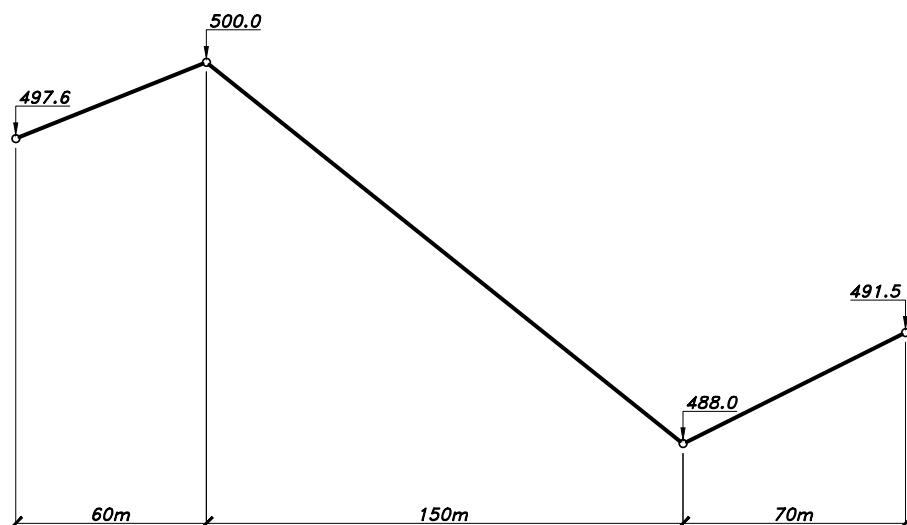


Figura 4.45 Problema 4.11

Calcular:

- La cota de la rasante en la abscisa $K2+880$. [Resp. : 498.400].
- La abscisa y cota de la rasante en el punto más bajo de la curva. [Resp. : $K3+066.154$ y 490.154].

PROBLEMA 4.12

Datos:

Entre dos curvas verticales simétricas no existe entretangencia, y además se conoce:

$$m_1 = -5\%$$

$$n_1 = m_2 = +3\%$$

$$n_2 = -8\%$$

$$L_{V1} = 2L_{V2}$$

Calcular:

Las longitudes de las curvas verticales si entre sus puntos más bajo y más alto existe una diferencia de altura de 4 metros.

[Resp. : 521.482m y 260.741m].

PROBLEMA 4.13**Datos:**

En la parte de arriba de la Figura 4.46, se presenta la vista en planta de un cruce a desnivel a 90° , y en la parte de abajo se ha dibujado un perfil longitudinal a lo largo del paso superior y que muestra transversalmente el paso inferior.

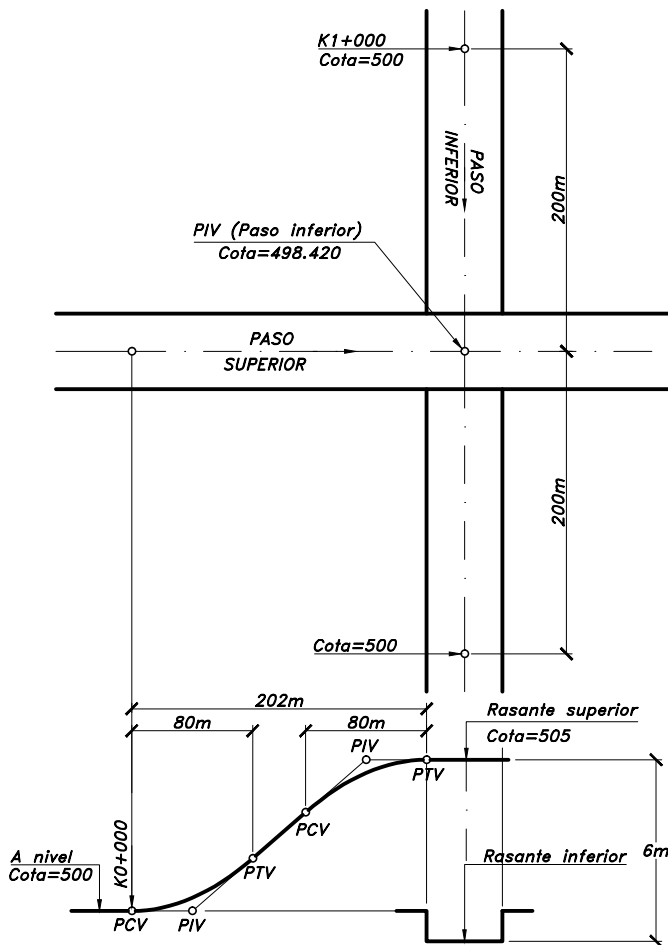


Figura 4.46 Problema 4.13

Calcular:

- La cota de la rasante en la abscisa $K0+140$ para el paso superior.
[Resp. : 504.015].
- La cota de la rasante en la abscisa $K1+220$ para el paso inferior.
[Resp. : 499.011].

PROBLEMA 4.14

Datos:

La Figura 4.47, muestra la vista en planta de una bifurcación, donde e_1 y e_2 son los peraltes respectivos por la Vía 1 y la Vía 2. El punto A es el principio de dos curvas verticales simétricas, una para cada vía, con iguales pendientes de entrada del +6% y de salida del +3%. La longitud de la curva vertical en la Vía 1 es de 60 metros.

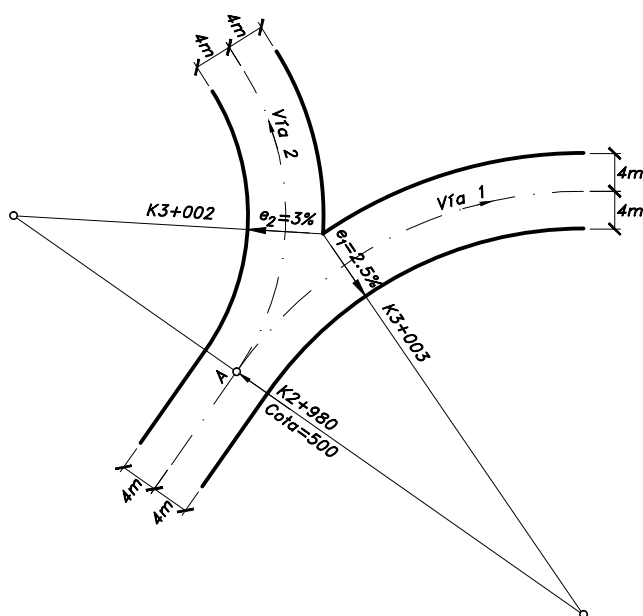


Figura 4.47 Problema 4.14

Calcular:

La cota de la rasante en la abscisa $K3+033$ sobre la Vía 2.
[Resp. : 502.646].

PROBLEMA 4.15**Datos:**

La Figura 4.48, muestra el perfil longitudinal de una vía que pasa por debajo de una estructura superior.

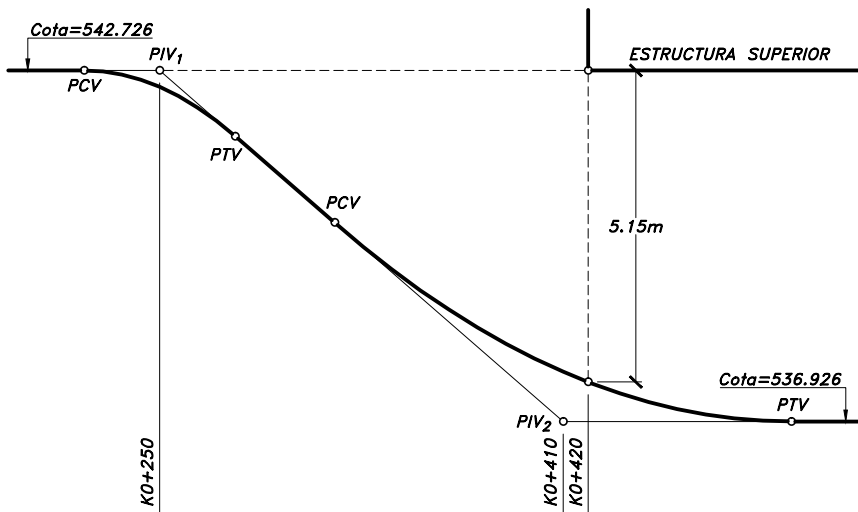


Figura 4.48 Problema 4.15

Calcular:

La cota de la rasante en la abscisa $K0+390$, tal que la altura libre entre la rasante y la estructura superior sea igual a la indicada.

[Resp. : 538.150].

PROBLEMA 4.16**Datos:**

De una curva vertical asimétrica se conoce:

Pendiente de entrada = +4%

Pendiente de salida = -7%

L_1	= 40m
L_2	= 30m
Abscisa del PIV	= K2+000
Cota del PIV	= 500m

Calcular:

La abscisa y la cota del punto más alto de la curva.

[Resp. : K1+993.94 y 499.079].

PROBLEMA 4.17

Datos:

De una curva vertical asimétrica se conoce:

Pendiente de entrada = +4%

Pendiente de salida = -3%

L_1 = Primera rama

L_2 = Segunda rama = $2L_1$

Abscisa del PIV = K2+980

Cota del PIV = 500m

Calcular:

La longitud de la curva vertical, tal que en la abscisa K3+000 la rasante tenga una diferencia de altura de 2.50 metros con respecto al PTV.

[Resp. : 218.080m].

Capítulo 5

Diseño geométrico transversal: secciones, áreas y volúmenes



Capítulo 5

DISEÑO GEOMÉTRICO TRANSVERSAL: SECCIONES, ÁREAS Y VOLÚMENES

5.1 CONCEPTO

El *diseño geométrico transversal* de una carretera consiste en la definición de la ubicación y dimensiones de los elementos que forman la carretera, y su relación con el terreno natural, en cada punto de ella sobre una *sección normal* al alineamiento horizontal. De esta manera, se podrá fijar la rasante y el ancho de la faja que ocupará la futura carretera, y así estimar las *áreas* y *volúmenes* de tierra a mover.

5.2 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS QUE INTEGRAN LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Geoméricamente, la sección transversal de una carretera está compuesta por el ancho de zona o derecho de vía, el ancho de

explanación, el ancho de banca o plataforma, la corona, la calzada, los carriles, las bermas, las cunetas, los taludes laterales y otros elementos complementarios. En la Figura 5.1, se detallan estos elementos, para el caso de una vía pavimentada de sección transversal mixta, corte y terraplén, ubicada en recta o en tangente.

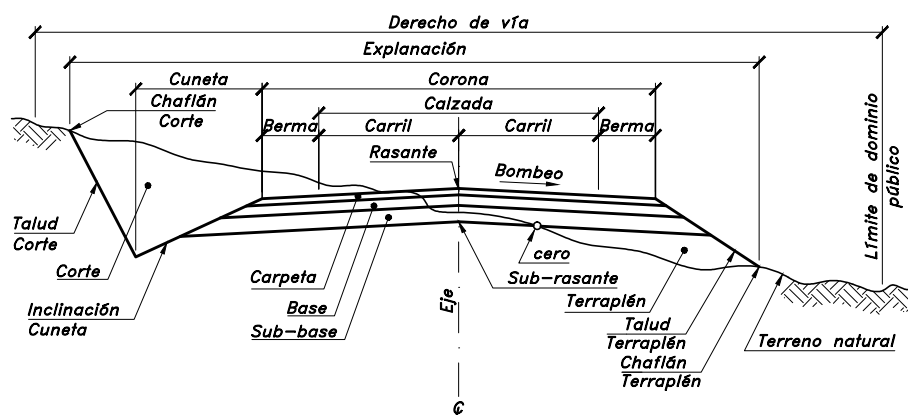


Figura 5.1 Sección transversal típica mixta, pavimentada en recta

La *calzada* o superficie de rodadura, es aquella parte de la sección transversal destinada a la circulación de los vehículos, constituida por uno o más carriles para uno o dos sentidos. Cada *carril* tendrá un ancho suficiente para permitir la circulación de una sola fila de vehículos. El ancho y el número de carriles de la calzada se determinan con base en un análisis de capacidad y nivel de servicio deseado al final del período de diseño.

Los anchos de carril normalmente utilizados en recta son de 3.00m, 3.30m, 3.50m y 3.65m, respectivamente. En la Tabla 5.1 se suministran los anchos de calzada recomendados en función del tipo de carretera, el tipo de terreno y la velocidad de diseño^[10]. Los sobre-anchos de calzada en las curvas horizontales deberán calcularse con el procedimiento establecido en el numeral 5.3.

Tabla 5.1 Anchos recomendados de calzada en recta

TIPO DE CARRETERA	TIPO DE TERRENO	VELOCIDAD DE DISEÑO DEL TRAMO HOMOGÉNEO V_{TR} (Km/h)									
		20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Primaria de dos calzadas	Plano	-	-	-	-	-	-	7.30	7.30	7.30	7.30
	Ondulado	-	-	-	-	-	-	7.30	7.30	7.30	7.30
	Montañoso	-	-	-	-	-	7.30	7.30	7.30	7.30	-
	Escarpado	-	-	-	-	-	7.30	7.30	7.30	-	-
Primaria de una calzada	Plano	-	-	-	-	-	-	7.30	7.30	7.30	-
	Ondulado	-	-	-	-	-	7.30	7.30	7.30	7.30	-
	Montañoso	-	-	-	-	7.30	7.30	7.30	7.30	-	-
	Escarpado	-	-	-	-	7.00	7.00	7.00	-	-	-
Secundaria	Plano	-	-	-	-	7.30	7.30	7.30	-	-	-
	Ondulado	-	-	-	7.00	7.30	7.30	7.30	-	-	-
	Montañoso	-	-	6.60	7.00	7.00	7.00	-	-	-	-
	Escarpado	-	-	6.00	6.60	7.00	-	-	-	-	-
Terciaria	Plano	-	-	6.00	-	-	-	-	-	-	-
	Ondulado	-	6.00	6.00	-	-	-	-	-	-	-
	Montañoso	6.00	6.00	6.00	-	-	-	-	-	-	-
	Escarpado	6.00	6.00	-	-	-	-	-	-	-	-

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

Contiguo a la calzada se encuentran las *bermas*, que son fajas comprendidas entre las orillas de la calzada y las líneas definidas por los hombros de la carretera. Las bermas sirven de confinamiento lateral de la superficie de rodamiento, controlan la humedad y las posibles erosiones de la calzada. Eventualmente, se pueden utilizar para estacionamiento provisional y para dar seguridad al usuario de la carretera pues en este ancho adicional se pueden eludir accidentes potenciales o reducir su severidad. También se pueden utilizar para los trabajos de conservación.

En la Tabla 5.2 se presentan los anchos de berma recomendados en función del tipo de carretera, el tipo de terreno y la velocidad de diseño^[10].

Al conjunto formado por la calzada y las bermas se le denomina *corona*. Por lo tanto, el ancho de corona es la distancia horizontal, medida normalmente al eje, entre las aristas interiores de las cunetas de un corte y/o entre las aristas superiores de los taludes de un terraplén.

Tabla 5.2 Anchos recomendados de bermas

TIPO DE CARRETERA	TIPO DE TERRENO	VELOCIDAD DE DISEÑO DEL TRAMO HOMOGÉNEO V_{TR} (Km/h)									
		20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
Primaria de dos calzadas ⁽¹⁾	Plano	-	-	-	-	-	-	2.5/1.0	2.5/1.0	2.5/1.0	2.5/1.0
	Ondulado	-	-	-	-	-	-	2.0/1.0	2.0/1.0	2.5/1.0	2.5/1.0
	Montañoso	-	-	-	-	-	1.8/0.5	1.8/0.5	1.8/0.5	2.0/1.0	-
	Escarpado	-	-	-	-	-	1.8/0.5	1.8/0.5	1.8/0.5	-	-
Primaria de una calzada	Plano	-	-	-	-	-	-	2.0	2.0	2.5	-
	Ondulado	-	-	-	-	-	1.8	2.0	2.0	2.5	-
	Montañoso	-	-	-	-	1.5	1.5	1.8	1.8	-	-
	Escarpado	-	-	-	-	1.5	1.5	1.8	-	-	-
Secundaria	Plano	-	-	-	-	1.0	1.5	1.8	-	-	-
	Ondulado	-	-	-	1.0	1.0	1.5	1.8	-	-	-
	Montañoso	-	-	0.5	0.5	1.0	1.0	-	-	-	-
	Escarpado	-	-	0.5	0.5	0.5	-	-	-	-	-
Terciaria ⁽²⁾	Plano	-	-	1.0	-	-	-	-	-	-	-
	Ondulado	-	0.5	1.0	-	-	-	-	-	-	-
	Montañoso	0.5	0.5	0.5	-	-	-	-	-	-	-
	Escarpado	0.5	0.5	0.5	-	-	-	-	-	-	-

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá, 2008.

⁽¹⁾: Berma derecha/Berma izquierda

⁽²⁾: Berma cuneta

En los tramos rectos, la calzada tiene una pendiente transversal que va del eje hacia los bordes, denominada *bombeo*; el cual tiene por objeto facilitar el escurrimiento de las aguas lluvias hacia las bermas y cunetas. En la Tabla 5.3 se suministran, en función del tipo de superficie de rodadura, los valores recomendados del bombeo a emplearse en el proyecto^[10].

Tabla 5.3 Valores recomendados para el bombeo

TIPO DE SUPERFICIE DE RODADURA		BOMBEO (%)
Muy buena	Superficie de concreto hidráulico o asfáltico, colocada con extendedoras mecánicas.	2
Buena	Superficie de mezcla asfáltica, colocada con terminadora. Carpeta de riegos.	2-3
Regular a mala	Superficie de tierra o grava.	2-4

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá, 2008.

La pendiente transversal recomendada para las bermas es la correspondiente a la de la calzada más un 2%. Si se construye la berma

como continuación de la calzada, se deberá mantener la pendiente adoptada para la calzada.

Las *cunetas* son zanjas, revestidas o no, construidas paralelamente a las bermas, destinadas a facilitar el drenaje superficial longitudinal de la carretera. Sus dimensiones se determinan de acuerdo a los análisis hidráulicos del sitio. Generalmente son de sección triangular, sin embargo son deseables las de sección trapezoidal.

A continuación aparecen los *taludes*, que son las superficies laterales inclinadas que limitan la explanación. Si la sección es en corte, el talud empieza enseguida de la cuneta. Si la sección es en terraplén, el talud se inicia en el borde de la berma. Las inclinaciones adoptadas para los taludes se determinan con base en los estudios geológicos y geotécnicos del lugar. En términos generales, los taludes que se emplean son: para cortes *2 verticales por 1 horizontal*, y para terraplenes *2 verticales por 3 horizontales*.

La *banca* o *plataforma* de la carretera, es la distancia horizontal, medida normalmente al eje, entre los extremos exteriores de las cunetas o los hombros.

El *chaflán* o estaca extrema de talud, es el punto donde el talud de corte o terraplén encuentra el terreno natural. El ancho de *explanación*, es la distancia total horizontal comprendida entre los chaflanes derecho e izquierdo.

El *ancho de zona* o *derecho de vía* es la faja de terreno destinada a la construcción, mantenimiento, futuras ampliaciones si la demanda de tránsito así lo exige, servicios de seguridad, servicios auxiliares y desarrollo paisajístico. En la Tabla 5.4 aparecen los anchos mínimos recomendados de derechos de vía^[10]. A esta zona no se le podrá dar uso privado.

La *rasante*, como eje, es la proyección vertical del desarrollo del eje real de la superficie de rodamiento de la vía. La *sub-rasante* es aquella superficie especialmente acondicionada sobre la cual se apoya la estructura del pavimento.

Tabla 5.4 Anchos mínimos recomendados de derechos de vía

TIPO DE CARRETERA	ANCHO MÍNIMO DE ZONA (m)
Primaria de dos calzadas	> 30
Primaria de una calzada	24-30
Secundaria	20-24
Terciaria	15-20

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico para Carreteras*. Bogotá. 2008.

A los niveles de la sub-rasante también se les conoce como las *cotas de proyecto* o *cotas rojas*. A los niveles del terreno natural, se les denominan *cotas negras*. Cuando es necesario excavar el terreno para formar la superficie de la sub-rasante, se dice que se hace *excavación* o *corte*. Si por el contrario, es necesario colocar material para ubicar el pavimento sobre él, se dice que se hace *relleno* o *terraplén*.

De acuerdo al tipo de vía a proyectar, adicionalmente a los valores recomendados dados aquí, existen diferentes criterios que permiten definir las dimensiones e inclinaciones de cada uno de los elementos de una sección transversal.

Como el enfoque presentado aquí es meramente geométrico, el análisis en lo sucesivo parte de la base que dichas dimensiones e inclinaciones son conocidas, las cuales obviamente se fundamentan en otros estudios complementarios, como geológicos, suelos, pavimentos e hidráulicos.

5.3 SOBRE-ANCHO EN LAS CURVAS

Cuando un vehículo circula por una curva horizontal, ocupa un ancho de calzada mayor que en recta. Esto es debido a que por la rigidez y dimensiones del vehículo, sus ruedas traseras siguen una trayectoria distinta a la de las ruedas delanteras, ocasionando dificultad a los conductores para mantener su vehículo en el eje del carril de circulación correspondiente. Dependiendo del tipo de vehículos comerciales que circulan habitualmente por las carreteras, este efecto se manifiesta más en curvas de radios pequeños.

En estas circunstancias y con el propósito de que las condiciones de operación de los vehículos en las curvas sean muy similares a las de

en recta, la calzada en las curvas debe ensancharse, con el objeto de asegurar espacios libres adecuados entre los vehículos que se encuentran en calzadas bidireccionales o que se adelantan en calzadas unidireccionales, y entre el vehículo y el borde de la calzada. Este aumento del ancho se denomina *Sobre-ancho* S de la curva.

Según el Manual de INVIAS^[10], en vías de dos carriles, en dos direcciones, para anchos de calzada en recta, mayores a 7.00 metros, no se requiere sobre-ancho, a excepción en curvas con ángulos de deflexión $\Delta > 120^\circ$. Igualmente, el uso del sobre-ancho, está limitado para curvas de radio $R_c < 160m$. Todo el sobre-ancho requerido por los carriles que integran la calzada se debe construir, hasta donde sea posible, en la parte interior de la curva, salvo en casos especiales, como por ejemplo si hacia el interior de la curva existen taludes en corte difíciles de afectar; casos en los cuales, podría compensarse el sobre-ancho, aplicándolo parcial o totalmente hacia la parte exterior de la curva. La línea central divisoria de carriles, demarcada sobre el pavimento se debe fijar en la mitad de los bordes de la calzada ya ensanchada.

5.3.1 Vehículos rígidos

En la Figura 5.2 se ilustran dos vehículos de tipo rígido, circulando en una curva de radio R_c al eje, con las dimensiones mostradas en la Tabla 5.5^[10].

Si se asume que el radio de la trayectoria del vuelo delantero exterior R' es aproximadamente igual al radio R_c de la curva al eje, se tiene que:

$$R_c^2 = L^2 + (R_c - S)^2$$

De donde, se obtiene que para un sólo carril, el sobre-ancho S de la curva es:

$$S = R_c - \sqrt{R_c^2 - L^2} \quad (5-1)$$

Para cualquier número n de carriles por calzada, el sobre-ancho es:

$$S = n \left(R_c - \sqrt{R_c^2 - L^2} \right) \quad (5-2)$$

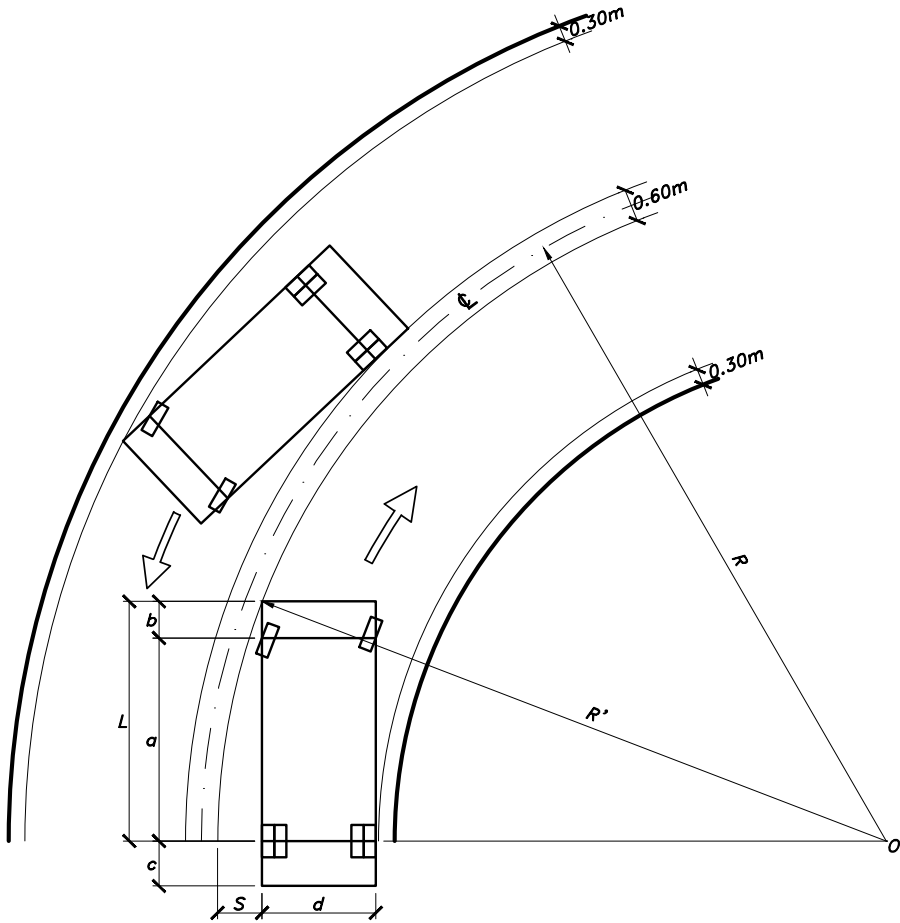


Figura 5.2 Sobre-ancho en las curvas, vehículos rígidos

Tabla 5.5 Dimensiones de los vehículos de tipo rígido en el cálculo del sobre-ancho

CATEGORÍA	a (m)	b (m)	d (m)	e (m)	L (m)
Vehículo liviano	2.90	0.80	1.30	1.80	3.70
Bus mediano	6.49	0.76	3.66	2.44	7.25
Bus grande	7.00	2.70	3.30	2.60	9.70
Camión de 2 ejes	6.60	1.40	3.20	2.50	8.00
Camión de 3 ejes o doble troqué	6.55	1.25	3.20	2.50	7.80

Fuente: Instituto Nacional de Vías. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá. 2008.

Para el caso de una vía de dos carriles dos sentidos, se tiene:

$$S = 2 \left(R_c - \sqrt{R_c^2 - L^2} \right) \quad (5-3)$$

Esta expresión supone que el vehículo viaja a la velocidad de equilibrio.

Para velocidades específicas V_{CH} distintas a la de equilibrio, la posición relativa de las ruedas traseras depende de la velocidad, para lo cual Barnett sugiere agregar un factor de seguridad, llegando a la siguiente expresión:

$$S = 2 \left(R_c - \sqrt{R_c^2 - L^2} \right) + \frac{0.1V_{CH}}{\sqrt{R_c}} \quad (5-4)$$

Para vías terciarias^[10], en términos generales, el sobre-ancho S se calcula mediante la siguiente relación:

$$S = \frac{32n}{R_c} \quad (5-5)$$

Esta expresión es válida para un camión de dos ejes de longitud L de 8 metros.

5.3.2 Vehículos articulados

En la Figura 5.3 se ilustra el vehículo articulado (C3-S2), conformado por una unidad tractora denominada tractocamión de 3 ejes (C3) y un semirremolque de 2 ejes (S2), representativo del parque automotor colombiano, con las siguientes dimensiones:

$A = 1.22 \text{ m}$ = Vuelo o saliente delantero.

$L_1 = 5.95 \text{ m}$ = Distancia entre el eje delantero y el eje trasero de la unidad tractora.

$L_2 = 12.97 \text{ m}$ = Distancia entre el punto de articulación y el eje trasero del semirremolque.

$u = 2.59 \text{ m}$ = Ancho del vehículo en tangente.

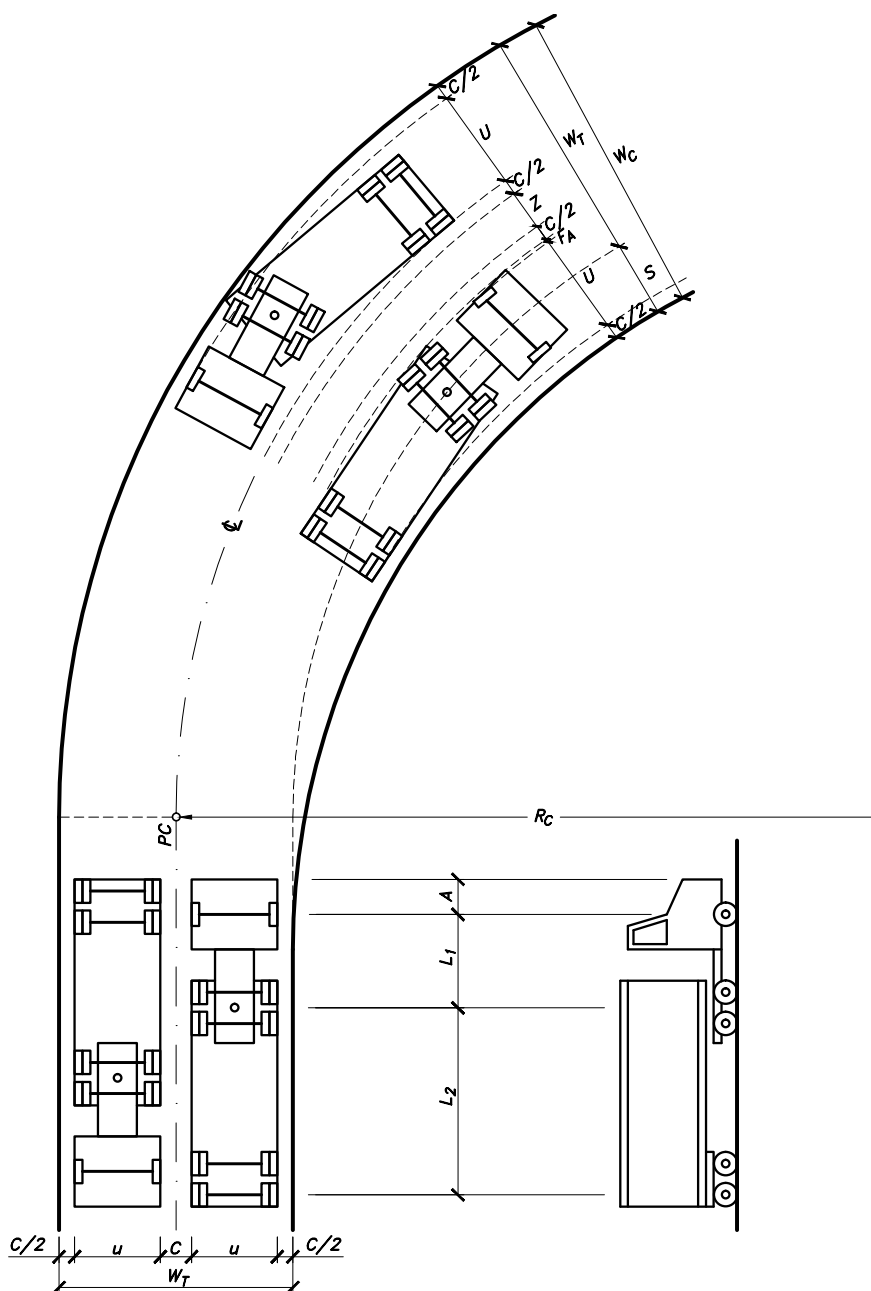


Figura 5.3 Sobre-ancho en las curvas, vehículos articulados

La expresión recomendada por la AASHTO^[1], es la siguiente:

$$S = W_C - W_T \quad (5-6)$$

Donde:

S = Sobre-ancho requerido por la calzada.

W_C = Ancho de la calzada en curva.

W_T = Ancho de la calzada en tangente.

Ahora bien, el ancho de la calzada en curva W_C , se calcula con la siguiente ecuación:

$$W_C = n(U + C) + (n - 1)F_A + Z \quad (5-7)$$

Donde:

n = Número de carriles.

U = Ancho ocupado por el vehículo en la curva.

C = Distancia lateral libre entre vehículos, y entre éstos y el borde de la calzada. Para anchos de calzada de 6.00, 6.60 y 7.20 metros, los valores de C son 0.60, 0.75 y 0.90 metros, respectivamente.

F_A = Diferencia radial entre la trayectoria de la esquina exterior del vuelo delantero y la trayectoria de la rueda exterior delantera.

Z = Ancho adicional de seguridad, por la dificultad de maniobrar en curva.

El ancho ocupado por el vehículo en la curva U , se calcula usando la siguiente expresión:

$$U = u + R_c - \sqrt{R_c^2 - (L_1 + L_2)^2} \quad (5-8)$$

Donde:

u = Ancho del vehículo en la tangente.

R_c = Radio de la curva en el eje.

La diferencia radial entre la trayectoria de la esquina exterior del vuelo delantero y la trayectoria de la rueda exterior delantera F_A , se determina como:

$$F_A = \sqrt{R_c^2 + A(2L_t + A)} - R_c \quad (5-9)$$

El ancho adicional de seguridad Z , es un valor empírico que varía con la velocidad específica V_{CH} de la curva y el radio R_c . Este ancho se expresa como:

$$Z = \frac{0.1V_{CH}}{\sqrt{R_c}} \quad (5-10)$$

5.3.3 Transición del sobre-ancho

Con el fin de disponer de un alineamiento continuo en los bordes de la calzada, el sobre-ancho debe desarrollarse gradualmente a la entrada y a la salida de las curvas.

En el caso de curvas circulares simples, por razones de apariencia, el sobre-ancho, tal como se mencionó anteriormente, debe desarrollarse linealmente a lo largo del lado interno de la calzada en la misma longitud L_t utilizada para la transición del peraltado. Así por ejemplo, si la transición al PC y PT es del 70% de la transición total, en la Figura 5.4, se aprecia la repartición del sobre-ancho S , de tal forma que el sobre-ancho S_p en cualquier punto P , situado a una distancia L_p desde el inicio, es:

$$S_p = \left(\frac{L_p}{L_t} \right) S \quad (5-11)$$

En los alineamientos espiralizados, el sobre-ancho se distribuye a lo largo de la Clotoide, trazando el borde del ensanche por medio de distancias radiales a partir del eje de la vía, las cuales varían directamente con las longitudes de las espirales de entrada y salida L_e desde el TE y el ET , tal que se llegue al sobre-ancho total S en el EC y el CE , garantizando de esta manera que toda la curva circular central lleve el sobre-ancho uniforme S .

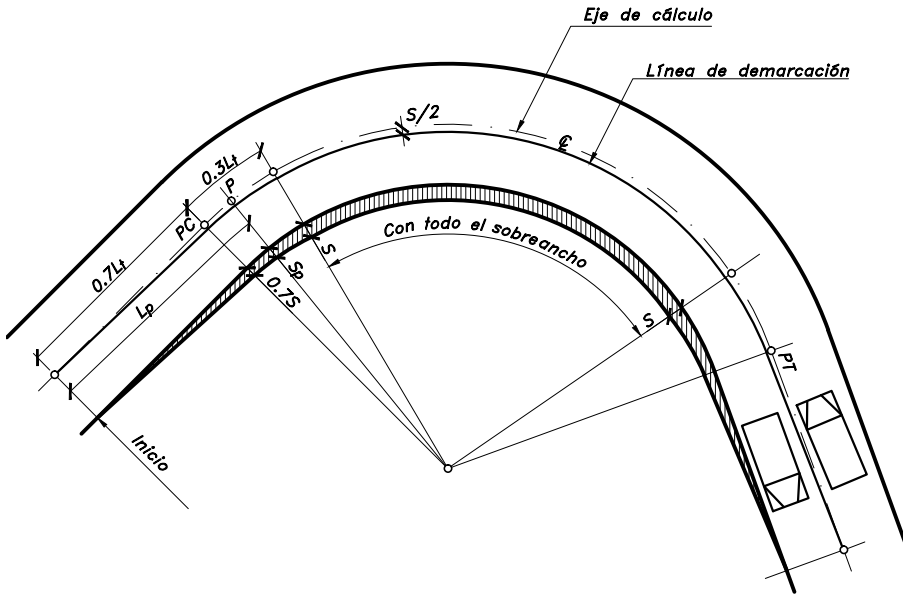


Figura 5.4 Transición del sobre-ancho en las curvas

EJEMPLO 5.1: Sobre-ancho en curvas y transición, vehículos rígidos**Datos:**

Angulo de deflexión principal	$= \Delta = 130^\circ D$
Radio de la curva circular	$= R_c = 73m$
Velocidad específica de la curva	$= V_{CH} = 50 \text{ Km/h}$
Peralte recomendado	$= e = 8\%$
Pendiente relativa de los bordes	$= m = 0.77\%$
Ancho de la calzada en tangente	$= 7.30m \text{ (dos carriles)}$
Vehículo tipo	$= \text{Camión de 2 ejes}$

Calcular:

- El sobre-ancho necesario para el camión.
- El sobre-ancho a una distancia de 20 metros desde su inicio.

Solución:**a) Sobre-ancho necesario**

Según la Tabla 5.5, para un camión de 2 ejes, la distancia L es de 8.00 metros, y de acuerdo con la ecuación (5-4), el sobre-ancho necesario es:

$$S = 2 \left(73 - \sqrt{73^2 - 8.00^2} \right) + \frac{0.1(50)}{\sqrt{73}} = 0.879 + 0.585 = 1.464m$$

b) Sobre-ancho a 20 metros

La longitud de transición de peraltado es:

$$L_t = \frac{\text{Carril}(e)}{m} = \frac{3.65m(8.0\%)}{0.77\%} = 37.922m$$

Por lo tanto, según la ecuación (5-11), el sobre-ancho desarrollado a una distancia de 20 metros desde su inicio, es:

$$S_p = \left(\frac{L_p}{L_t} \right) S = \left(\frac{20}{37.922} \right) 1.464 = 0.772m$$

EJEMPLO 5.2: Sobre-ancho en curvas y transición, vehículos articulados**Datos:**

Angulo de deflexión principal	$= \Delta = 130^\circ D$
Radio de la curva circular	$= R_c = 73m$
Velocidad específica de la curva	$= V_{CH} = 50 \text{ Km/h}$
Longitud de la espiral	$= L_e = 80m$
Ancho de la calzada en tangente	$= W_T = 7.30m \text{ (dos carriles)}$
Vehículo articulado tipo	$= C3-S2$

Calcular:

- El sobre-ancho necesario para el camión articulado.
- El sobre-ancho a una distancia de 20 metros desde su inicio.

Solución:

a) Sobre-ancho necesario

El ancho ocupado por el vehículo en la curva U , de acuerdo con la ecuación (5-8), es:

$$U = u + R_c - \sqrt{R_c^2 - (L_1 + L_2)^2} = 2.59 + 73 - \sqrt{73^2 - (5.95 + 12.97)^2} = 5.084m$$

La diferencia radial entre la trayectoria de la esquina exterior del vuelo delantero y la trayectoria de la rueda exterior delantera F_A , según la ecuación (5-9), es:

$$F_A = \sqrt{R_c^2 + A(2L_1 + A)} - R_c = \sqrt{73^2 + 1.22(2 \times 5.95 + 1.22)} - 73 = 0.110m$$

El ancho adicional de seguridad Z , de acuerdo con la ecuación (5-10), es:

$$Z = \frac{0.1V_{CH}}{\sqrt{R_c}} = \frac{0.1(50)}{\sqrt{73}} = 0.585m$$

El ancho de la calzada en curva W_C , según la ecuación (5-7), es:

$$W_C = n(U + C) + (n - 1)F_A + Z = 2(5.084 + 0.90) + (2 - 1)0.110 + 0.585 = 12.663m$$

De esta manera, el sobre-ancho necesario S , de acuerdo con la ecuación (5-6), es

$$S = W_C - W_T = 12.663 - 7.30 = 5.363m$$

b) Sobre-ancho a 20 metros

Según la ecuación (5-11), el sobre-ancho desarrollado a una distancia de 20 metros desde su inicio, es:

$$S_p = \left(\frac{L_p}{L_t}\right)S = \left(\frac{L_p}{L_e}\right)S = \left(\frac{20}{80}\right)5.363 = 1.341m$$

5.4 SECCIONES TRANSVERSALES TÍPICAS, POSICIÓN DE CHAFLANES Y ESTACAS DE CEROS

5.4.1 Secciones transversales típicas

Dependiendo del tipo de terreno o topografía, predominará una sección transversal determinada, la cual será típica para ese tramo.

En la Figura 5.5, se muestran los tipos generales de secciones transversales, en corte (excavación), terraplén (relleno) y mixtas (a media ladera).

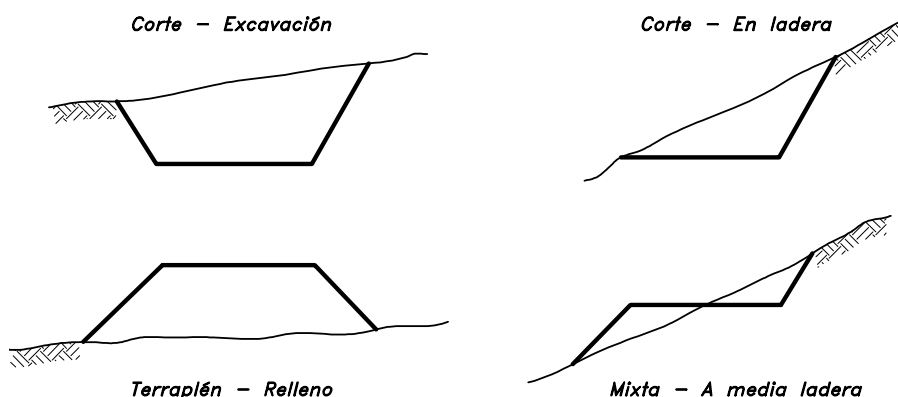


Figura 5.5 Secciones transversales típicas

5.4.2 Chaflanes o estacas de talud y estacas de ceros

Como se dijo anteriormente, los *chaflanes* o estacas extremas de talud, son los puntos donde los taludes, de corte o terraplén, encuentran el terreno natural. Los *ceros* son aquellos puntos de paso de corte a terraplén o viceversa.

Se define la *cota de trabajo*, como el trabajo necesario a realizar verticalmente sobre un punto, ya sea excavando o rellenando, expresada como:

$$\text{Cota de Trabajo} = \text{Cota Roja} - \text{Cota Negra}$$

Donde:

Cota Roja = Cota de proyecto o nivel de sub-rasante.

Cota Negra = Cota del terreno natural.


Obsérvese que en el punto de paso de corte a terraplén, la cota roja es igual a la cota negra, por lo que la cota de trabajo es nula, característica ésta propia de la estaca de cero.

En la Figura 5.6, se muestra de manera tridimensional y transversal a lo largo de una banca las diferentes posiciones de los chaflanes y los ceros.

A su vez, en la Figura 5.7 se presenta una vista en planta de los chaflanes y ceros del modelo anterior. Es importante observar, que en la medida que aparezcan ceros dentro de la banca o plataforma se tendrán secciones mixtas, de lo contrario serán secciones simples, de corte o terraplén.

La *línea de chaflanes* es la representación en planta, de los bordes de la explanación o líneas que unen las estacas de chaflán consecutivas. Esta línea indica hasta dónde se extiende lateralmente el movimiento de tierras por causa de los cortes o de los terraplenes.

Para diferenciar los cortes de los terraplenes se utilizan colores especiales, achurados con diferentes tipos de líneas, o flechas con la siguiente convención:

ALTO  BAJO

La línea de chaflanes determina la necesidad de eventuales compras adicionales de predios y la identificación preliminar de requerimientos de estructuras de contención.

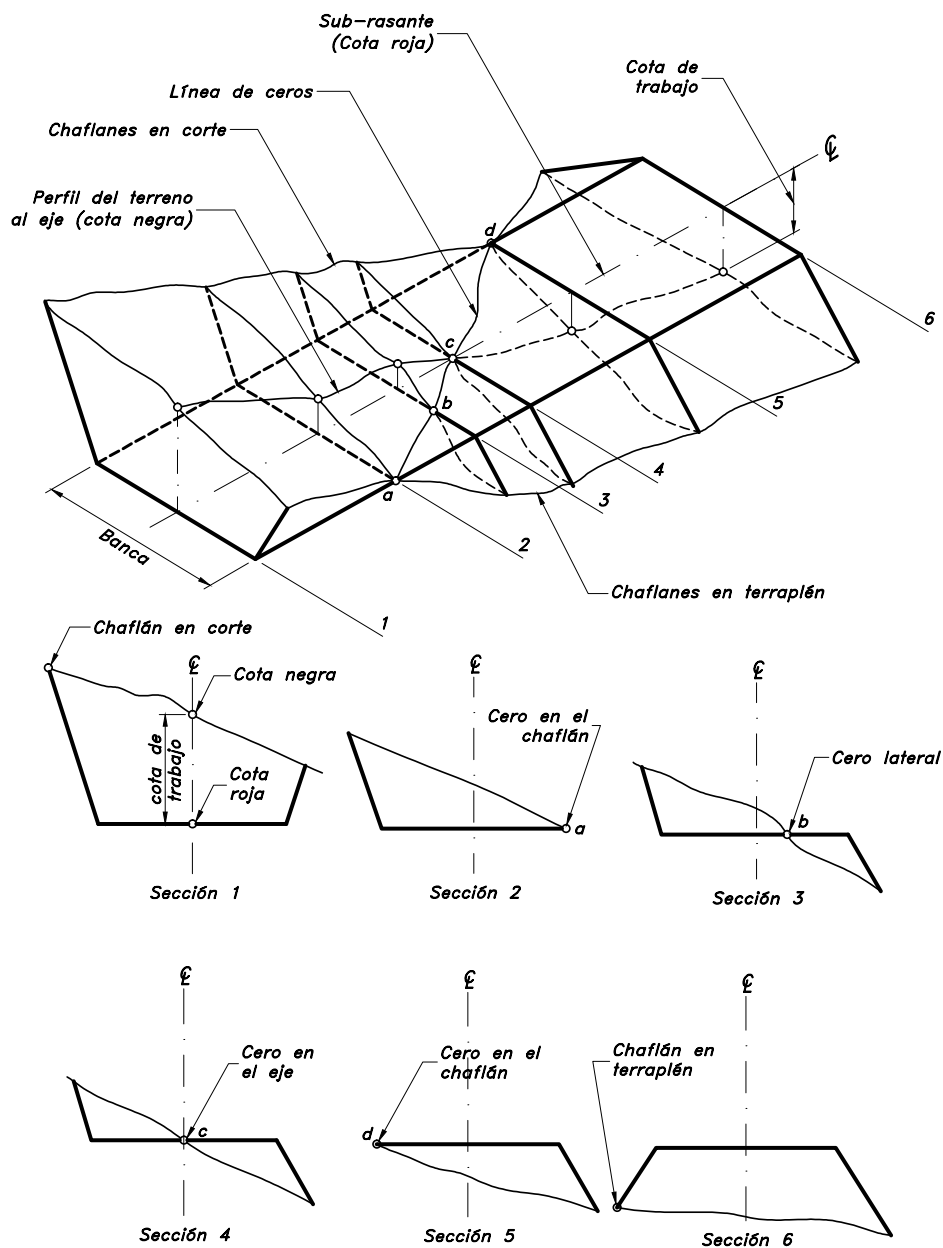


Figura 5.6 Posición de las estacas de chaflanes y de ceros

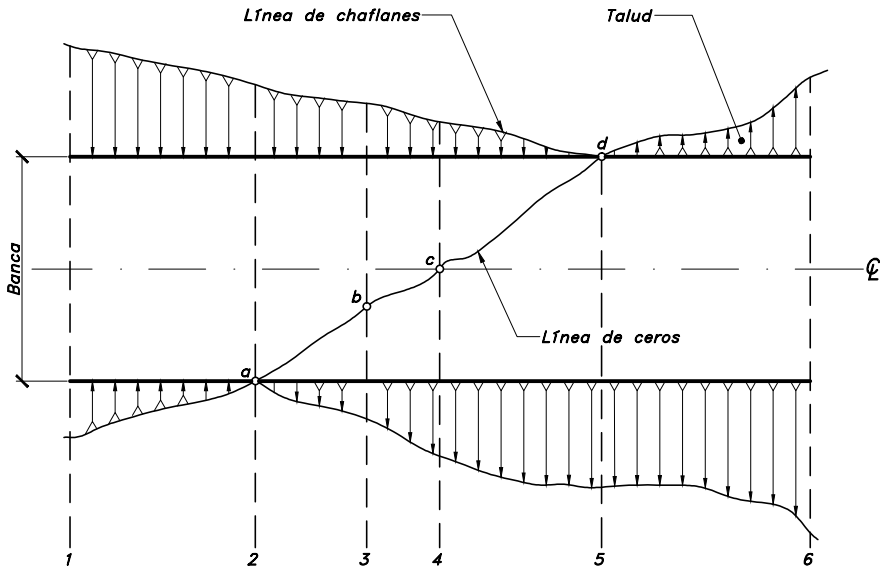


Figura 5.7 Planta de chaflanes y ceros

5.4.3 Posición de los chaflanes

Una sección transversal, como la de la Figura 5.8, queda geométricamente definida en forma completa cuando se especifican los siguientes elementos:

- B = Ancho de banca o plataforma.
- Y = Cota de trabajo al eje.
- t = Pendiente de los taludes.
- X_d, Y_d = Posición del chaflán derecho con respecto al eje de la vía y a la banca.
- X_i, Y_i = Posición del chaflán izquierdo con respecto al eje de la vía y a la banca.
- X_d = Distancia horizontal desde el eje de la vía al chaflán derecho.
- X_i = Distancia horizontal desde el eje de la vía al chaflán izquierdo.
- Y_d = Altura del chaflán derecho con respecto a la banca.
- Y_i = Altura del chaflán izquierdo con respecto a la banca.

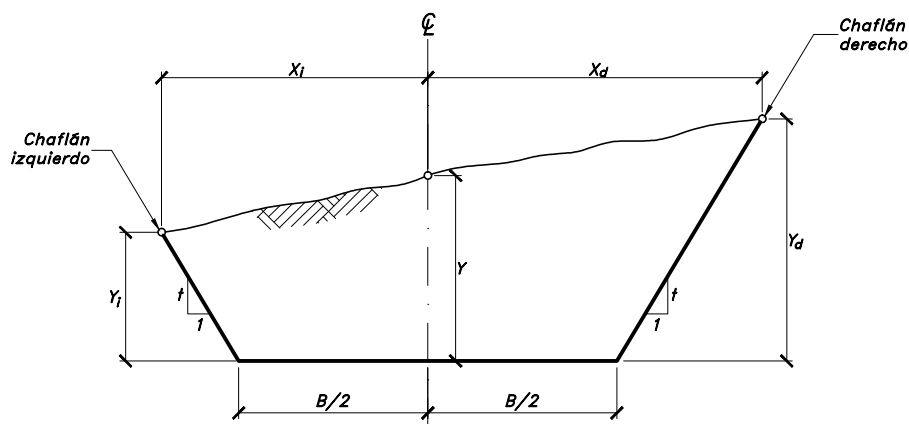


Figura 5.8 Posición de los chaflanes

Tales posiciones, se expresan a través de las siguientes ecuaciones:

$$X_d = \frac{B}{2} + \left(\frac{1}{t}\right)Y_d \quad (5-12)$$

$$X_i = \frac{B}{2} + \left(\frac{1}{t}\right)Y_i \quad (5-13)$$

En la localización directa de chaflanes en el terreno, las dos ecuaciones anteriores son indeterminadas, pues se desconocen los valores de X_d y Y_d , X_i y Y_i , teniéndose que proceder mediante tanteos hasta que tales ecuaciones se satisfagan para sucesivos valores de Y_d y Y_i que arrojen distancias calculadas X_d y X_i iguales a las medidas actuales hechas directamente en el terreno desde el eje de la vía.

5.5 ANCHOS DE BANCA Y ÁREAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES

5.5.1 Anchos de banca

Geométricamente, el *ancho de banca* depende del ancho de los carriles, del ancho de las bermas, del espesor de la estructura del

pavimento, del valor del bombeo o del peralte en curvas, del sobreancho si existe en curvas, de la pendiente transversal de las cunetas y del valor de los taludes en terraplén.

Tal como se mencionó anteriormente, aquellas dimensiones e inclinaciones que no dependen directamente del estudio geométrico, y que se fundamentan en otros estudios complementarios, se suponen como conocidas. De lo contrario, deberán ser estimadas lo más preciso posible, de tal manera que los ajustes posteriores, a que haya lugar, sean mínimos.

En el cálculo del ancho de banca, se pueden presentar los siguientes casos básicos generales:

❶ ANCHO DE BANCA EN RECTA Y EN CORTE

En la Figura 5.9, se esquematiza la sección transversal para este caso, para la cual se definen los siguientes elementos:

- B = Ancho de banca o plataforma.
- c = Ancho del carril.
- b = Ancho de la berma.
- e = Espesor total de la estructura de pavimento.
- $g_c + f$ = Ancho de la cuneta, desde el borde de la berma hasta donde se inicia el talud del corte.
- d = Profundidad de la cuneta por debajo de la sub-rasante (0.50 m mínimo).
- m = Bombeo normal.
- n = Pendiente de la cuneta.
- h, j, i = Alturas auxiliares de cálculo.

De esta manera, el ancho de banca B se expresa como:

$$B = 2c + 2b + 2g_c + 2f \quad , \text{ donde,}$$

$$f = \frac{d}{n}$$

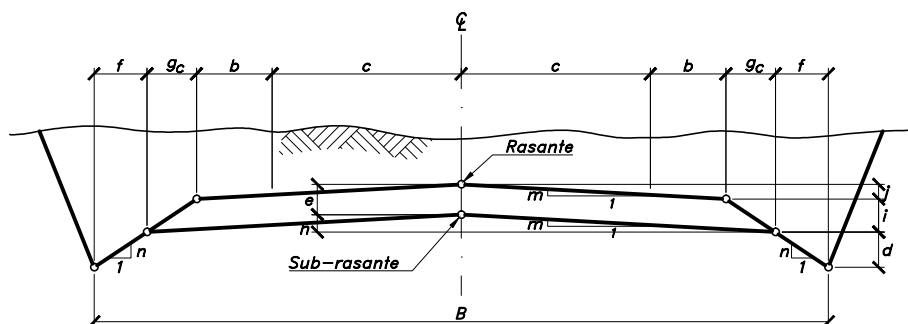


Figura 5.9 Ancho de banca en recta y en corte

Para hallar g_c , se plantea la siguiente igualdad de alturas:

$$e + h = j + i \quad , \text{ donde,}$$

$$h = m(c + b + g_c)$$

$$j = m(c + b)$$

$$i = ng_c \quad , \text{ entonces,}$$

$$e + m(c + b + g_c) = m(c + b) + ng_c$$

$$e + mg_c = ng_c \quad , \text{ esto es,}$$

$$g_c = \frac{e}{n - m}$$

Por lo tanto:

$$B = 2c + 2b + 2\left(\frac{e}{n - m}\right) + 2\left(\frac{d}{n}\right) \quad (5-14)$$

2 ANCHO DE BANCA EN RECTA Y EN TERRAPLÉN

La Figura 5.10, muestra este caso, para el cual t_i representa la pendiente transversal del talud en terraplén.

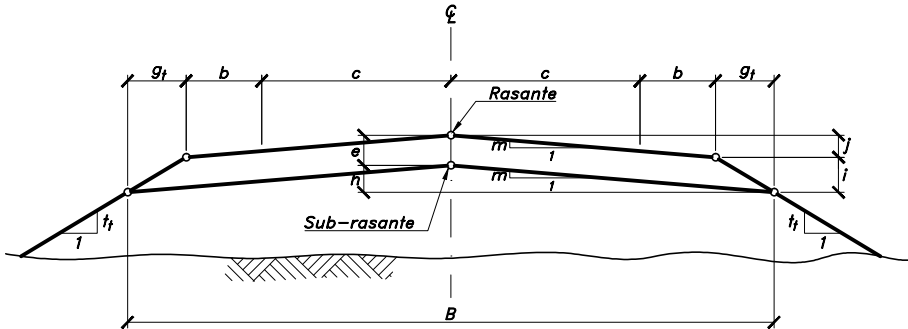


Figura 5.10 Ancho de banca en recta y en terraplén

El ancho de banca B se expresa como:

$$B = 2c + 2b + 2g_t$$

Igualmente, para hallar g_t , se plantea la siguiente igualdad de alturas:

$$e + h = j + i \quad , \text{ donde,}$$

$$h = m(c + b + g_t)$$

$$j = m(c + b)$$

$$i = t_i g_t \quad , \text{ entonces,}$$

$$e + m(c + b + g_t) = m(c + b) + t_i g_t$$

$$e + m g_t = t_i g_t \quad , \text{ esto es,}$$

$$g_t = \frac{e}{t_i - m} \quad , \text{ por lo tanto,}$$

$$B = 2c + 2b + 2 \left(\frac{e}{t_i - m} \right) \quad (5-15)$$

5 ANCHO DE BANCA EN CURVA Y EN CORTE

La Figura 5.11, muestra este caso para una curva derecha con un peralte m y un sobre-ancho S . Obsérvese que por efecto del peralte, el ancho de la cuneta del borde superior es menor que la del inferior, pues $g'_c < g_c$. Para el cálculo, se identifican adicionalmente las alturas i' , h' y j' .

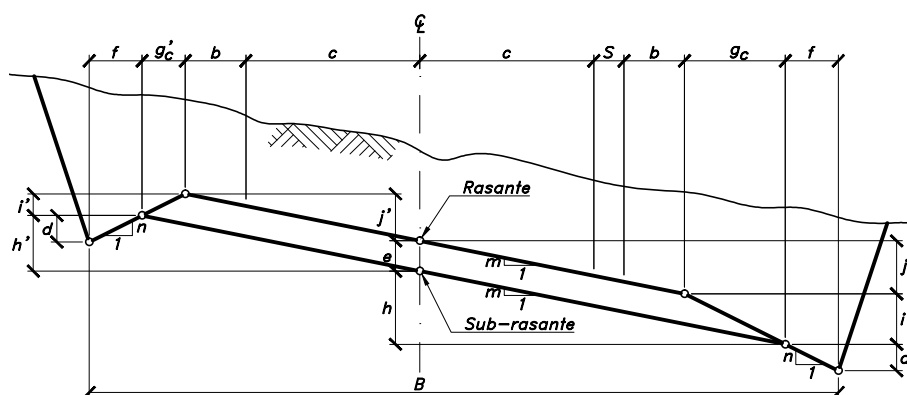


Figura 5.11 Ancho de banca en curva y en corte

En este caso, el ancho de banca B es:

$$B = 2c + 2b + S + g_c + g'_c + 2f \quad , \text{ donde,}$$

$$f = \frac{d}{n}$$

De nuevo, para hallar g_c , se plantea la siguiente igualdad de alturas:

$$e + h = j + i \quad , \text{ donde,}$$

$$h = m(c + S + b + g_c)$$

$$j = m(c + S + b)$$

$$i = ng_c \quad , \text{ entonces,}$$

$$e + m(c + S + b + g_c) = m(c + S + b) + ng_c$$

$$e + mg_c = ng_c, \text{ esto es,}$$

$$g_c = \frac{e}{n-m}$$

Para hallar g'_c , se plantea también la siguiente igualdad de alturas:

$$e + j' = h' + i', \text{ donde,}$$

$$j' = m(c+b)$$

$$h' = m(c+b+g'_c)$$

$$i' = ng'_c, \text{ entonces,}$$

$$e + m(c+b) = m(c+b+g'_c) + ng'_c$$

$$e = mg'_c + ng'_c, \text{ esto es,}$$

$$g'_c = \frac{e}{n+m}$$

Por lo tanto:

$$B = 2c + 2b + S + \frac{e}{n-m} + \frac{e}{n+m} + 2\left(\frac{d}{n}\right) \quad (5-16)$$

④ ANCHO DE BANCA EN CURVA Y EN TERRAPLÉN

La Figura 5.12, ilustra este caso para una curva derecha. El ancho de banca B es:

$$B = 2c + 2b + S + g_t + g'_t$$

Análogamente, los valores de g_t y g'_t son:

$$g_t = \frac{e}{t_t - m}$$

$$g'_t = \frac{e}{t_t + m}, \text{ por lo tanto,}$$

$$B = 2c + 2b + S + \frac{e}{t_t - m} + \frac{e}{t_t + m} \quad (5-17)$$

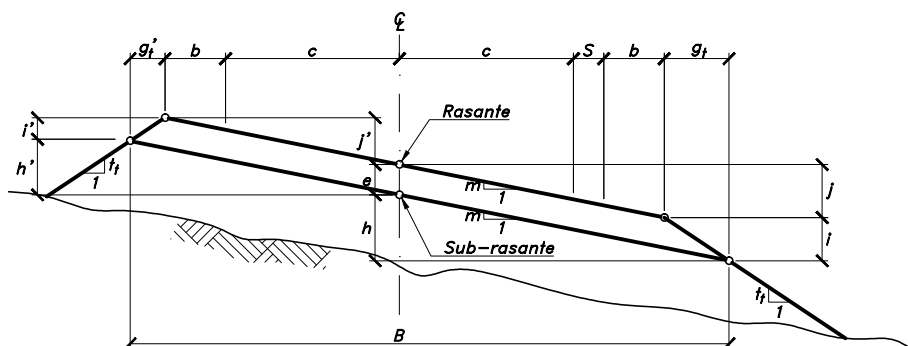


Figura 5.12 Ancho de banca en curva y en terraplén

5 ANCHO DE BANCA EN RECTA Y SECCIÓN MIXTA

La Figura 5.13, muestra este caso, con todos los elementos conocidos, vistos anteriormente.

En este caso, el ancho de banca B se plantea como:

$$B = 2c + 2b + g_c + g_t + f$$

De igual manera, los valores de g_c , g_t y f son:

$$g_c = \frac{e}{n - m}$$

$$g_t = \frac{e}{t_t - m}$$

$$f = \frac{d}{n}, \text{ por lo tanto,}$$

$$B = 2c + 2b + \frac{e}{n - m} + \frac{e}{t_t - m} + \frac{d}{n} \quad (5-18)$$

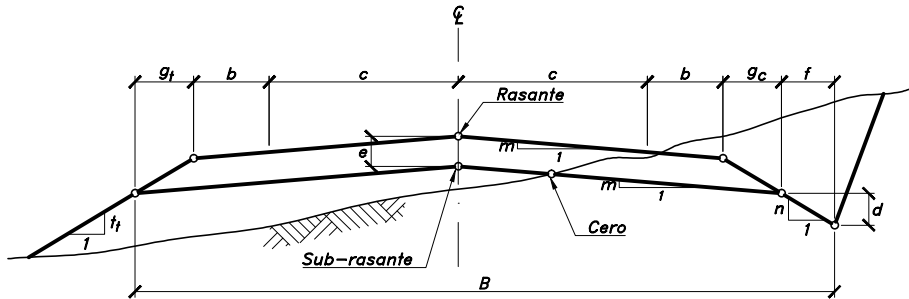


Figura 5.13 Ancho de banca en recta y sección mixta

Con apoyo en los casos básicos generales anteriores, se puede plantear la ecuación para calcular el ancho de banca de cualquier otra sección transversal con una variedad de inclinaciones transversales: con bombeo (en recta), en transición (en recta y curva) y con peralte (en curva), ya sea emplazadas solamente en corte, solamente en terraplén o mixta.

5.5.2 Áreas de las secciones transversales

❶ ÁREA DE UNA SECCIÓN HOMOGÉNEA SIMPLE EN RECTA

Se denomina *homogénea* si se trata de sólo corte o sólo terraplén, y es *simple* si el perfil del terreno natural es más o menos uniforme.

Con el avance tecnológico, hoy en día para determinar el área de las secciones transversales, se utilizan técnicas de computador, como por ejemplo en plataformas de Autocad. Sin embargo, existen varios métodos manuales, que eventualmente pueden ser usados, y que son la base analítica de las técnicas computacionales. En la medida de su aplicabilidad, se expondrán aquí las bases teóricas sobre las cuales se fundamenta cada uno de ellos.

Método del planímetro:

En este caso la sección transversal debe estar dibujada a una sola escala dada, tal que se pueda recorrer su contorno con el planímetro.

Método de las figuras geométricas:

La sección transversal se divide en figuras geométricas conocidas, generalmente triángulos, rectángulos y trapecios, para así calcular el área de cada una de ellas separadamente, como se muestra en la Figura 5.14, para una sección en corte.

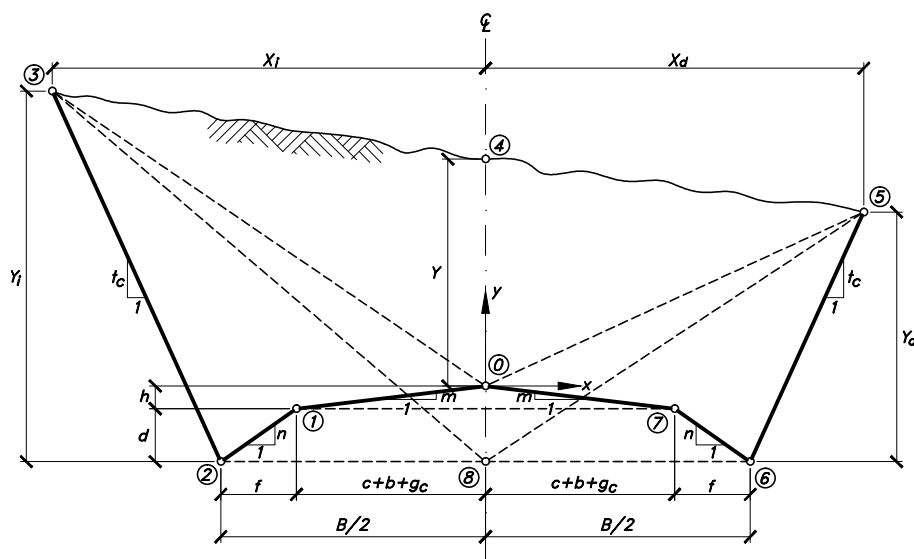


Figura 5.14 Área sección homogénea simple en recta, por figuras geométricas y coordenadas

En este caso el área de corte A_c , se puede plantear mediante el área de las siguientes figuras geométricas así:

$$A_c = \text{Triángulo } 865 + \text{Triángulo } 823 + \text{Triángulo } 805 + \text{Triángulo } 803 + \text{Triángulo } 045 \\ + \text{Triángulo } 043 - \text{Triángulo } 107 - \text{Trapezio } 1762$$

$$A_c = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{B}{2} \right) Y_d \right] + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{B}{2} \right) Y_i \right] + \left[\frac{1}{2} (h+d) X_d \right] + \left[\frac{1}{2} (h+d) X_i \right] + \left[\frac{1}{2} (Y) X_d \right] \\ + \left[\frac{1}{2} (Y) X_i \right] - \left[\frac{1}{2} (2c+2b+2g_c) h \right] - \left[\left(\frac{2c+2b+2g_c+B}{2} \right) d \right]$$

Desarrollando:

$$A_c = \frac{1}{2} \left(\frac{B}{2} \right) (Y_d + Y_i) + \frac{1}{2} Y (X_d + X_i) + \frac{1}{2} (X_d + X_i) (h+d) - (c+b+g_c) (h) \\ - (c+b+g_c) (d) - \frac{Bd}{2}$$

Factorizando, se llega a:

$$A_c = \frac{B(Y_d + Y_i)}{4} + \frac{(X_d + X_i)(Y + h + d)}{2} - \frac{Bd}{2} - (c+b+g_c)(h+d) \quad (5-19)$$

Donde,

$$B = 2c + 2b + 2 \left(\frac{e}{n-m} \right) + 2 \left(\frac{d}{n} \right)$$

$$X_d = \frac{B}{2} + \frac{Y_d}{t_c}$$

$$X_i = \frac{B}{2} + \frac{Y_i}{t_c}$$

$$g_c = \frac{e}{n-m}$$

$$h = m(c+b+g_c)$$

Método de las coordenadas de los vértices:

Se utiliza un sistema de coordenadas (x, y) , de origen la cota roja en el eje de la vía, tal como se aprecia en la Figura 5.14 anterior, para la cual las coordenadas de los vértices son:

Vértice ② : $[0, 0]$

Vértice ① : $[-(c+b+g_c), -h]$

Vértice ② : $[-B/2, -(h+d)]$
 Vértice ③ : $[-X_i, Y_i-(h+d)]$
 Vértice ④ : $[0, Y]$
 Vértice ⑤ : $[X_d, Y_d-(h+d)]$
 Vértice ⑥ : $[B/2, -(h+d)]$
 Vértice ⑦ : $[(c+b+g_c), -h]$

En la Figura 5.15, se han organizado las coordenadas (x, y) de los vértices, de tal manera que la suma de los productos y por x de las líneas continuas, menos la suma de los productos y por x de las líneas discontinuas, arrojan como resultado el doble del área, esto es $2A_c$.

VÉRTICE	COORDENADAS	
	y	x
①	0	0
②	-h	-(c+b+g _c)
③	-(h+d)	-B/2
④	Y _i -(h+d)	-X _i
⑤	Y	0
⑥	Y _d -(h+d)	X _d
⑦	-(h+d)	B/2
⑧	-h	(c+b+g _c)
⑨	0	0

Figura 5.15 Área sección homogénea simple en recta, por las coordenadas de los vértices

Efectuando dichos productos, se tiene:

$$\begin{aligned}
 2A_c = & -h \left(-\frac{B}{2} \right) - (h+d)(-X_i) + YX_d + [Y_d-(h+d)]\frac{B}{2} - (h+d)(c+b+g_c) \\
 & - \{ -(h+d)[-(c+b+g_c)] \} - [Y_i-(h+d)] \left(-\frac{B}{2} \right) - Y(-X_i) - [-(h+d)X_d] \\
 & - (-h)\frac{B}{2}
 \end{aligned}$$

Desarrollando y factorizando, se obtiene:

$$2A_c = \frac{B(Y_d + Y_i)}{2} + (X_d + X_i)(Y + h + d) - Bd - 2(c + b + g_c)(h + d)$$

Por lo tanto:

$$A_c = \frac{B(Y_d + Y_i)}{4} + \frac{(X_d + X_i)(Y + h + d)}{2} - \frac{Bd}{2} - (c + b + g_c)(h + d)$$

Obsérvese, que ésta es la misma expresión calculada por la ecuación (5-19), del método de las figuras geométricas.

EJEMPLO 5.3: Ancho de banca y área de una sección homogénea simple en recta, por figuras geométricas y coordenadas

Datos:

La Figura 5.16, muestra una sección transversal homogénea simple en corte y en recta, de la cual previamente se conoce la siguiente información:

Ancho de carril	$c = 3.65m$
Ancho de berma	$b = 2.00m$
Bombeo normal	$m = 0.02$
Pendiente de la cuneta	$n = 0.50$
Espesor del pavimento	$e = 0.50m$
Profundidad de la cuneta	$d = 0.60m$
Talud en corte	$t_c = 2$
Cota de trabajo al eje	$Y = 2.294m$
Altura del chaflán derecho	$Y_d = 2.351m$
Altura del chaflán izquierdo	$Y_i = 3.852m$

Calcular:

- El ancho necesario de banca.
- El área de la sección transversal en corte por el método de las figuras geométricas y por el método de las coordenadas de los vértices.

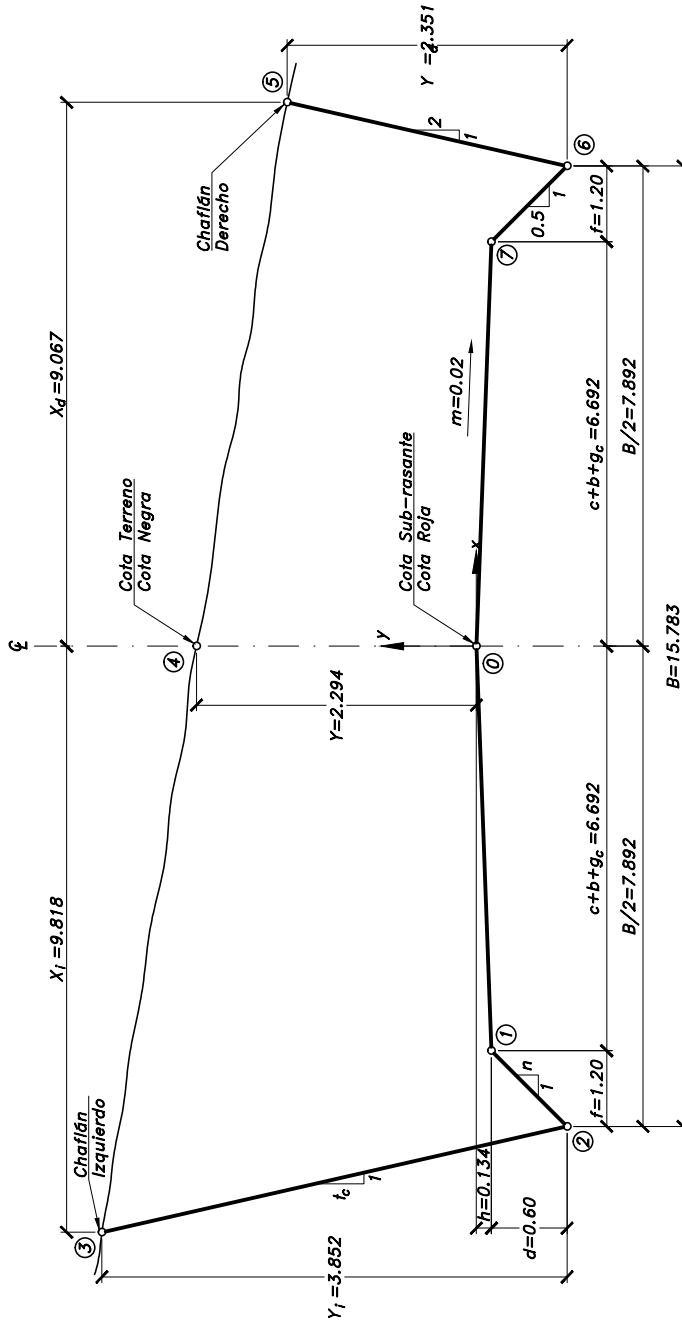


Figura 5.16 Ancho de banca y área, por figuras geométricas y coordenadas

Solución:

a) Ancho de banca

Según la ecuación (5-14), el ancho de banca B es:

$$B = 2c + 2b + 2\left(\frac{e}{n-m}\right) + 2\left(\frac{d}{n}\right) = 2(3.65) + 2(2.00) + 2\left(\frac{0.50}{0.50-0.02}\right) + 2\left(\frac{0.60}{0.50}\right)$$

$$B = 15.783m$$

b) Área de la sección transversal

Método de las figuras geométricas:

Para el cálculo del área, es necesario también conocer los valores de X_d , X_i , g_c y h :

$$X_d = \frac{B}{2} + \frac{Y_d}{t_c} = \frac{15.783}{2} + \frac{2.351}{2} = 9.067m$$

$$X_i = \frac{B}{2} + \frac{Y_i}{t_c} = \frac{15.783}{2} + \frac{3.852}{2} = 9.818m$$

$$g_c = \frac{e}{n-m} = \frac{0.50}{0.50-0.02} = 1.042m$$

$$h = m(c + b + g_c) = 0.02(3.65 + 2.00 + 1.042) = 0.134m$$

Por lo tanto, según la ecuación (5-19), el área A_c es:

$$A_c = \frac{B(Y_d + Y_i)}{4} + \frac{(X_d + X_i)(Y + h + d)}{2} - \frac{Bd}{2} - (c + b + g_c)(h + d)$$

$$A_c = \frac{15.783(2.351 + 3.852)}{4} + \frac{(9.067 + 9.818)(2.294 + 0.134 + 0.60)}{2}$$

$$- \frac{15.783(0.60)}{2} - (3.65 + 2.00 + 1.042)(0.134 + 0.60)$$

$$A_c = 43.421m^2$$

Método de las coordenadas de los vértices:

Con base a la Figura 5.16, en la Figura 5.17, se organizan las coordenadas (x, y) de los vértices.

VÉRTICE	COORDENADAS		
	y		x
①	0.000		0.000
②	-0.134		-6.692
③	-0.734		-7.892
④	+3.118		-9.818
⑤	+2.294		0.000
⑥	+1.617		+9.067
⑦	-0.734		+7.892
⑧	-0.134		+6.692
⑨	0.000		0.000

Figura 5.17 Ejemplo de cálculo del área por las coordenadas de los vértices

Aplicando la suma de los productos de las líneas continuas menos los productos de las discontinuas, se tiene que el área A_c es:

$$\begin{aligned} A_c &= \frac{1}{2}[-0.134(-7.892) - 0.734(-9.818) + 2.294(9.067) + 1.617(7.892) \\ &\quad - 0.734(6.692)] - \frac{1}{2}[-0.734(-6.692) + 3.118(-7.892) + 2.294(-9.818) \\ &\quad - 0.734(9.067) - 0.134(7.892)] \\ A_c &= 43.422 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Que es el mismo valor obtenido anteriormente.

2 **ÁREA DE UNA SECCIÓN MIXTA SIMPLE EN RECTA**

Se denomina *mixta* si se trata de corte y terraplén, y es *simple* si el perfil del terreno natural es más o menos uniforme.

Al igual que en el caso anterior, para el cálculo del área, se puede emplear cualquiera de los métodos descritos, a saber:

Método de las coordenadas de los vértices:

En la Figura 5.18 se muestran todos los elementos geométricos de una sección transversal mixta simple en recta, referidos al sistema de coordenadas (x, y) , de origen la cota roja en el eje de la vía. Como se desarrolló anteriormente, estos elementos se calculan como:

$$B = 2c + 2b + \frac{e}{n-m} + \frac{e}{t_l-m} + \frac{d}{n}$$

$$X_d = c + b + g_c + \frac{d}{n} + \frac{Y_d}{t_c}$$

$$X_l = c + b + g_l + \frac{Y_l}{t_l}$$

$$g_c = \frac{e}{n-m}$$

$$g_l = \frac{e}{t_l-m}$$

$$h = m(c + b + g_c)$$

$$h' = m(c + b + g_l)$$

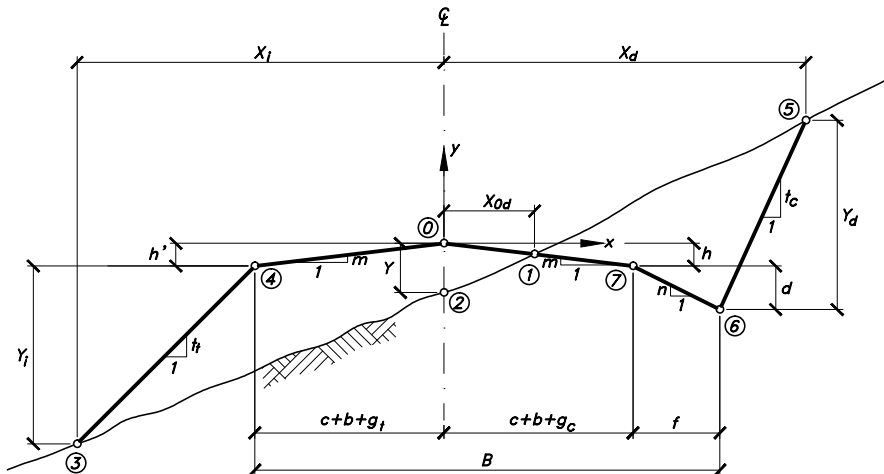


Figura 5.18 Área sección mixta simple en recta por las coordenadas de los vértices

De igual manera, en la Figura 5.19, se han organizado las coordenadas (x, y) de los diferentes vértices.

TIPO DE ÁREA	VÉRTICE	COORDENADAS		
		y		x
Terraplén	①	0		0
	②	$-m X_{0d}$		X_{0d}
	③	$-Y$		0
	④	$-(Y_i + h')$		$-X_i$
	⑤	$-h'$		$-(c+b+g_t)$
	⑥	0		0
Corte	①	$-m X_{0d}$		X_{0d}
	②	$Y_d - (h+d)$		X_d
	③	$-(h+d)$		$B - (c+b+g_t)$
	④	$-h$		$(c+b+g_c)$
	⑤	$-m X_{0d}$		X_{0d}

Figura 5.19 Área sección mixta por las coordenadas de los vértices

Aplicando la suma de los productos de las líneas continuas menos los productos de las discontinuas, se tiene que el doble del área de terraplén A_t es:

$$2A_t = -Y(-X_i) - (Y_i + h')[-(c+b+g_t)] - (-Y)X_{0d} - (-h')(-X_i)$$

$$2A_t = YX_i + (Y_i + h')(c+b+g_t) + YX_{0d} - h'X_i$$

Por lo tanto:

$$A_t = \frac{Y(X_i + X_{0d})}{2} + \frac{(Y_i + h')(c+b+g_t)}{2} - \frac{h'X_i}{2} \quad (5-20)$$

Igualmente, el doble del área de corte A_c es:

$$2A_c = -mX_{0d}(X_d) + [Y_d - (h+d)][B - (c+b+g_t)] - (h+d)(c+b+g_c) - h(X_{0d})$$

$$- [Y_d - (h+d)]X_{0d} - [-(h+d)X_d] - \{-h[B - (c+b+g_t)]\} - (-mX_{0d})(c+b+g_c)$$

Por lo tanto, desarrollando y factorizando, se llega a:

$$A_c = \frac{(h+d)(X_d + X_{od} + g_t - g_c - B)}{2} + \frac{mX_{od}(c+b+g_c - X_d)}{2} - \frac{(Y_d + h)(X_{od} + c + b + g_t - B)}{2} \quad (5-21)$$

③ ÁREA DE UNA SECCIÓN HOMOGÉNEA SIMPLE EN CURVA

Se tratará aquí una sección transversal, donde el ancho de banca B ya ha sido calculado previamente para una sección en recta. En este caso, adicionalmente a los elementos anteriores, aparecen el peralte m y el sobre-ancho S , aplicados a una determinada sección transversal. El área se puede calcular por cualquiera de los siguientes métodos:

Método de las figuras geométricas:

En las secciones transversales en recta para *bancas planas* a nivel de sub-rasante, para ubicar los chaflanes verticalmente se toma como referencia el plano horizontal de la banca.

En secciones en curva, para tener en cuenta la inclinación de la banca que facilite el peralte de la calzada, se adopta como planos horizontales de referencia los que pasan por cada uno de los extremos de la banca. La Figura 5.20 muestra una sección de terraplén simple en una curva horizontal izquierda, a la cual se le ha aplicado un peralte m y un sobre-ancho S en su interior. Tal sección se ha dividido en cuatro triángulos de bases y alturas conocidas, así:

$$\text{Triángulo 1: Base} = \frac{B}{2} + S, \text{ Altura} = Y_i, \text{ Área} = A_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{B}{2} + S \right) Y_i$$

$$\text{Triángulo 2: Base} = Y, \text{ Altura} = X_i, \text{ Área} = A_2 = \frac{1}{2} (Y) X_i$$

$$\text{Triángulo 3: Base} = Y, \text{ Altura} = X_d, \text{ Área} = A_3 = \frac{1}{2} (Y) X_d$$

$$\text{Triángulo 4: Base} = \frac{B}{2}, \text{ Altura} = Y_d, \text{ Área} = A_4 = \frac{1}{2} \left(\frac{B}{2} \right) Y_d$$

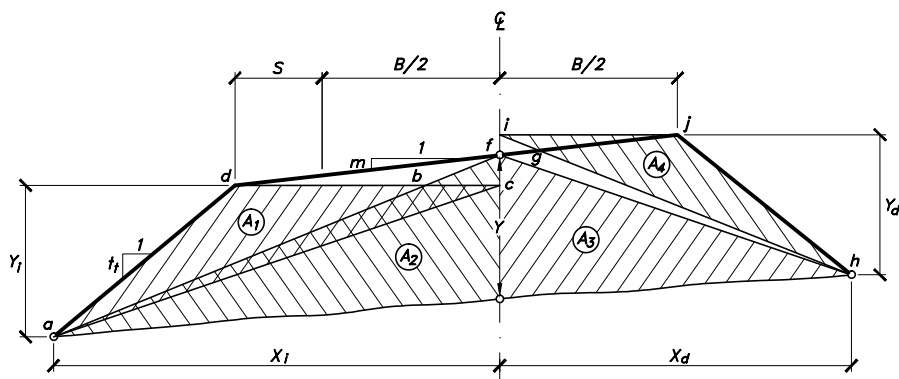


Figura 5.20 Área sección homogénea simple en curva, por figuras geométricas

Al calcular las áreas de esta manera, se puede ver que:

El área $abca$ se calculó dos veces, el área $dbfd$ no se calculó, el área $fghf$ tampoco se calculó y el área $igji$ se calculó por fuera. Por compensación puede decirse que las áreas calculadas adicionalmente, $abca$ e $igji$, son aproximadamente iguales a las que se dejaron de calcular, $dbfd$ y $fghf$.

De esta manera, el área total de terraplén A_t es:

$$A_t = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = \frac{1}{2} \left(\frac{B}{2} + S \right) Y_i + \frac{1}{2} Y X_i + \frac{1}{2} Y X_d + \frac{1}{2} \left(\frac{B}{2} \right) Y_d$$

$$A_t = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{B}{2} \right) Y_d + \left(\frac{B}{2} + S \right) Y_i + Y (X_d + X_i) \right] \quad (5-22)$$

Método de la cartera de chaflanes:

De acuerdo con la Figura 5.20 anterior, la cota del plano horizontal de referencia, para situar el chaflán de la derecha, con respecto a la cota de trabajo Y en el eje, está a una altura fi por encima; a la cual se le llama *cota nominal de trabajo*. Para el chaflán de la izquierda la altura es fc por debajo. Por lo tanto, para este caso:

Para el chaflán derecho:

$$\text{Cota nominal de trabajo} = Y + fi = Y + m \left(\frac{B}{2} \right)$$

$$X_d = \frac{B}{2} + \frac{Y_d}{t_f}$$

Para el chaflán izquierdo:

$$\text{Cota nominal de trabajo} = Y - fc = Y - m \left(\frac{B}{2} + S \right)$$

$$X_i = \left(\frac{B}{2} + S \right) + \frac{Y_i}{t_f}$$

En la parte superior de la Figura 5.21, se ha dispuesto la cartera de chaflanes correspondiente a los datos de la Figura 5.20 anterior.

El método de cálculo del área por chaflanes, denominado *regla de las cruces*, ilustrado en la parte inferior de la Figura 5.21, utiliza la cartera de chaflanes, artificialmente colocando un cero (0) en el denominador del quebrado del centro, y adicionando un par de quebrados extremos de numerador cero (0) y denominador el valor de la semi-banca ($B/2+S$ y $B/2$ respectivamente).

CARTERA DE CHAFLANES

Izquierdo	Centro	Derecho
$\frac{Y_i}{X_i}$	$\frac{Y}{\text{Abcisa}}$	$\frac{Y_d}{X_d}$

REGLA DE LAS CRUCES

$$\frac{0}{B/2+S} \times \frac{Y_i}{X_i} \times \frac{Y}{0} \times \frac{Y_d}{X_d} \times \frac{0}{B/2}$$

Figura 5.21 Área sección homogénea simple en curva, por chaflanes

Si se efectúan los productos en diagonal, de tal manera que a los productos de las líneas continuas se le resten los de las líneas discontinuas, se obtendrá el doble del área. Por lo tanto:

$$2A_t = \left(\frac{B}{2} + S\right)Y_i + X_i(Y) + Y(X_d) + Y_d\left(\frac{B}{2}\right)$$

$$A_t = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{B}{2}\right)Y_d + \left(\frac{B}{2} + S\right)Y_i + Y(X_d + X_i) \right]$$

Que es la misma ecuación (5-22).

Método de las coordenadas de los vértices:

La Figura 5.22 presenta la sección transversal bajo el sistema de coordenadas (x, y) .

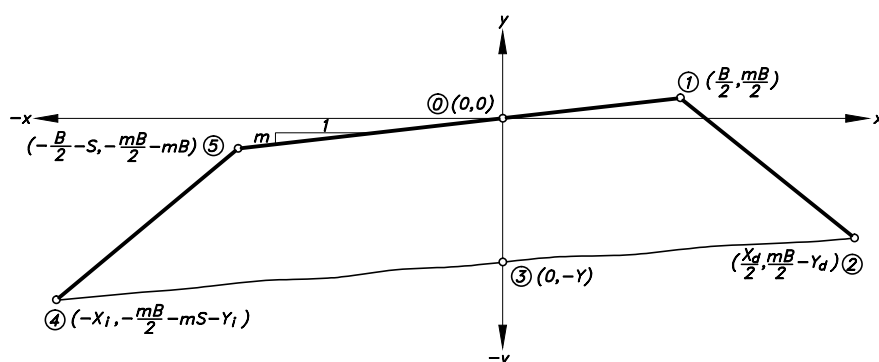


Figura 5.22 Área sección homogénea simple en curva, por coordenadas de los vértices

Organizando las coordenadas de los vértices, según la Figura 5.23, se tiene:

$$2A_t = \frac{mB}{2}(X_d) + (-Y)(-X_i) + \left(-\frac{mB}{2} - mS - Y_i\right)\left(\frac{B}{2} + S\right) + \left(-\frac{mB}{2} - mS\right)\frac{B}{2} \\ - \left(\frac{mB}{2} - Y_d\right)\frac{B}{2} - (-Y)(-X_d) - \left(-\frac{mB}{2} - mS\right)(-X_i) - \left(\frac{mB}{2}\right)\left(-\frac{B}{2} - S\right)$$

TIPO DE ÁREA	VÉRTICE	COORDENADAS		
		y		x
<i>Terraplén</i>	①	$\frac{mB}{2}$		$\frac{B}{2}$
	②	$\frac{mB}{2} - Y_d$		X_d
	③	$-Y$		0
	④	$-\frac{mB}{2} - mS - Y_i$		$-X_i$
	⑤	$-\frac{mB}{2} - mS$		$-\frac{B}{2} - S$
	①	$\frac{mB}{2}$		$\frac{B}{2}$

Figura 5.23 Área sección homogénea simple en curva, por coordenadas

$$\begin{aligned}
 2A_t = & \frac{mB}{2}(X_d) + Y(X_i) + \frac{mB}{2}\left(\frac{B}{2}\right) + \frac{mB}{2}(S) + mS\left(\frac{B}{2}\right) + mS(S) + Y_i\left(\frac{B}{2}\right) + Y_i(S) \\
 & - \frac{mB}{2}\left(\frac{B}{2}\right) - mS\left(\frac{B}{2}\right) - \frac{mB}{2}\left(\frac{B}{2}\right) + Y_d\left(\frac{B}{2}\right) + Y(X_d) - \frac{mB}{2}(X_i) - mS(X_i) \\
 & + \frac{mB}{2}\left(\frac{B}{2}\right) + \frac{mB}{2}(S)
 \end{aligned}$$

Organizando los términos, resulta:

$$\begin{aligned}
 A_t = & \frac{1}{2} \left[\left(\frac{B}{2} \right) Y_d + \left(\frac{B}{2} + S \right) Y_i + Y(X_d + X_i) \right] \\
 & + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{mB}{2} \right) (X_d - X_i) + mS(S + B - X_i) \right]
 \end{aligned} \tag{5-23}$$

Esta expresión da el *área exacta* de la sección transversal. Obsérvese que la primera parte de ella, es el área dada por los dos métodos anteriores (Ecuación 5-22). De allí que, la segunda parte representa la corrección, que para efectos prácticos es muy pequeña, mostrando así la aplicabilidad de ellos. Sin embargo, todas las veces que se quiera el área precisa, deberá considerarse expresiones como la dada por la ecuación (5-23).

④ ÁREA DE UNA SECCIÓN MIXTA COMPUESTA EN CURVA

Se denomina *compuesta* debido a que el perfil transversal del terreno es irregular, por lo que para precisar mejor su área es necesario acotar diferentes puntos, exactamente donde el terreno cambia.

Como se vio anteriormente, cualquiera de los cuatro métodos tiene aplicación en el cálculo del área. Por esta razón, para este caso, se usará solamente el de la regla de las cruces basado en la cartera de chaflanes, tomando como modelo una sección mixta en curva derecha con un cero lateral izquierdo, como lo ilustra la Figura 5.24.

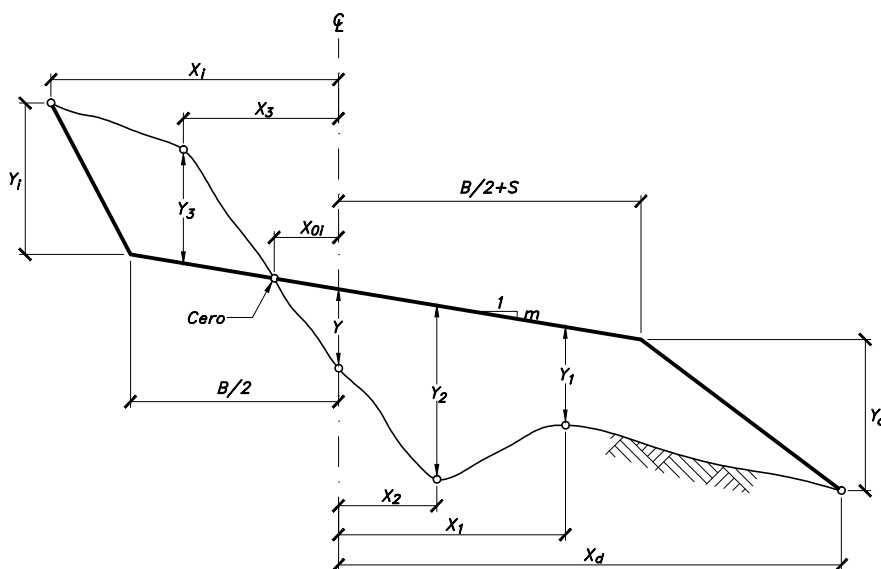


Figura 5.24 Área sección mixta compuesta en curva

Los datos correspondientes a esta sección se muestran en la Figura 5.25, en la cartera de chaflanes y la regla de las cruces, para lo cual:

$$2A_c = \frac{B}{2}(X_i) + X_i(Y_3) - Y_i(X_3) - Y_3(X_{0i})$$

$$A_c = \frac{1}{2} \left[Y_i \left(\frac{B}{2} - X_3 \right) + Y_3 (X_i - X_{0i}) \right] \quad (5-24)$$

CARTERA DE CHAFLANES

Izquierdo			Centro	Derecho		
$\frac{Y_1}{X_1}$	$\frac{Y_3}{X_3}$	$\frac{0.000}{X_{01}}$	$\frac{Y}{\text{Abscisa}}$	$\frac{Y_2}{X_2}$	$\frac{Y_1}{X_1}$	$\frac{Y_d}{X_d}$

REGLA DE LAS CRUCES

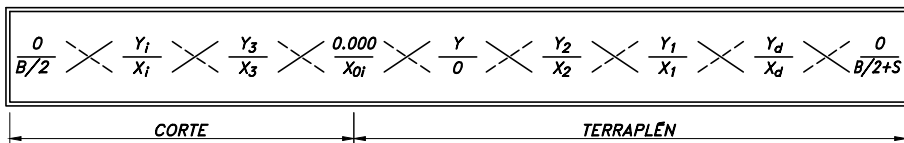


Figura 5.25 Área sección mixta compuesta en curva, por chaflanes

$$2A_t = X_{01}(Y) + Y(X_2) + Y_2(X_1) + Y_1(X_d) + Y_d\left(\frac{B}{2} + S\right) - X_2(Y_1) - X_1(Y_d)$$

$$A_t = \frac{1}{2} \left[Y(X_{01} + X_2) + Y_d\left(\frac{B}{2} + S - X_1\right) + Y_1(X_d - X_2) + Y_2(X_1) \right] \quad (5-25)$$

5.6 VOLÚMENES DE TIERRA: CUBICACIÓN

Una vez que se han calculado las áreas de las secciones transversales, se puede proceder a calcular el volumen correspondiente entre ellas.

Para que dicho volumen se pueda calcular fácilmente, será necesario suponer que entre cada par de secciones consecutivas existe un sólido geométrico compuesto de elementos conocidos o identificables. En este sentido, el sólido que más se aproxima a esta configuración es el *prismoide*, como el ilustrado en la Figura 5.26. El prismoide es aquel sólido geométrico limitado en los extremos por las caras laterales paralelas correspondientes a las secciones transversales; y lateralmente por los planos de los taludes, el plano de la banca y la superficie del terreno natural.

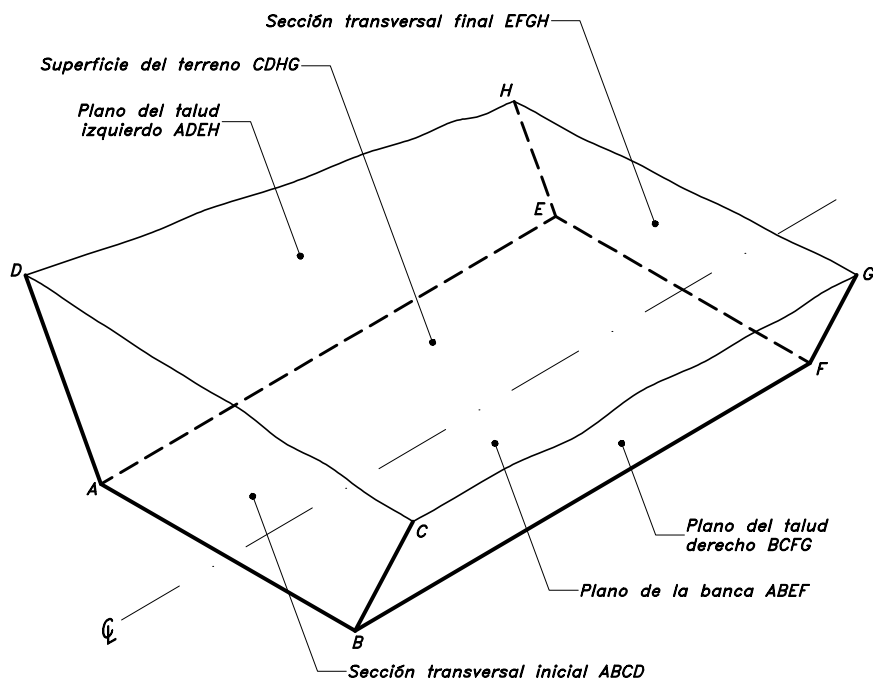


Figura 5.26 El prismoide en carreteras

El volumen del *prismoide* se calcula mediante la siguiente expresión:

$$V = \frac{L}{6} (A_1 + A_2 + 4A_m) \quad (5-26)$$

Donde:

V = Volumen del prismoide (m^3).

A_1 = Área de la sección transversal extrema inicial (m^2).

A_2 = Área de la sección transversal extrema final (m^2).

A_m = Área de la sección media (m^2). Es aquella sección situada exactamente a $L/2$.

También puede utilizarse, en forma aproximada, la fórmula de las *áreas medias*. Este método supone que el área de la sección media A_m es igual al promedio aritmético entre A_1 y A_2 . Esto es:

$$A_m = \frac{A_1 + A_2}{2}$$

Reemplazando en la ecuación (5-26):

$$V = \frac{L}{6} \left[A_1 + A_2 + 4 \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) \right] = \frac{L}{6} (3A_1 + 3A_2)$$

$$V = L \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) \quad (5-27)$$

Esta fórmula es más precisa a medida que A_1 y A_2 tiendan a ser iguales. Cuando una de las secciones tiende a cero, el volumen se calcula como un *pirámide*:

$$V = \frac{AL}{3} \quad (5-28)$$

Otro tipo de sólido geométrico que aparece con frecuencia, cuando se forman secciones mixtas, es el *tronco de pirámide*, cuyo volumen se calcula como:

$$V = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) \quad (5-29)$$

La Figura 5.27 muestra la formación de estos tres sólidos geométricos, cuyos volúmenes son:

Entre la sección 1-1 y la sección 2-2:

$$\text{Volumen de corte} = \text{Prismoide} = V_c = \frac{L_1}{6} (A_1 + A_2 + 4A_m)$$

También:

$$\text{Volumen de corte} = \text{Prismoide} = V_c = L_1 \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right)$$

Entre la sección 2-2 y la sección 3-3:

$$\text{Volumen de corte} = \text{Tronco de pirámide} = V_c = \frac{L_2}{3} (A_2 + A_3 + \sqrt{A_2 A_3})$$

$$\text{Volumen de terraplén} = \text{Pirámide} = V_l = \frac{A_4 L_2}{3}$$

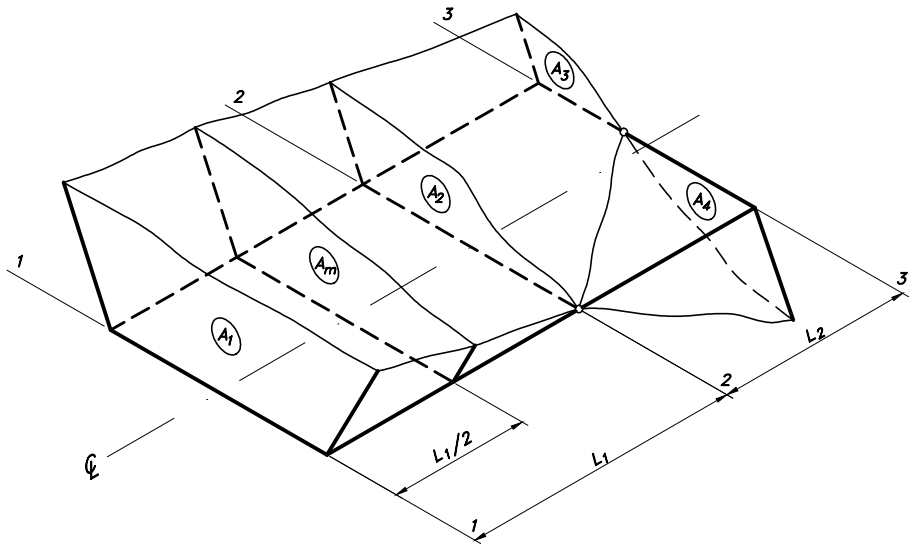


Figura 5.27 Prismoide, tronco de pirámide y pirámide

EJEMPLO 5.4: Áreas y volúmenes de terraplén y corte

Datos:
Un tramo de una carretera secundaria de 30 metros de longitud y 10 metros de ancho de banca, tiene los chaflanes que se presentan en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6 Cartera de chaflanes en recta. Ejemplo 5.4

IZQUIERDO		EJE	DERECHO	
+3.6	0.00	-2.4		-9.3
10.2	3.4	K0+030		9.4
+3.2		0.00		-3.5
9.8		K0+024		7.6
+3.8		+1.0	0.00	-3.6
10.5		K0+020	1.6	6.7
+4.5		+1.9		0.00
10.3		K0+015		5.0
+3.4		+3.2		+2.5
9.9		K0+010		8.6
+3.3		+4.2		+5.4
9.8		K0+000		13.2

Las áreas y los volúmenes de terraplén y corte en todo el tramo.

En la Figura 5.28 se ha dibujado un esquema tridimensional de la información dada, referente a abscisas, cotas de trabajo, chaflanes y ceros para cada sección transversal.

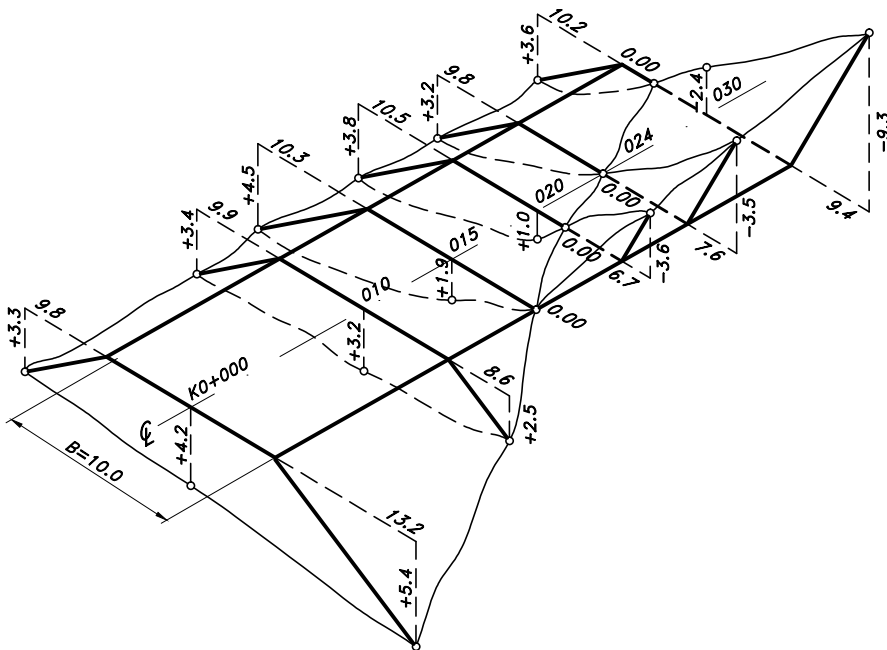


Figura 5.28 Abscisas, cotas de trabajo, chaflanes y ceros

a) Áreas de las secciones transversales

En la Figura 5.29 se ha dispuesto la cartera de chaflanes, de tal manera que se puedan calcular las áreas de las secciones por el método de la regla de las cruces.

ABSCISAS	REGLA DE LAS CRUCES
K0+030	$\begin{array}{ccccccc} \frac{0}{5} & \times & \frac{3.6}{10.2} & \times & \frac{0.00}{3.4} & \times & \frac{2.4}{0} & \times & \frac{9.3}{9.4} & \times & \frac{0}{5} \\ & & \text{Terraplén} & & & & \text{Corte} & & & & \end{array}$
K0+024	$\begin{array}{ccccccc} \frac{0}{5} & \times & \frac{3.2}{9.8} & \times & \frac{0.00}{0} & \times & \frac{3.5}{7.6} & \times & \frac{0}{5} \\ & & \text{Terraplén} & & & & \text{Corte} & & \end{array}$
K0+020	$\begin{array}{ccccccc} \frac{0}{5} & \times & \frac{3.8}{10.5} & \times & \frac{1.0}{0} & \times & \frac{0.00}{1.6} & \times & \frac{3.6}{6.7} & \times & \frac{0}{5} \\ & & \text{Terraplén} & & & & \text{Corte} & & \end{array}$
K0+015	$\begin{array}{ccccccc} \frac{0}{5} & \times & \frac{4.5}{10.3} & \times & \frac{1.9}{0} & \times & \frac{0.00}{5.0} & \times & \frac{0}{5} \\ & & \text{Terraplén} & & & & & & \end{array}$
K0+010	$\begin{array}{ccccccc} \frac{0}{5} & \times & \frac{3.4}{9.9} & \times & \frac{3.2}{0} & \times & \frac{2.5}{8.6} & \times & \frac{0}{5} \\ & & \text{Terraplén} & & & & & & \end{array}$
K0+000	$\begin{array}{ccccccc} \frac{0}{5} & \times & \frac{3.3}{9.8} & \times & \frac{4.2}{0} & \times & \frac{5.4}{13.2} & \times & \frac{0}{5} \\ & & \text{Terraplén} & & & & & & \end{array}$

Figura 5.29 Áreas de las secciones por el método de los chaflanes. Ejemplo 5.4

Sección de abscisa K0+000:

Terraplén:

$$A_t = \frac{1}{2} [5(3.3) + 9.8(4.2) + 4.2(13.2) + 5.4(5)] = 70.050 \text{ m}^2$$

Sección de abscisa K0+010:

Terraplén:

$$A_t = \frac{1}{2} [5(3.4) + 9.9(3.2) + 3.2(8.6) + 2.5(5)] = 44.350 \text{ m}^2$$

Sección de abscisa K0+015:

Terraplén:

$$A_t = \frac{1}{2} [5(4.5) + 10.3(1.9) + 1.9(5)] = 25.785 \text{ m}^2$$

Sección de abscisa K0+020:

Terraplén:

$$A_t = \frac{1}{2}[5(3.8) + 10.5(1.0) + 1.0(1.6)] = 15.550 \text{ m}^2$$

Corte:

$$A_c = \frac{1}{2}[3.6(5) - 1.6(3.6)] = 6.120 \text{ m}^2$$

Sección de abscisa K0+024:

Terraplén:

$$A_t = \frac{1}{2}[5(3.2)] = 8.000 \text{ m}^2$$

Corte:

$$A_c = \frac{1}{2}[3.5(5)] = 8.750 \text{ m}^2$$

Sección de abscisa K0+030:

Terraplén:

$$A_t = \frac{1}{2}[5(3.6) - 3.6(3.4)] = 2.880 \text{ m}^2$$

Corte:

$$A_c = \frac{1}{2}[3.4(2.4) + 2.4(9.4) + 9.3(5)] = 38.610 \text{ m}^2$$

b) Volúmenes entre secciones transversalesEntre las secciones de abscisas K0+000 y K0+010:

Terraplén: Prismoide, según ecuación (5-27),

$$V_t = L \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) = 10 \left(\frac{70.050 + 44.350}{2} \right) = 572.000 \text{ m}^3$$

Entre las secciones de abscisas K0+010 y K0+015:

Terraplén: Prismoide, ecuación (5-27),

$$V_t = L \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) = 5 \left(\frac{44.350 + 25.785}{2} \right) = 175.338 \text{ m}^3$$

Entre las secciones de abscisas K0+015 y K0+020:

Terraplén: Tronco de pirámide, según ecuación (5-29),

$$V_t = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{5}{3} [25.785 + 15.550 + \sqrt{25.785(15.550)}] = 102.265 \text{ m}^3$$

Corte: Pirámide, según ecuación (5-28),

$$V_c = \frac{AL}{3} = \frac{6.120(5)}{3} = 10.200 \text{ m}^3$$

Entre las secciones de abscisas K0+020 y K0+024:

Terraplén: Tronco de pirámide, ecuación (5-29),

$$V_t = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{4}{3} [15.550 + 8.000 + \sqrt{15.550(8.000)}] = 46.271 \text{ m}^3$$

Corte: Tronco de pirámide, ecuación (5-29),

$$V_c = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{4}{3} [6.120 + 8.750 + \sqrt{6.120(8.750)}] = 29.584 \text{ m}^3$$

Entre las secciones de abscisas K0+024 y K0+030:

Terraplén: Tronco de pirámide, ecuación (5-29),

$$V_t = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{6}{3} [8.000 + 2.880 + \sqrt{8.000(2.880)}] = 31.360 \text{ m}^3$$

Corte: Tronco de pirámide, ecuación (5-29),

$$V_c = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{6}{3} [8.750 + 38.610 + \sqrt{8.750(38.610)}] = 131.481 \text{ m}^3$$

Calculadas las áreas y los volúmenes se elabora la cartera de cubicación, tal como se muestra en la Tabla 5.7.

Como se puede apreciar en la cartera de cubicación, para cada abscisa, aparece en la parte izquierda la posición de los chaflanes y ceros, en la parte central las áreas respectivas, y en la parte derecha los volúmenes entre secciones sucesivas.

Tabla 5.7 Cartera de cubicación. Ejemplo 5.4

ABSCISA	CHAFLANES					ÁREAS (m ²)		VOLÚMENES (m ³)	
	IZQUIERDO	EJE	DERECHO			CORTE	TERRAP.	CORTE	TERRAP.
K0+030	+3.6/10.2	0.00/3.4	-2.4		-9.3/9.4	38.610	2.880		
								131.481	31.360
024	+3.2/9.8		0.00		-3.5/7.6	8.750	8.000		
								29.584	46.271
020	+3.8/10.5		+1.0	0.00/1.6	-3.6/6.7	6.120	15.550		
								10.200	102.265
015	+4.5/10.3		+1.9		0.00/5.0		25.785		
									175.338
010	+3.4/9.9		+3.2		+2.5/8.6		44.350		
									572.000
K0+000	+3.3/9.8		+4.2		+5.4/13.2		70.050		
VOLÚMENES TOTALES								171.265	927.234

EJEMPLO 5.5: Áreas y volúmenes de corte y terraplén**Datos:**

Para un tramo de ancho de banca de 10 metros, en la Tabla 5.8, se muestran los chaflanes, ceros y puntos topográficos.

Tabla 5.8 Cartera de chaflanes y topografía. Ejemplo 5.5

IZQUIERDO		EJE	DERECHO	
0.00	+1.22	+3.32	+2.84	+3.58
5.00	1.60	K8+580	3.60	10.20
-3.28	0.00	+2.58		+3.52
6.80	1.20	K8+564		10.18
-4.46		0.00		+2.96
7.20		K8+546		9.60

Calcular:

Las áreas y los volúmenes de corte y terraplén para el tramo.

Solución:**a) Áreas de las secciones transversales**

En la Figura 5.30 se ha dispuesto la cartera de chaflanes, para calcular las áreas de las secciones por el método de la regla de las cruces.

ABSCISAS	REGLA DE LAS CRUCES
K8+580	$\frac{0}{5} \times \frac{0.00}{5.00} \times \frac{1.22}{1.60} \times \frac{3.32}{0} \times \frac{2.84}{3.60} \times \frac{3.58}{10.20} \times \frac{0}{5}$ <p style="text-align: center;">Terraplén</p>
K8+564	$\frac{0}{5} \times \frac{3.28}{6.80} \times \frac{0.00}{1.20} \times \frac{2.58}{0} \times \frac{3.52}{10.18} \times \frac{0}{5}$ <p style="text-align: center;">Corte</p>
K8+546	$\frac{0}{5} \times \frac{4.46}{7.20} \times \frac{0.00}{0} \times \frac{2.96}{9.60} \times \frac{0}{5}$ <p style="text-align: center;">Corte</p>

Figura 5.30 Áreas de las secciones por el método de los chaflanes. Ejemplo 5.5

Sección de abscisa K8+546:

Es una sección mixta con un cero en el eje, para la cual las áreas respectivas son:

Corte:

$$A_c = \frac{1}{2} [5(4.46)] = 11.150 \text{ m}^2$$

Terraplén:

$$A_t = \frac{1}{2} [2.96(5)] = 7.400 \text{ m}^2$$

Sección de abscisa K8+564:

Es una sección mixta con un cero lateral izquierdo, cuyas las áreas son:

Corte:

$$A_c = \frac{1}{2} [5(3.28) - 3.28(1.20)] = 6.232 \text{ m}^2$$

Terraplén:

$$A_t = \frac{1}{2} [1.20(2.58) + 2.58(10.18) + 3.52(5)] = 23.480 \text{ m}^2$$

Sección de abscisa K8+580:

Se trata de una sección homogénea compuesta en terraplén con un cero en el chaflán izquierdo, de área:

$$A_t = \frac{1}{2} [5.00(1.22) + 1.60(3.32) + 3.32(3.60) + 2.84(10.20) + 3.58(5) - 3.60(3.58)] \\ = 28.672 \text{ m}^2$$

b) Volúmenes entre secciones transversalesEntre las secciones de abscisas K8+546 y K8+564:

Corte: Tronco de pirámide,

$$V_c = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{18}{3} [11.150 + 6.232 + \sqrt{11.150(6.232)}] = 154.307 \text{ m}^3$$

Terraplén: Tronco de pirámide,

$$V_t = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{18}{3} [7.400 + 23.480 + \sqrt{7.400(23.480)}] = 264.369 \text{ m}^3$$

Entre las secciones de abscisas K8+564 y K8+580:

Corte: Pirámide,

$$V_c = \frac{AL}{3} = \frac{6.232(16)}{3} = 33.237 \text{ m}^3$$

Terraplén: Tronco de pirámide,

$$V_t = \frac{L}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}) = \frac{16}{3} [23.480 + 28.672 + \sqrt{23.480(28.672)}] = 416.525 \text{ m}^3$$

En la Tabla 5.9, se resumen las áreas y los volúmenes de este tramo.

Tabla 5.9 Áreas y volúmenes. Ejemplo 5.5

ABSCISA	ÁREAS (m ²)		VOLÚMENES (m ³)	
	CORTE	TERRAPLÉN	CORTE	TERRAPLÉN
K8+580		28.672		
K8+564	6.232	23.480	33.237	416.525
			154.307	264.369
K8+546	11.150	7.400		

EJEMPLO 5.6: Cálculo de ancho de banca, talud y área

Datos:
Para una sección transversal, la Tabla 5.10 muestra la disposición de los chaflanes.

Tabla 5.10 Cartera de chaflanes. Ejemplo 5.6

IZQUIERDO		EJE	DERECHO	
-2.40		-2.16	-1.48	0.00
6.00		Sección	2.88	3.60

Calcular:
El ancho de la banca, el talud usado y el área de la sección.

Solución:

En la parte superior de la Figura 5.31 se ha dibujado la sección transversal con la información dada, para la cual:

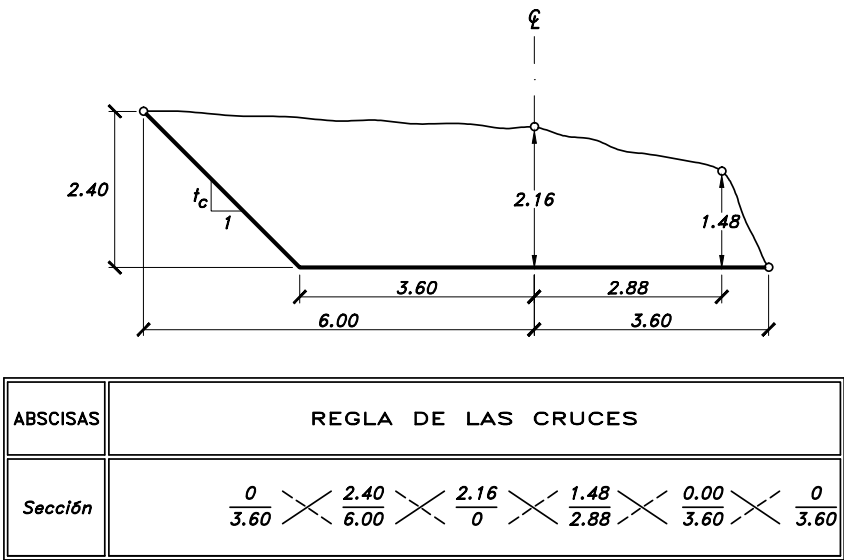


Figura 5.31 Cálculo de ancho de banca, talud y área

Ancho de banca: B

$$\frac{0.00}{3.60}, \text{ indica un cero en el chaflán derecho, esto es,}$$

$$\frac{0.00}{3.60} = \frac{0.00}{B/2}, \text{ de donde:}$$

$$B = 7.20m$$

Talud: t_c

$$\frac{t_c}{1} = \frac{2.40}{6.00 - 3.60}, \text{ de donde:}$$

$$t_c = 1, \text{ talud del } 1 \text{ ó } 45^\circ$$

Área: A_c

Se trata de una sección homogénea compuesta en corte. Según la parte inferior de la Figura 5.31, al aplicar la regla de las cruces, se tiene:

$$A_c = \frac{1}{2} [3.60(2.40) + 6.00(2.16) + 2.16(2.88) + 1.48(3.60)] = 16.574 m^2$$

EJEMPLO 5.7: Posición de chaflanes y área

Datos:

Una sección transversal en recta presenta las siguientes características geométricas:

Ancho de banca	= 15m
Cota de trabajo en el eje	= -0.50m
Talud en corte	= 1 horizontal por 1 vertical
Talud en terraplén	= 2 horizontales por 1 vertical

El terreno natural es bastante uniforme, bajando hacia la derecha con una pendiente de 5 horizontales por 1 vertical.

Calcular:

- La posición de los chaflanes, derecho e izquierdo.
- El área de la sección transversal.

Solución:

De acuerdo con la Figura 5.32, se tiene:

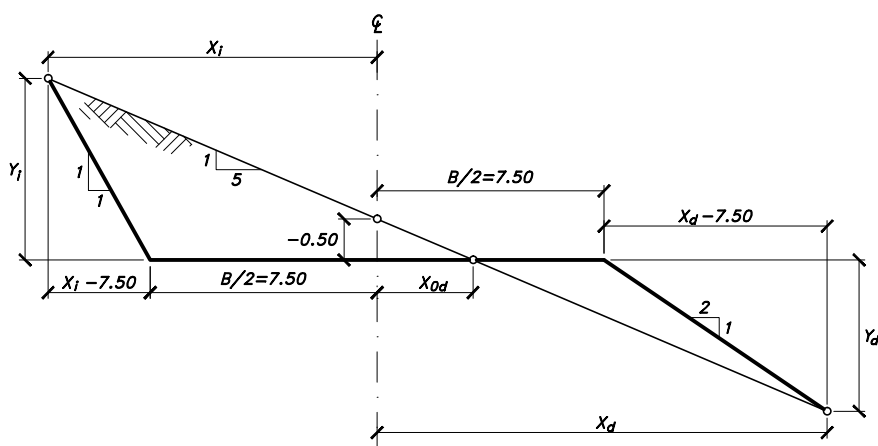


Figura 5.32 Posición de chaflanes y cálculo de área

a) Posición de los chaflanes

Cero lateral derecho: X_{0d}

$$\frac{X_{0d}}{0.50} = \frac{5}{1}, \text{ de donde,}$$

$$X_{0d} = 0.50(5) = 2.50\text{m}$$

Chaflán izquierdo: X_i, Y_i

Relacionando triángulos con respecto al terreno natural, se tiene:

$$\frac{X_i + X_{0d}}{Y_i} = \frac{5}{1}$$

Relacionando triángulos con respecto al talud de corte:

$$\frac{X_i - 7.50}{Y_i} = \frac{1}{1}$$

$$Y_i = X_i - 7.50$$

Reemplazando:

$$\frac{X_i + 2.50}{X_i - 7.50} = \frac{5}{1}$$

$$X_i + 2.50 = 5X_i - 37.50 \quad , \text{ esto es,}$$

$$X_i = 10.00m$$

$$Y_i = X_i - 7.50 = 10.00 - 7.50 = 2.50m \quad , \text{ por lo tanto:}$$

$$\text{El chafflán izquierdo es: } \frac{Y_i}{X_i} = \frac{-2.50}{10.00}$$

Chafflán derecho: X_d, Y_d

Igualmente relacionando triángulos:

$$\frac{X_d}{Y_d + 0.50} = \frac{5}{1}$$

$$X_d = 5Y_d + 2.50$$

$$\frac{Y_d}{X_d - 7.50} = \frac{1}{2}$$

$$Y_d = \frac{X_d}{2} - 3.75$$

Reemplazando:

$$X_d = 5\left(\frac{X_d}{2} - 3.75\right) + 2.50 \quad , \text{ esto es,}$$

$$X_d = 10.833m$$

$$Y_d = \frac{10.833}{2} - 3.75 = 1.667m \quad , \text{ por lo tanto:}$$

$$\text{El chafflán derecho es: } \frac{Y_d}{X_d} = \frac{+1.667}{10.883}$$

Áreas: A_c, A_t

Se observa en la Figura 5.32 que las áreas de corte y terraplén son:

$$A_c = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{B}{2} + X_{od} \right) Y_i \right] = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{15}{2} + 2.50 \right) 2.50 \right] = 12.500 m^2$$

$$A_t = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{B}{2} - X_{od} \right) Y_d \right] = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{15}{2} - 2.50 \right) 1.667 \right] = 4.168 m^2$$

5.7 MOVIMIENTO DE VOLÚMENES DE TIERRA Y DIAGRAMA DE MASAS

5.7.1 Transporte de material excavado^[6,7,11]

Cuando se diseña el perfil longitudinal de una vía, se trata de lograr que los volúmenes de corte y de terraplén sean aproximadamente iguales, con ligera ventaja de los cortes. Esto se realiza con la finalidad de lograr que el material excavado de los cortes sirva para conformar los terraplenes. El material excedente corresponde a los volúmenes que se supone no sirven para rellenos, como por ejemplo la capa vegetal. En esta forma, no hay necesidad de realizar cortes diferentes para obtener material para los terraplenes.

Sin embargo, esta solución teórica es difícil de llevar a la práctica, porque pueden presentarse otros factores a tener en cuenta para lograr un mejor trazado y más económico. Estos factores son:

- El trazado de la vía, que no permite compensación. Por ejemplo, en un trazado en media ladera, generalmente los cortes son mayores que los terraplenes; caso contrario en los trazados en terreno plano. Los trazados en montaña casi siempre presentan cortes mucho más grandes que los terraplenes.
- Los materiales obtenidos en los cortes, muchas veces no sirven para hacer rellenos, ni solos ni mezclados. En este caso, hay que desecharlos (botarlos) y buscar para los terraplenes materiales de otros cortes o materiales obtenidos en préstamos de otras partes.
- La distancia de transporte del material entre los cortes y los terraplenes puede ser tan grande que, a pesar de que haya suficiente cantidad y sea de buena calidad, el traslado puede resultar tan costoso que sea mejor botar el material excavado de los cortes y conseguir préstamos para conformar los terraplenes.

Se llama *material de préstamo* aquel que por cualquier circunstancia es necesario excavar fuera de los chaflanes de la vía, y *material de desperdicio* aquel corte que no se utiliza en los rellenos.

Como se puede apreciar, existe la posibilidad o necesidad de recurrir a préstamos o a vertederos (botaderos), de los cuales se extraen los materiales aptos que faltan o en los cuales se depositan los materiales sobrantes (sean aptos o no). En cualquier caso, tales prácticas necesitan del consentimiento de los propietarios de los terrenos afectados, quienes suelen recibir un canon o contrapartida por cada metro cúbico extraído o vertido, además de otras compensaciones. En algunos casos, más difíciles incluso, hay que prever los préstamos o los vertederos (o ambos) en el desarrollo de los estudios y el proyecto, incluyendo la ocupación de los terrenos de los bienes afectados, a los cuales se les aplica el procedimiento expropiatorio.

Una parte importante de las compensaciones derivadas de la apertura de un préstamo o de un vertedero, se refiere a su acondicionamiento final, una vez terminada la extracción o el depósito, de manera que el impacto causado en el entorno resulte admisible. Precisamente la actual preponderancia de las cuestiones ambientales ha hecho que el recurso a préstamos o a vertederos, forme parte del impacto ambiental de la construcción de una carretera y, por lo tanto, que se estudie junto a los demás componentes del impacto ambiental, durante la fase de planeamiento.

5.7.2 Representación del diagrama de masas

Como la compensación de volúmenes es compleja y dispendiosa, se han ideado métodos gráficos que dan una buena aproximación con bastante sencillez.

Tal como se ilustra en la Figura 5.33, el *diagrama de masas* es la representación gráfica del volumen de tierra a mover y de las distancias a que hay que transportarlo, en un tramo determinado de la carretera en construcción.

Técnicamente es una curva o gráfico, en el que las distancias horizontales (abscisas) representan las estaciones de la carretera y las distancias verticales (ordenadas) indican las sumas algebraicas de los volúmenes acumulados de los cortes y terraplenes, a partir de un punto origen en el perfil longitudinal de la carretera.

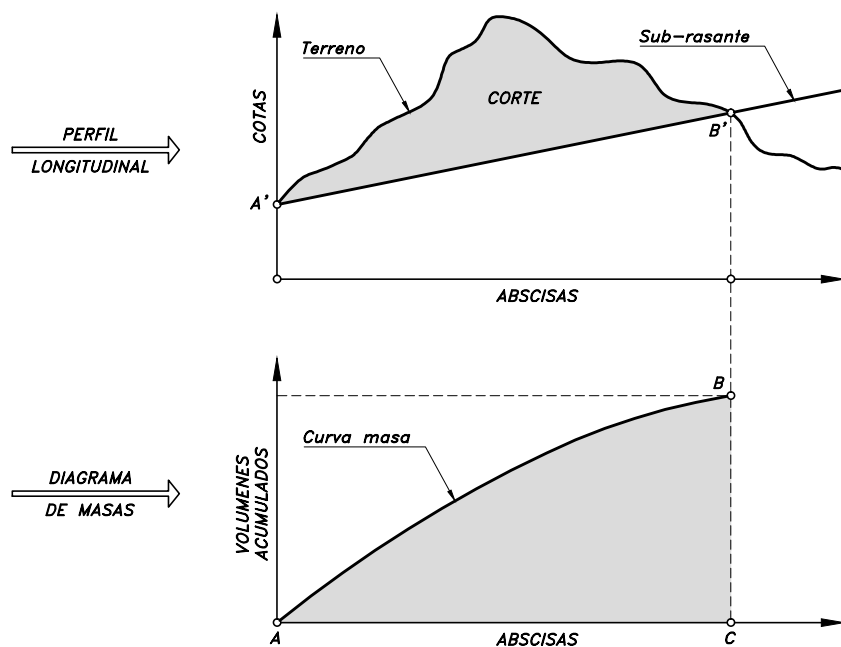


Figura 5.33 Perfil longitudinal y diagrama de masas

Los puntos en el diagrama de masas se conectan con segmentos rectos o con una línea continua.

En este caso, el valor de la ordenada BC , representa el volumen acumulado de corte entre las abscisas A' y B' respectivamente. Para una correcta interpretación, los volúmenes de corte se consideran positivos (+) y los de terraplén negativos (-).

Cuando se tiene corte y terraplén en la misma abscisa, se utiliza la diferencia entre los dos como ordenada en ese punto; ya que cuando esto sucede, el terraplén se conforma con el corte realizado en esa misma abscisa, moviendo el material en ángulo recto con el eje longitudinal, o en *acarreo transversal* (es el caso de secciones mixtas). Si sobra material de corte, éste se convierte en *acarreo longitudinal*, que es el que interesa conocer.

En la parte superior de la Figura 5.34 se ha dibujado dos veces el perfil longitudinal del terreno y la sub-rasante de una carretera, y en la parte inferior su correspondiente diagrama de masas. En ella, se identifican otras propiedades del diagrama de masas, tales como:

- El valor de cualquier ordenada, representa el volumen de corte acumulado hasta ese punto, menos el volumen de terraplén también acumulado hasta ese punto.
- La parte ascendente de la curva masa define una zona de corte: el tramo AC representa el corte entre las abscisas A' y C' . A su vez, la parte descendente de la curva masa define una zona de terraplén: el tramo CE representa el terraplén entre las abscisas C' y E' .
- Cualquier punto de la curva masa, situado sobre la línea base, tiene ordenada nula, lo que indica que los volúmenes de corte y terraplén son iguales desde el origen de la curva hasta ese punto. De esta manera, los puntos donde la curva masa corta la línea base, son los límites de los sectores de movimiento de tierra compensado, denominada *sección balanceada*. Tal es el caso, de los puntos A y B de la curva masa, con ordenadas nulas, indicando que el corte $A'C'$ servirá para conformar el terraplén $C'B'$. También los puntos B y D de la curva masa, con ordenadas nulas, indican que el terraplén $B'E'$ se conformará con el corte $E'D'$.
- En la misma forma que la línea base determina sectores de movimiento de tierra compensado, cualquier línea horizontal como FG , que corte la curva masa en dos puntos (F y G), determina una zona de compensación entre corte y terraplén: el corte FC' servirá para construir el terraplén $C'G'$, por ser más o menos iguales sus volúmenes. Cualquier línea horizontal que corta la curva masa en dos puntos, recibe el nombre de *compensadora*.
- Los puntos máximos de la curva masa indican cambios de corte a terraplén en el sentido del abscisado: el punto máximo C de curva masa indica cambio de corte a terraplén en la abscisa C' del perfil longitudinal. A su vez, los puntos mínimos de la curva masa indican cambios de terraplén a corte: el punto mínimo E de curva masa indica cambio de terraplén a corte en la abscisa E' del perfil longitudinal.

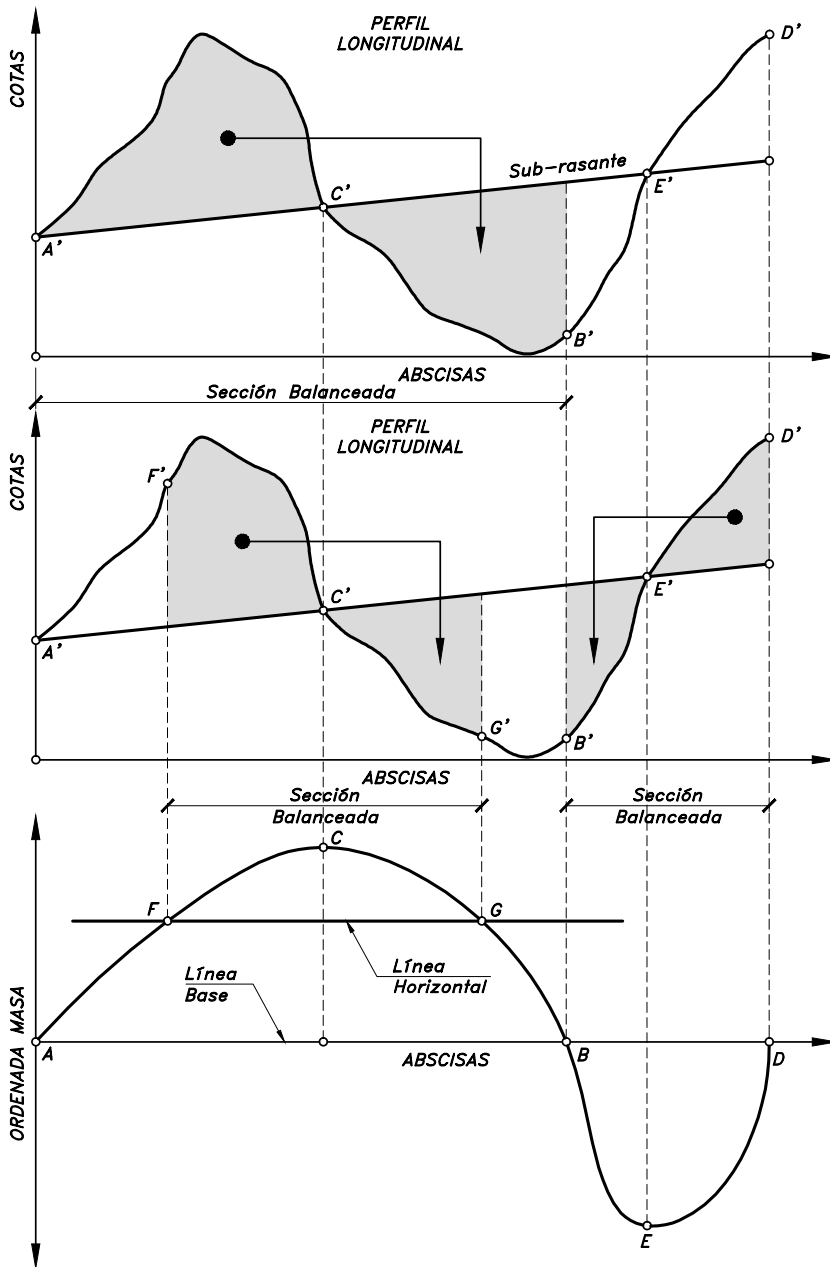


Figura 5.34 Propiedades del diagrama de masas

- Cuando la curva masa está por encima de una línea horizontal, que establezca compensación, el movimiento del material debe realizarse en el sentido de avance del abscisado, y cuando la curva masa está por debajo de la compensadora, el transporte debe realizarse hacia atrás, esto es en sentido opuesto al avance del abscisado. Esta característica la muestran las flechas en la figura.

5.7.3 Factor de compensación en el movimiento de tierras

Debe tenerse en cuenta el exceso de corte, necesario para obtener un terraplén compactado de volumen determinado.

En general 1 m^3 de *corte en banco* no equivale a 1 m^3 de *terraplén compactado*, ya que influyen una variedad de condiciones, tales como:

- Densidades del material en sus estados, original y compactado.
- Tamaño de las partículas.
- Contenidos de humedad.
- Grado de compactación exigido.
- Pérdidas de material en el transporte.
- Arrastre de material por el viento y el agua.

Es importante mencionar que los materiales producto de la excavación en los cortes se expanden y, a su vez, al conformar los terraplenes se contraen por la compactación exigida. Para tener en cuenta esta propiedad, en movimiento de tierras se usa un *factor de compensación* del 25%, u otro que específicamente se indique como resultado de un análisis de suelos.

Para efectos de compensación de volúmenes, resulta prácticamente lo mismo reducir en un 25% el volumen de material de corte, o sea multiplicarlo por 0.75, y conservar invariable el volumen de terraplén, que aumentar en 33% el volumen requerido de terraplén, o sea

multiplicarlo por 1.33, sin modificar el volumen de material de corte disponible. El segundo de estos procedimientos es el más usual^[2].

En otras palabras, el factor de compensación del 25%, significa que con 1 m^3 de *corte en banco* se conforman 0.75 m^3 de *terraplén compactado*, o que 1 m^3 de *terraplén compactado* se conforma con 1.33 m^3 de *corte en banco*.

5.7.4 Uso del diagrama de masas

Para una mejor interpretación del diagrama de masas, en este numeral se desarrolla un ejemplo numérico completo, ilustrando paso a paso los cálculos a realizar, desde la cartera de cubicación, el dibujo mismo de la curva masa, hasta el cálculo de las distancias de acarreo.

❶ GRÁFICO DEL DIAGRAMA DE MASAS

Supóngase que para el perfil longitudinal, ilustrado en la parte superior de la Figura 5.35, se tienen los volúmenes de corte y terraplén anotados en las columnas ② y ③ de la cartera mostrada en la Tabla 5.11. Estos volúmenes se toman de la cartera de cubicación y se consignan en renglones alternados, asignando el signo (+) a los volúmenes en corte y el signo (-) a los volúmenes en terraplén.

Siguiendo el procedimiento de afectar los volúmenes de terraplén con el aumento relativo, en la columna ④ se anotan los productos de cada uno de tales volúmenes (columna ③) por el factor de compensación 1.33, todos bajo el signo (-) que les corresponde.

En la columna ⑤ se anotan las sumas algebraicas de los volúmenes de corte (columna ②) y terraplén compactado (columna ④), existentes entre abscisas consecutivas.

En la columna ⑥ se anotan, al frente de cada abscisa, los volúmenes totales acumulados hasta dicha abscisa con el signo que allí indique la suma. Estos volúmenes acumulados representan las ordenadas de la curva masa, los cuales se dibujan a una escala adecuada.

Tabla 5.11 Cartera para elaborar la curva masa

①	②	③	④	⑤	⑥
ABSCISAS	VOLÚMENES (m ³)			SUMA ALGEBRAICA ②+④ (ACARREO LONGITUDINAL)	VOLÚMENES TOTALES ACUMULADOS (ORDENADA MASA)
	CORTES (+)	TERRAPLÉN SUELTO (-)	TERRAPLÉN COMPACTO ③×1.33 (-)		
K0+000					0
	+800			+800	
K0+020					+800
	+2400			+2400	
K0+040					+3200
	+3300			+3300	
K0+060					+6500
	+2700	-75	-100	+2600	
K0+080					+9100
	+700	-1200	-1600	-900	
K0+100					+8200
	+100	-2250	-3000	-2900	
K0+120					+5300
	+100	-2100	-2800	-2700	
K0+140					+2600
		-1200	-1600	-1600	
K0+160					+1000
		-750	-1000	-1000	
K0+180					0
		-1275	-1700	-1700	
K0+200					-1700
	+100	-1350	-1800	-1700	
K0+220					-3400
	+800	-375	-500	+300	
K0+240					-3100
	+3100			+3100	
K0+260					0
	+2200			+2200	
K0+280					+2200

En este ejemplo la línea base es una línea de equilibrio, ya que entre las abscisas *K0+000* y *K0+180* se tiene una condición de equilibrio, o sección balanceada, esto es, hay suficiente corte entre el *K0+000* y el *K0+080* para conformar el volumen de terraplén entre el *K0+080* y el *K0+180*. Lo mismo sucede entre el *K0+180* y el *K0+260*. Del *K0+260* al *K0+280* hay exceso de corte, que se puede utilizar para conformar terraplenes de más adelante, o si es del caso hasta botar.

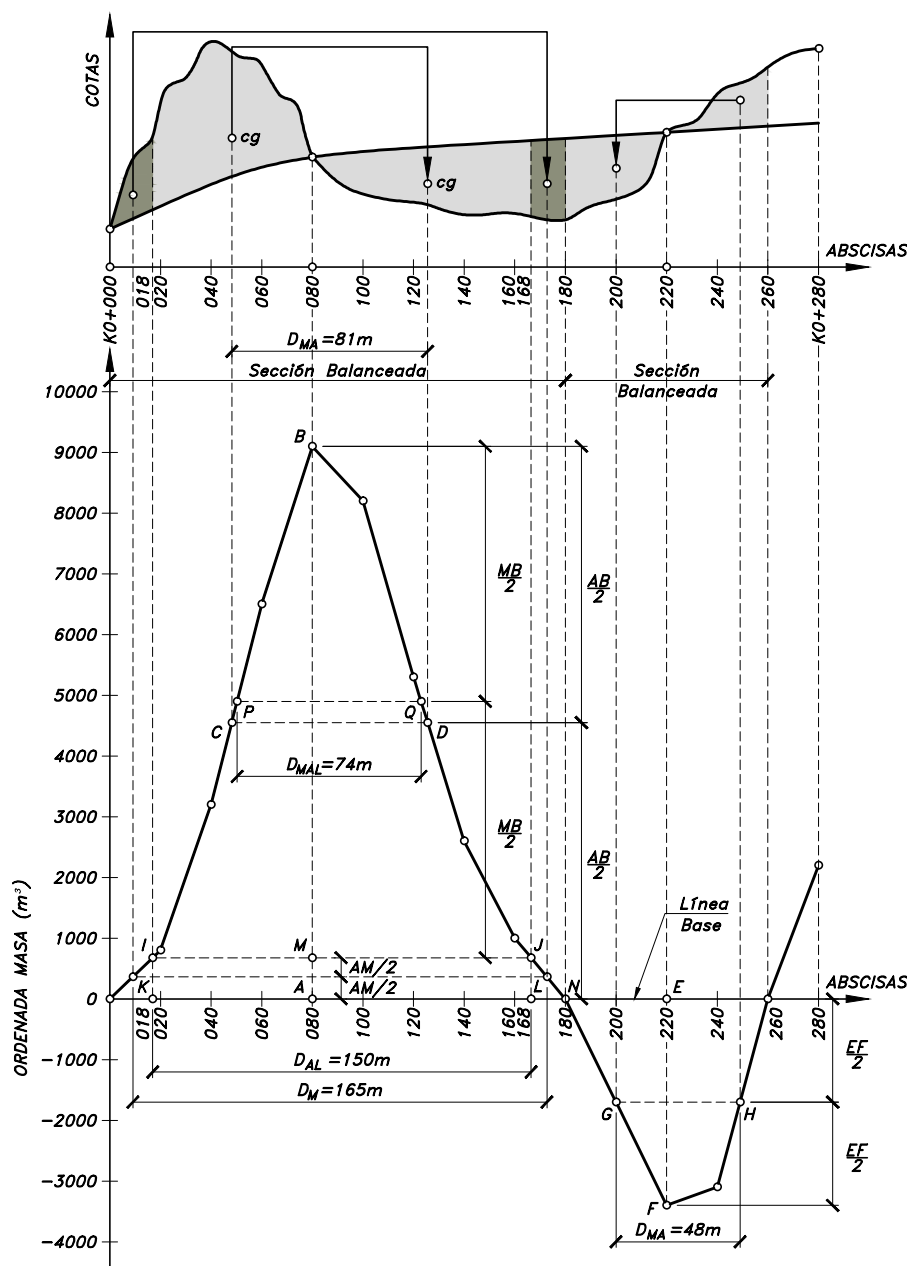


Figura 5.35 Ejemplo numérico del diagrama de masas

② VOLÚMENES DE EXCAVACIÓN

Para una sección balanceada, el volumen total de excavación se puede expresar de la siguiente manera:

$$V_{E.TOTAL} = V_{EL} + V_{ET}$$

Donde:

$V_{E.TOTAL}$ = Volumen total de excavación (sumatoria de los cortes).

V_{EL} = Volumen de excavación que hay que acarrear longitudinalmente.

V_{ET} = Volumen de excavación que hay que acarrear transversalmente.

Entre el K0+000 y el K0+180:

$$V_{E.TOTAL} = \sum_{K0+000}^{K0+180} \text{Cortes} = 800 + 2400 + 3300 + 2700 + 700 + 100 + 100 = 10100 \text{ m}^3$$

Estos 10100 m^3 serán acarreados longitudinal y transversalmente.

De otro lado, la sumatoria de los volúmenes positivos (+) de la columna ⑤, entre estas dos abscisas, representa el volumen de excavación de acarreo longitudinal V_{EL} :

$$V_{EL} = \sum_{K0+000}^{K0+180} \text{Valores positivos columna 5} = 800 + 2400 + 3300 + 2600 = 9100 \text{ m}^3$$

Como se puede observar en la Tabla 5.11 anterior, los 9100 m^3 representan la ordenada máxima de la columna ⑥ para esta sección balanceada.

Por lo tanto, el volumen de excavación de acarreo transversal V_{ET} , es:

$$V_{ET} = V_{E.TOTAL} - V_{EL} = 10100 - 9100 = 1000 \text{ m}^3$$

③ DISTANCIA MEDIA DE TRANSPORTE O ACARREO

Uno de los elementos que más influye en el costo del movimiento de tierras es la distancia a la que se deben transportar las masas de tierras movidas.

Tal como se ilustra en la Figura 5.36, evidentemente la *distancia media de acarreo* longitudinal D_{MA} , de un volumen excavado V_{EL} , es igual a la distancia entre los centros de gravedad (*cg*) de los volúmenes de corte y terraplén, correspondientes a una sección balanceada.

En la parte inferior, en el diagrama de masas, el área del rectángulo achurado es aproximadamente igual al área bajo la curva masa y la línea de equilibrio, esto es:

$$(D_{MA})(V_{EL}) = \text{Área bajo la curva masa y la línea de equilibrio}$$

$$D_{MA} = \frac{\text{Área bajo la curva masa y la línea de equilibrio}}{V_{EL}} = \frac{m^3 \cdot m}{m^3} = m$$

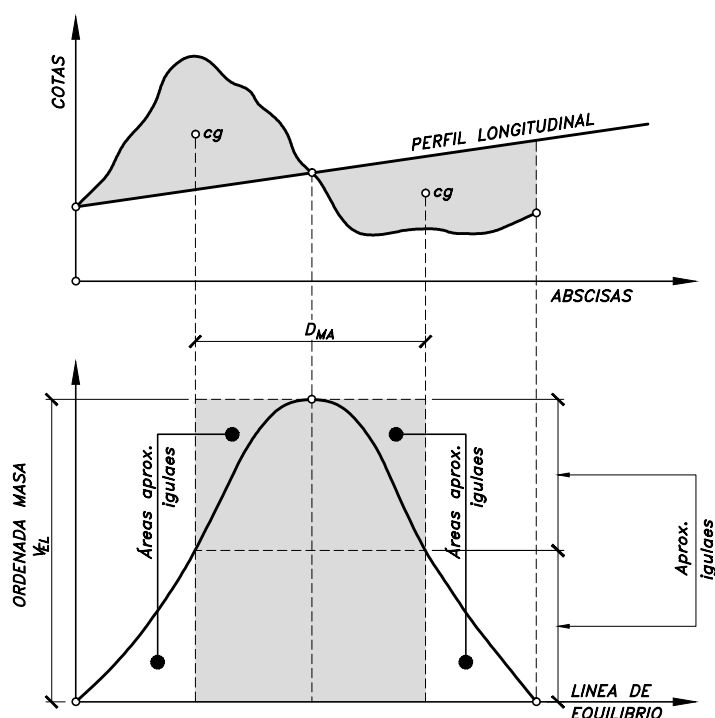


Figura 5.36 Distancia media de acarreo longitudinal

Volviendo a la Figura 5.35, entre el $K0+000$ y el $K0+180$, la distancia media de acarreo longitudinal D_{MA} , a la que hay que transportar el volumen de excavación longitudinal $V_{EL}=9100\text{ m}^3$, es:

$$\begin{aligned} \text{Área bajo la curva} = & \frac{800}{2}(20) + \frac{800+3200}{2}(20) + \frac{3200+6500}{2}(20) \\ & + \frac{6500+9100}{2}(20) + \frac{9100+8200}{2}(20) + \frac{8200+5300}{2}(20) \\ & + \frac{5300+2600}{2}(20) + \frac{2600+1000}{2}(20) + \frac{1000}{2}(20) \end{aligned}$$

$$\text{Área bajo la curva} = 734000\text{ m}^3 \cdot \text{m}$$

$$D_{MA} = \frac{\text{Área bajo la curva}}{V_{EL}} = \frac{734000\text{ m}^3 \cdot \text{m}}{9100\text{ m}^3} = 81\text{ m}$$

El método gráfico consiste en dividir la ordenada máxima AB en dos partes iguales, y por el punto medio trazar una línea horizontal, los puntos de corte C y D con la curva masa, identifican la $D_{MA}=81\text{ m}$. Los 81 m es la distancia media a la que debe acarrear longitudinalmente el material excavado de $V_{EL}=9100\text{ m}^3$ entre las abscisas $K0+000$ y $K0+080$, para conformar el terraplén entre las abscisas $K0+080$ y $K0+180$.

Entre el $K0+180$ y el $K0+260$:

$$V_{E.TOTAL} = \sum_{K0+180}^{K0+260} \text{Cortes} = 100 + 800 + 3100 = 4000\text{ m}^3$$

$$V_{EL} = \sum_{K0+180}^{K0+260} \text{Valores positivos columna 5} = 300 + 3100 = 3400\text{ m}^3$$

Como se puede observar en la Tabla 5.11 anterior, los 3400 m^3 representan la ordenada máxima de la columna ⑥ para esta sección balanceada, con valor negativo, indicando que el acarreo se realiza hacia atrás.

El volumen de excavación de acarreo transversal V_{ET} , es:

$$V_{ET} = V_{E.TOTAL} - V_{EL} = 4000 - 3400 = 600\text{ m}^3$$

La distancia media de acarreo longitudinal D_{MA} , a la que hay que transportar el volumen de excavación longitudinal $V_{EL}=3400 \text{ m}^3$, es:

$$\text{Área bajo la curva} = \frac{1700}{2}(20) + \frac{1700+3400}{2}(20) + \frac{3400+3100}{2}(20) + \frac{3100}{2}(20)$$

$$\text{Área bajo la curva} = 164000 \text{ m}^3 \cdot \text{m}$$

$$D_{MA} = \frac{\text{Área bajo la curva}}{V_{EL}} = \frac{164000 \text{ m}^3 \cdot \text{m}}{3400 \text{ m}^3} = 48 \text{ m}$$

Obsérvese también en el método gráfico, que al dividir la ordenada máxima EF en dos partes iguales, y al trazar una línea horizontal por el punto medio, los puntos de corte G y H con la curva masa, identifican la $D_{MA}=48 \text{ m}$. Los 48 m es la distancia media a la que debe acarrear longitudinalmente hacia atrás el material excavado de $V_{EL} = 3400 \text{ m}^3$ entre las abscisas $K0+220$ y $K0+260$, para conformar el terraplén entre las abscisas $K0+180$ y $K0+220$.

④ DISTANCIA DE ACARREO GRATIS O LIBRE

En los contratos de movimiento de tierras, se estipula usualmente la *distancia de acarreo gratis o libre* D_{AL} , que es la máxima distancia a la que puede ser acarreado un material dentro del precio unitario pactado para la excavación. Esto es, en los pliegos de condiciones de las licitaciones para la adjudicación de un contrato de movimiento de tierras, se especifica una distancia de acarreo libre, que debe tener en cuenta el contratista licitante para que los precios unitarios que proponga, lleven incluido el costo de acarreos hasta esa distancia.

Generalmente, el valor usual pactado como distancia de acarreo gratis o libre es $D_{AL}=150 \text{ m}$. Si hay que transportar el material a una distancia mayor, el acarreo extra se llama *sobre-acarreo*, el cual se debe pagar adicionalmente al contratista a un determinado precio unitario.

Gráficamente en el diagrama de masas (Figura 5.35), se dibuja la línea horizontal $IJ = D_{AL} = 150 \text{ m}$, paralela a la línea base. Se bajan perpendiculares desde I y J a la línea base, obteniéndose los puntos K y L respectivamente, cuyas abscisas son:

Abscisa $K = K0+018$

Abscisa $L = K0+168$

Entonces, el volumen de sobre-acarreo V_{SA} , corresponde a la ordenada masa $KI = LJ = AM$, que a la escala del diagrama corresponde a:

$$V_{SA} = 700 \text{ m}^3$$

Quiere esto decir, que dentro de la sección balanceada (del $K0+000$ al $K0+180$) se tienen 700 m^3 que hay que mover a una distancia mayor que la distancia de acarreo gratis $D_{AL} = 150 \text{ m}$.

Ahora, se puede plantear la siguiente ecuación:

$$D_M = D_{MS} + D_{AL}$$

Donde:

D_M = Distancia media a la que hay que mover la excavación entre el $K0+000$ y el $K0+018$, para conformar el terraplén entre el $K0+168$ y el $K0+180$.

D_{MS} = Distancia media de sobre-acarreo.

D_{AL} = Distancia de acarreo gratis.

$$D_{MS} = \frac{\text{Área bajo la curva}}{V_{SA}}$$

$$D_{MS} = \frac{\text{Área OKI} + \text{Área NLJ}}{V_{SA}} = \frac{\frac{1}{2}(18 \cdot \text{m})(700 \text{ m}^3) + \frac{1}{2}(12 \cdot \text{m})(700 \text{ m}^3)}{700 \text{ m}^3} = 15 \text{ m}$$

Reemplazando, se tiene:

$$D_M = D_{MS} + D_{AL} = 15 + 150 = 65 \text{ m}$$

A su vez, para calcular el *volumen de acarreo gratis* V_{ELG} , se puede plantear la siguiente expresión:

$$V_{ELG} = V_{EL} - V_{SA}$$

$$V_{ELG} = 9100 \text{ m}^3 - 700 \text{ m}^3 = 8400 \text{ m}^3$$

Finalmente, la distancia media de acarreo gratis D_{MAL} , es:

$$D_{MAL} = \frac{\text{Área bajo la cuva}}{V_{ELG}} = \frac{\text{Área IBJ}}{V_{ELG}} = \frac{\text{Área OBN} - \text{Área OIJN}}{V_{ELG}}$$

$$D_{MAL} = \frac{\text{Área OBN} - \text{Área OIJN}}{V_{ELG}} = \frac{734000 \text{ m}^3 \cdot \text{m} - \left(\frac{150 + 180}{2} \right) (700) \text{ m}^3 \cdot \text{m}}{8400 \text{ m}^3}$$

$$D_{MAL} = \frac{734000 \text{ m}^3 \cdot \text{m} - 115500 \text{ m}^3 \cdot \text{m}}{8400 \text{ m}^3} = 74 \text{ m}$$

Obsérvese también gráficamente, que al dividir la ordenada MB en dos partes iguales, y al trazar una línea horizontal por el punto medio, los puntos de corte P y Q con la curva masa, identifican la $D_{MAL} = 74 \text{ m}$.

Resumiendo, en este ejemplo numérico, entre el $K0+000$ y el $K0+180$, se tienen dos situaciones relacionadas con los volúmenes de excavación y sus distancias de transporte, a saber:

Sin tener en cuenta el acarreo gratis:

El volumen total de excavación de 10100 m^3 ($V_{E. TOTAL}$), se distribuye en:

- 9100 m^3 (V_{EL}) acarreados longitudinalmente a una distancia media de 81 m (D_{MA}).
- 1000 m^3 (V_{ET}) acarreados transversalmente.

Teniendo en cuenta el acarreo gratis:

El volumen total de excavación de 10100 m^3 ($V_{E. TOTAL}$), se distribuye en:

- 8400 m^3 (V_{ELG}) acarreados longitudinalmente a una distancia media de 74 m (D_{MAL}), libres de pago.
- 700 m^3 (V_{SA}) sobre-acarreados longitudinalmente a una distancia media de 165 m (D_M), de los cuales son libres de pago en 150 m (D_{AL}), pagándose sobre-acarreo longitudinal en 15 m (D_{MS}).
- 1000 m^3 (V_{ET}) acarreados transversalmente.

5.8 PROBLEMAS PROPUESTOS

PROBLEMA 5.1

Datos:

Para la Figura 5.37, se tiene que: La sub-rasante entre el $K0+000$ y el $K0+100$ es a nivel (pendiente longitudinal igual a 0%), localizada en la cota 504 . El ancho de la banca plana es de 8 metros. Los taludes son: para corte 1 vertical por 0.5 horizontal y para terraplén 1 vertical por 1.5 horizontal. El plano muestra la planta a la escala gráfica dada, con curvas de nivel de equidistancia 1 metro.

Calcular:

El volumen total de terraplén y corte en este tramo.

[Resp. : Aproximadamente 715 m^3 y 1090 m^3].

Sugerencia: Dibuje un perfil, mostrando el terreno y la sub-rasante. Trabaje las secciones cada 20 metros y adicionalmente considere aquellas que contienen ceros.

PROBLEMA 5.2

Datos:

Las dos secciones mostradas en la Tabla 5.12, pertenecen a un tramo de una curva izquierda de ancho de banca plana 8 metros, sobre-ancho 1 metro y talud 3 horizontales por 2 verticales.

Tabla 5.12 Cartera de chaflanes. Problema 5.2

IZQUIERDO	EJE	DERECHO
$\frac{+2.70}{?}$	$\frac{+2.60}{K20+015}$	$\frac{+2.50}{?}$
$\frac{+2.80}{?}$	$\frac{+4.30}{K19+990}$	$\frac{+3.60}{?}$

Calcular:

- El área de cada sección. [Resp. : 54.190 m^2 y 33.590 m^2].
- El volumen entre las secciones. [Resp. : 1097.250 m^3].

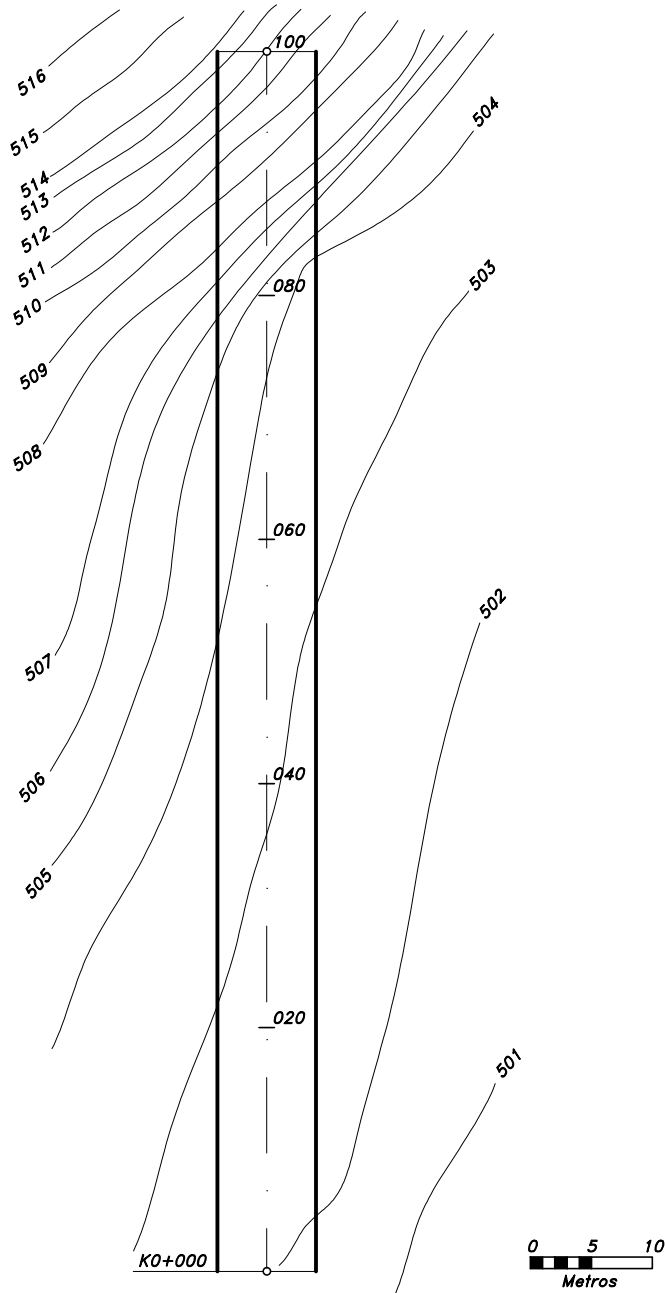


Figura 5.37 Problema 5.1

PROBLEMA 5.3

Datos:

En la Tabla 5.13 se muestran los chaflanes y la topografía de un par de secciones de ancho de banca plana de 8 metros.

Tabla 5.13 Cartera de chaflanes y topografía. Problema 5.3

IZQUIERDO				EJE	DERECHO		
0.00				+1.60			+6.40
4.00				K2+344			13.20
-15.60	-13.40	-6.70	-8.60	-5.40	0.00	+1.60	+6.10
11.80	8.60	5.10	2.40	K2+320	2.60	3.80	12.80

Calcular:

Los volúmenes entre estas dos secciones.

[Resp. : Terraplén: 404.737 m³, Corte: 521.680 m³].

PROBLEMA 5.4

Datos:

La Figura 5.38 ilustra dos secciones en curva, separadas 30 metros.

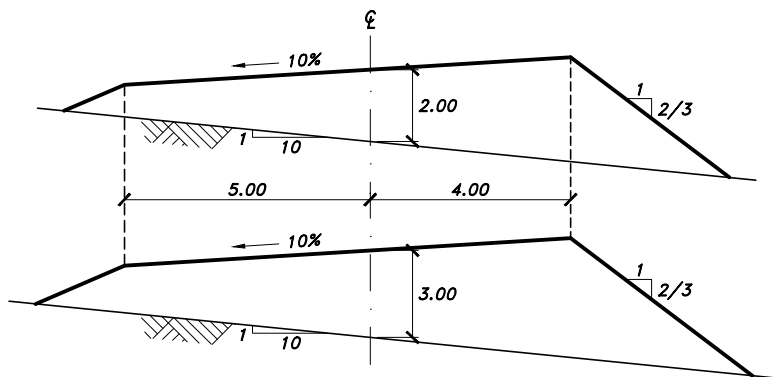


Figura 5.38 Problema 5.4

Calcular:

El volumen entre las secciones. [Resp. : 991.8 m³].

PROBLEMA 5.5

Datos:

Un terraplén descansa sobre una superficie horizontal en una curva izquierda de peralte 10%, banca 10 metros, sobre-ancho 2 metros, cota de trabajo en el eje de 6 metros y talud 3 horizontales por 2 verticales.

Calcular:

El área exacta. [Resp. : 123.555 m²].

PROBLEMA 5.6

Datos:

La Tabla 5.14 presenta la cartera de chaflanes de un tramo recto de una vía. El signo menos (-) indica corte y el signo más (+) terraplén.

Tabla 5.14 Cartera de chaflanes en recta. Problema 5.6

IZQUIERDO	EJE	DERECHO
<u>-4.80</u>	<u>-1.40</u>	<u>0.00</u>
7.40	K0+040	5.00
<u>-4.60</u>	<u>0.00</u>	<u>+3.10</u>
7.30	K0+028	9.65
<u>-4.40</u>	<u>-1.30</u>	<u>0.00</u>
7.20	K0+020	5.00
<u>0.00</u>	<u>+1.20</u>	<u>+3.30</u>
5.00	K0+000	9.95

Calcular:

El volumen total de terraplén y corte en el tramo.

[Resp. : Terraplén: 166.467 m³, Corte: 437.098 m³].

PROBLEMA 5.7

Datos:

La Figura 5.39 muestra la planta y el perfil de un tramo de vía de 37.50 metros de longitud.

Los taludes de las secciones transversales son: en corte 2 verticales por 1 horizontal y en terraplén 2 verticales por 3 horizontales.

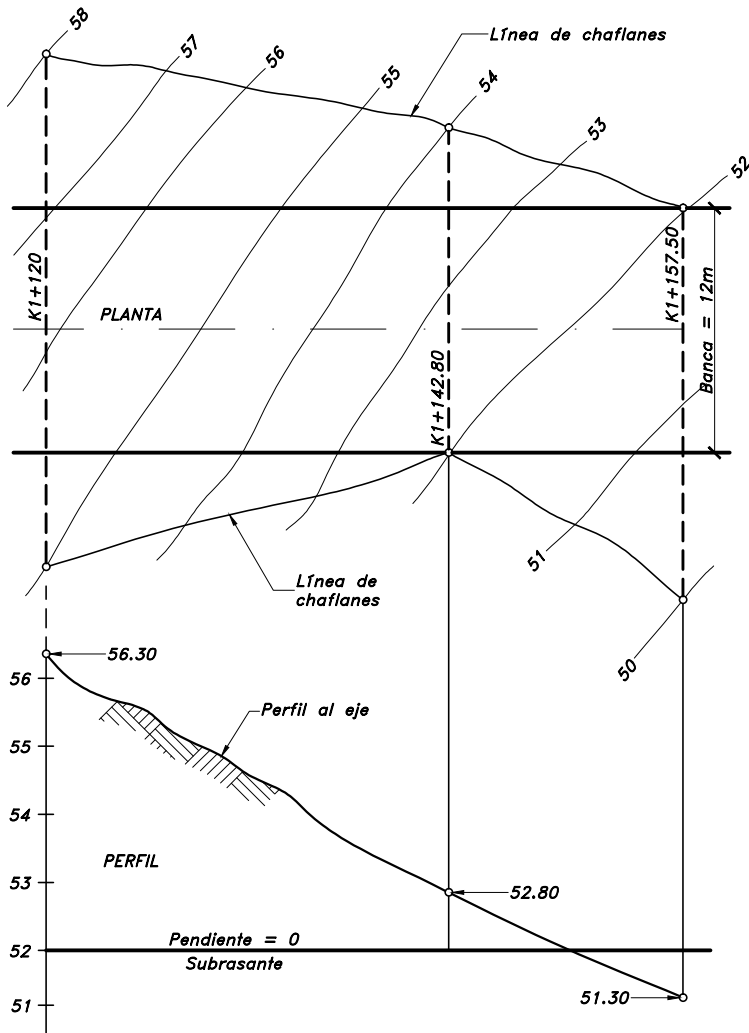


Figura 5.39 Problema 5.7

Calcular:

Los volúmenes totales en el tramo de vía.

[Resp. : Corte: 894.775 m³, Terraplén: 55.125 m³].

PROBLEMA 5.8

Datos:

La Figura 5.40 ilustra el perfil longitudinal de una sub-rasante, con su respectivo eje y bordes de banca. En la Tabla 5.15 se muestran las áreas correspondientes a las secciones transversales.

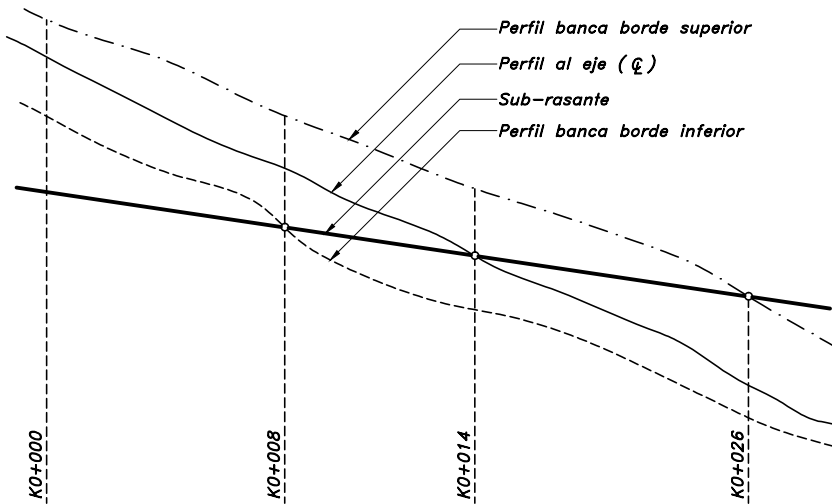


Figura 5.40 Problema 5.8

Tabla 5.15 Áreas. Problema 5.8

ABSCISAS	ÁREAS (m ²)	
	CORTE	TERRAPLÉN
K0+000	72.0	
K0+008	40.0	
K0+014	20.0	25.0
K0+026		50.0

Calcular:

Los volúmenes totales de corte y terraplén.

[Resp. : Corte: 704.569 m³, Terraplén: 491.421 m³].

PROBLEMA 5.9**Datos:**

En la Figura 5.41, se tiene la vista en planta de un tramo recto de una carretera de ancho de banca plana de 10 metros, con líneas de nivel (alturas) paralelas de equidistancia 1 metro. Además, para la subrasante, se tiene:

- L_v = 60m (simétrica)
- Abscisa del PIV = K2+150
- Pendiente de entrada = 6%
- Pendiente de salida = -4%
- Cota en A = 56.00m
- Taludes transversales = 2 verticales por 1 horizontal

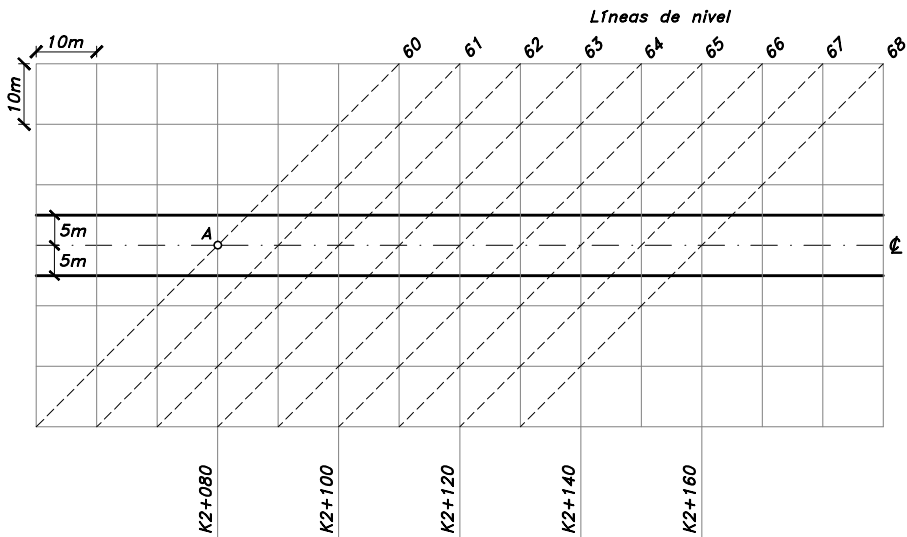


Figura 5.41 Problema 5.9

Calcular:

El volumen total entre las abscisas K2+100 y K2+140, usando la cuadrícula como escala. [Resp. : 2941.6 m³].

PROBLEMA 5.10**Datos:**

En una carretera de ancho de banca 10 metros, se presentan dos secciones transversales separadas 40 metros. En los respectivos ejes, la primera sección tiene una cota de trabajo de 6 metros y la segunda de 0 metros.

Entre las secciones el terreno natural tiene una inclinación uniforme de 1 vertical por 4 horizontales. Los taludes de las secciones transversales son: en corte 2 verticales por 1 horizontal y en terraplén 2 verticales por 3 horizontales.

Calcular:

Los volúmenes totales de corte y terraplén.

[Resp. : Corte: 1563.23 m³, Terraplén: 13.88 m³].

PROBLEMA 5.11**Datos:**

En la Tabla 5.16 se muestra la cartera de chaflanes y la topografía de tres secciones transversales, de ancho de banca plana de 10 metros. El talud en terraplén es de 2 verticales por 3 horizontales.

Tabla 5.16 Cartera de chaflanes y topografía. Problema 5.11

IZQUIERDO			EJE	DERECHO		
+5.00	+1.30	0.00	-1.00		-3.70	-4.80
12.20	5.00	2.20	K0+040		5.00	7.20
+6.80	+2.50		+0.40	0.00	-1.70	-2.00
14.80	5.00		K0+020	1.0	5.00	6.00
+5.60	+4.90		+4.20		+3.70	+3.20
13.20	5.00		K0+000		5.00	9.80

Calcular:

Los volúmenes de terraplén y corte entre las abscisas K0+000 y K0+040.

[Resp. : Terraplén: 1119.4 m³, Corte: 207.2 m³].

PROBLEMA 5.12

Datos:

Las secciones transversales de la Tabla 5.17 están basadas en un ancho de banca plana de 8 metros y taludes de: corte 2 verticales por 1 horizontal y terraplén 1 vertical por 1 horizontal.

Tabla 5.17 Cartera de chaflanes y topografía. Problema 5.12

IZQUIERDO			EJE	DERECHO		
+1.00	+1.30		+2.60		+3.80	+5.70
5.00	4.00		K2+249		4.00	9.70
-2.40	-2.10		-0.80	0.00	+0.50	+0.70
5.20	4.00		K2+213	2.50	4.00	4.70
-3.00	-2.60		-1.30		0.00	
5.50	4.00		K2+200		4.00	

Calcular:

Los volúmenes de corte y terraplén entre las abscisas K2+200 y K2+249.
[Resp. : Corte: 191.43 m³, Terraplén: 460.76 m³].

PROBLEMA 5.13

Datos:

En la Figura 5.42, se ilustran los perfiles longitudinales del terreno en los bordes de la banca (derecho e izquierdo) y en el eje, de una carretera de ancho de banca plana de 10 metros. Para el perfil al eje, se muestra su respectiva sub-rasante.

Los taludes de las secciones transversales son: en corte 2 verticales por 1 horizontal y en terraplén 2 verticales por 3 horizontales.

Calcular:

Los volúmenes de corte y terraplén entre las abscisas K3+000 y K3+020, si la curva vertical simétrica para el PIV debe pasar a 1 metro por encima de la clave de la alcantarilla.
[Resp. : Corte: 11.27 m³, Terraplén: 246.72 m³].

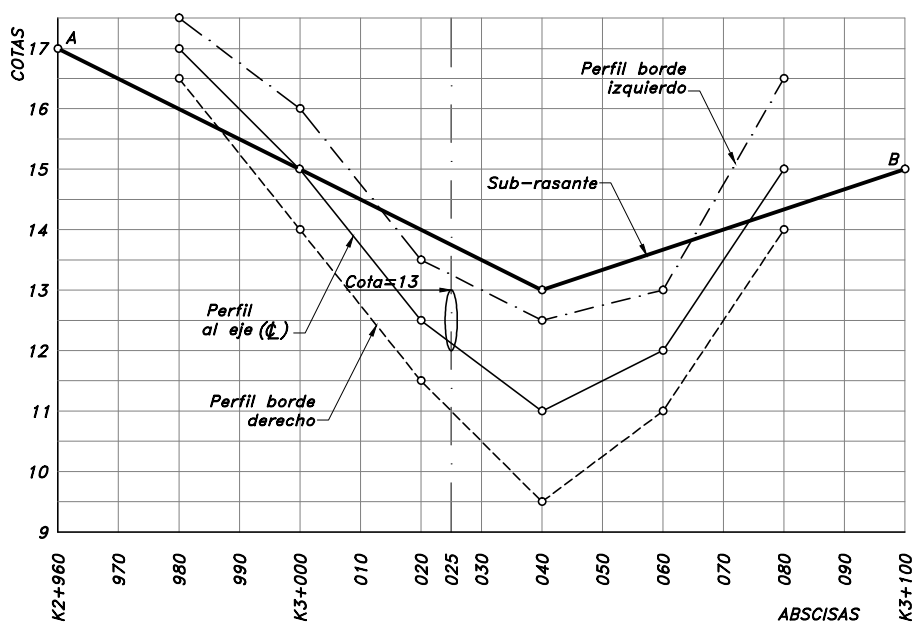


Figura 5.42 Problema 5.13

PROBLEMA 5.14**Datos:**

En la Figura 5.43, se muestran dos secciones transversales, separadas 20 metros, con un ancho de banca de 10 metros.

Los taludes de las secciones transversales son: en corte 2 verticales por 1 horizontal y en terraplén 2 verticales por 3 horizontales.

Calcular:

Los volúmenes de corte y terraplén entre las abscisas K0+000 y K0+020.

[Resp. : Corte: 11.27 m³, Terraplén: 246.72 m³].

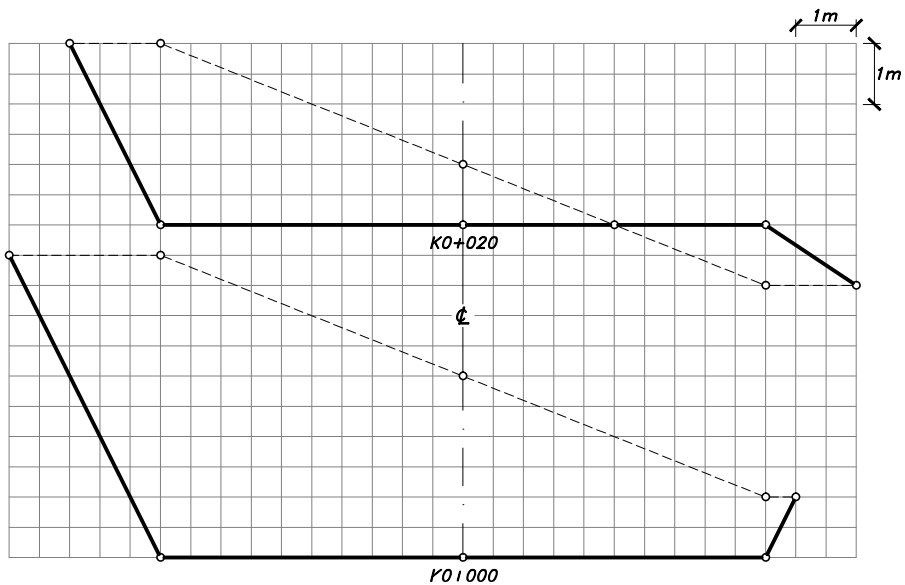


Figura 5.43 Problema 5.14

PROBLEMA 5.15**Datos:**

En la Figura 5.44, se ilustra a la escala gráfica dada, la planta de una carretera en recta, donde aparecen tres secciones transversales *A*, *B* y *C*, con sus respectivas curvas de nivel de equidistancia 1 metro y la ubicación de los chaflanes.

La sub-rasante al eje es horizontal (pendiente longitudinal = 0%), encontrándose en la cota 16.

Los taludes de las secciones transversales son: en corte 2 verticales por 1 horizontal y en terraplén 2 verticales por 3 horizontales.

Calcular:

Los volúmenes de corte y terraplén entre las secciones externas.

[Resp. : Corte: 202.8 m³, Terraplén: 51.3 m³].

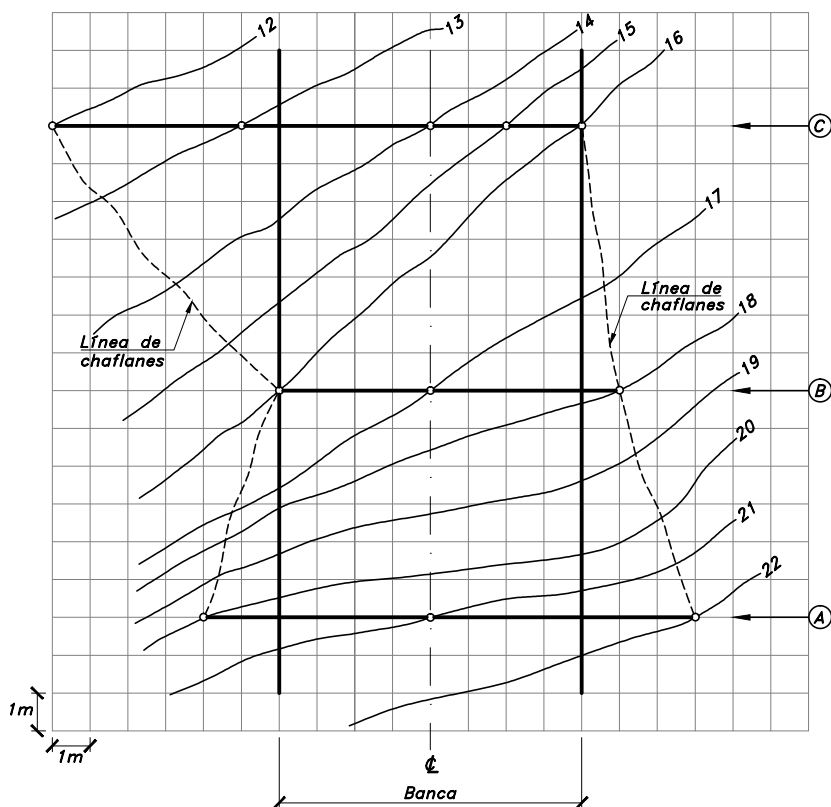


Figura 5.44 Problema 5.15

PROBLEMA 5.16**Datos:**

En la Figura 5.45, se esquematizan cinco secciones transversales, de áreas transversales conocidas en terraplén (A_t) y en corte (A_c).

Calcular:

Los volúmenes totales de corte y terraplén desde la abscisa $K0+000$ a la abscisa $K0+050$.

[Resp. : Corte: 280.4 m^3 , Terraplén: 828.7 m^3].

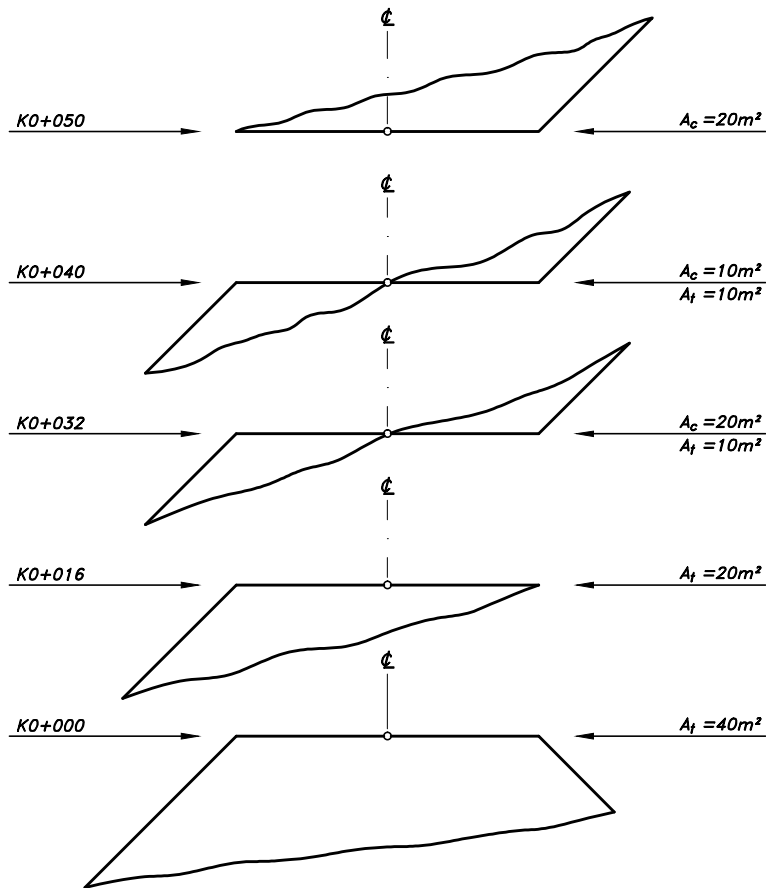


Figura 5.45 Problema 5.16

PROBLEMA 5.17**Datos:**

En la Figura 5.46, se esquematizan cuatro secciones transversales.

Calcular:

Los volúmenes totales de corte y terraplén desde la abscisa K0+000 a la abscisa K0+060.

[Resp. : Corte: 3387.3 m^3 , Terraplén: 615.9 m^3].

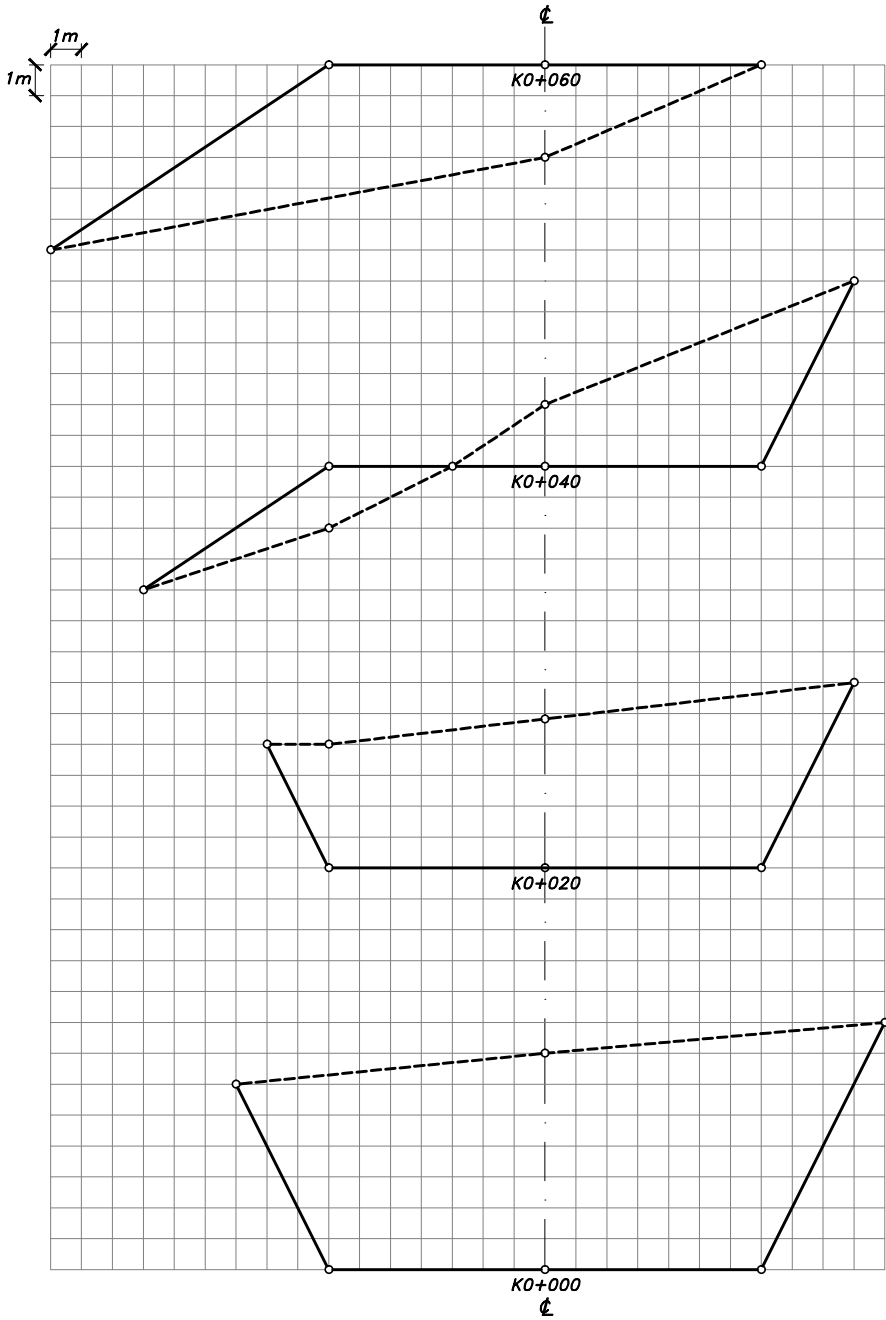


Figura 5.46 Problema 5.17

PROBLEMA 5.18**Datos:**

En la Figura 5.47, se ilustra el perfil longitudinal de una carretera, con el diagrama de masas correspondiente.

Tomando el eje de las abscisas como compensadora, para la sección balanceada, se tiene:

Volumen de acarreo transversal = 1200 m^3

Distancia de acarreo gratis = 150 m

Volumen de sobre-acarreo = 3200 m^3

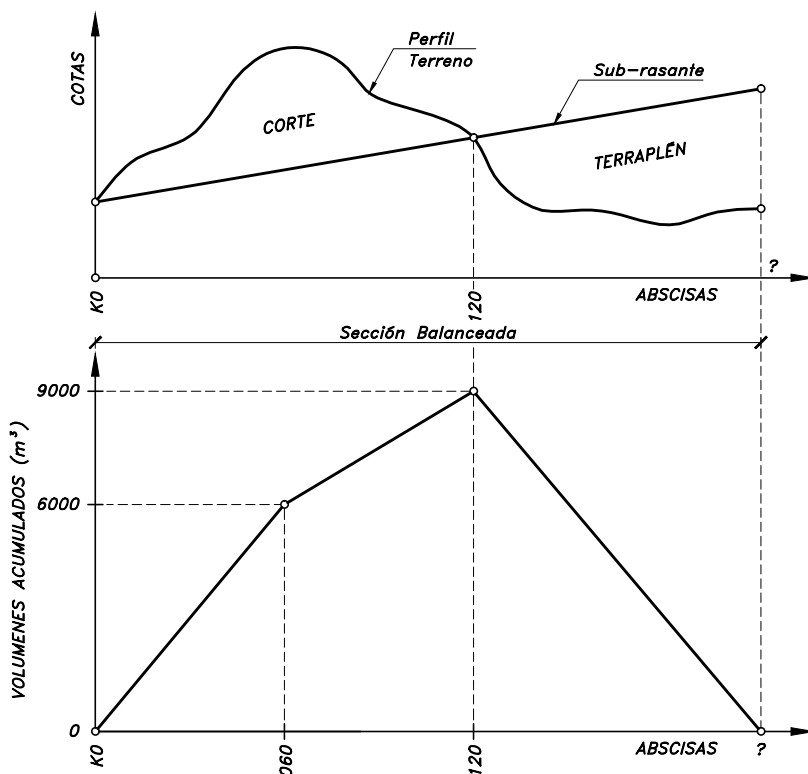


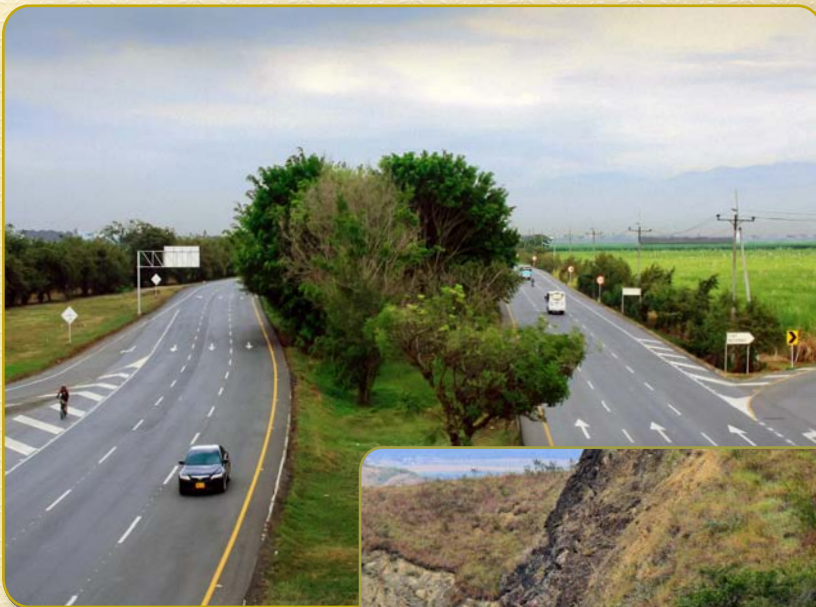
Figura 5.47 Problema 5.18

Calcular:

- a) El volumen total de excavación para la sección balanceada. [Resp.: $10200 m^3$].
- b) Las abscisas, entre las cuales se efectúa el acarreo gratis. [Resp.: $K0+032$ a $K0+182$].
- c) La abscisa, hasta la cual existe compensación de volúmenes. [Resp.: $K0+216.21$].
- d) La distancia media de acarreo, sin tener en cuenta el acarreo gratis. [Resp.: $118.10 m$].
- e) La distancia media de acarreo gratis. [Resp.: $82.24 m$].
- f) La distancia media de sobre-acarreo. [Resp.: $33.10 m$].

Bibliografía

Índice temático



BIBLIOGRAFÍA

1. AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. Fifth Edition, Washington, D.C.: ASSHTO, 2004.
2. BRAVO Paulo Emilio. *Diseño de Carreteras: Técnica y Análisis*. Sexta Edición, Bogotá: Carvajal S.A., 1993.
3. CAL Y MAYOR Rafael y CÁRDENAS James. *Ingeniería de Tránsito: Fundamentos y Aplicaciones*. Octava Edición, México, D.F.: Alfaomega S.A., 2006.
4. CARCIENTE Jacob. *Carreteras: Estudio y Proyecto*. Segunda Edición, Primera Reimpresión, Caracas: Ediciones Vega, s.r.l., 1985.
5. CÁRDENAS G. James. *Diseño Geométrico de Carreteras*. Primera Edición, Bogotá D.C.: Ecoe Ediciones, 2002.
6. CHOCONTÁ Pedro Antonio. *Diseño Geométrico de Vías*. Primera Edición, Bogotá: Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería, 1998.

7. ESCUELA DE INGENIEROS MILITARES. *Introducción a la Ingeniería de Vías*. Primera Edición, Santafé de Bogotá: 1998.
8. HICKERSON Thomas F. *Route Location and Design*. Fifth Edition, New York: McGraw-Hill Book Company, 1964.
9. INSTITUTO NACIONAL DE VÍAS. *Manual de Diseño Geométrico para Carreteras*. Bogotá: Ministerio de Transporte, 1998.
10. INSTITUTO NACIONAL DE VÍAS. *Manual de Diseño Geométrico de Carreteras*. Bogotá D.C.: Subdirección de Apoyo Técnico, Ministerio de Transporte, 2008.
11. KRAEMER Carlos y Otros. *Ingeniería de Carreteras: Volumen I*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U., 2003.
12. MANNERING Fred L. and KILARESKEI Walter P. *Principles of Highway Engineering and Traffic Analysis*. Singapore: John Wiley & Sons, 1990.
13. SECRETARÍA DE COMUNICACIONES Y TRANSPORTES. *Manual de Proyecto Geométrico de Carreteras*. Primera Edición, Cuarta Reimpresión, México D.F.: Talleres Gráficos de la Nación, 1991.
14. WRIGHT Paul y PAQUETTE Radnor. *Ingeniería de Carreteras*. México D.F.: Editorial Limusa, 1993.

ÍNDICE TEMÁTICO

A

Abertura del compás, 23, 31, 32
Abscisa, 11, 13, 50, 52, 62, 63,
Aceleración centrífuga, 234, 235,
249, 250, 251, 265
Acarreo longitudinal, 464, 469, 471,
472, 473, 474
Acarreo transversal, 464, 471, 473
Aceleración de la gravedad, 188, 249
Aceleración radial, 188, 233, 250
Aceleración centrífuga, 234, 235,
249, 250, 251, 265, 386
Acopio de datos, 18
Adelantamiento, 358, 367, 368, 369,
370, 371, 372, 373, 375
Alineamiento en perfil, 307
Alineamiento en planta, 8, 230
Alineamiento horizontal, 38
Alineamiento vertical, 307, 308
Ancho de calzada, 252, 460
Ancho de carril, 252, 253, 425
Ancho de zona, 405, 409
Ancho de banca, 406, 423, 424, 425,
426, 427, 428, 429, 430, 431, 441
Anchos de banca, 424
Anchos de berma, 407, 408, 425
Anchos de calzada, 406, 407, 411,
415

Anchos de carril, 406
Ángulo central, 38, 42, 43, 44, 45,
48, 143
Ángulo de deflexión, 38, 46, 48, 49,
51, 58, 63
Ángulo de deflexión principal, 38, 46
Ángulo de la espiral, 238, 244
Ángulo de pendiente, 314
Ángulo paramétrico, 238
Ángulos de deflexión, 48, 62
Aplanamiento, 200
Arco circular, 38, 42, 43
Arco equivalente, 47
Arco-grado, 42, 46
Arco unidad, 42, 47
Áreas de las secciones, 424, 431
Áreas medias, 448
Armonía, 2
Autopistas, 7
Azimut, 55, 56, 57, 58, 60, 61, 62, 63
Azimutes, 8, 57, 58, 62

B

Banca, 406, 409, 421, 423, 424, 425,
426, 427, 428, 429, 430
Bancas planas, 441
Bermas, 406, 407, 408, 409, 424

Bombeo, 199, 200, 201, 233, 408, 425, 431
 Borde exterior, 200
 Borde interior, 200

C

Calzada, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 415, 416
 Carretera, 1, 3, 8, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 29, 37, 38, 44
 Carreteras, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 17, 37
 Carreteras de dos carriles, 7
 Carreteras departamentales, 6
 Carreteras en terreno escarpado, 5
 Carreteras en terreno montañoso, 5
 Carreteras en terreno ondulado, 4
 Carreteras en terreno plano, 4
 Carreteras multicarriles, 7
 Carreteras municipales, 7
 Carreteras nacionales, 6
 Carreteras primarias, 3, 17
 Carreteras secundarias, 3, 17
 Carreteras terciarias, 3, 17
 Carreteras veredales, 7
 Cartera de chaflanes, 446, 450, 455, 458
 Cartera de coordenadas, 108
 Cartera de cubicación, 454, 455
 Cartera de diseño de rasante, 331, 333
 Cartera de tránsito, 62, 63, 67, 72, 78
 Ceros, 420, 421, 422, 423
 Chaflán, 409, 421, 423, 442, 443
 Chaflanes, 409, 420, 421, 422, 423, 424, 441, 442, 443, 446, 447
 Circular-espiral, 243
 Clasificación de las carreteras, 3
 Clotoide, 233, 235, 236, 237, 239, 241, 242
 Coeficiente angular, 326, 327, 379, 383
 Coeficiente de fricción longitudinal, 362, 364
 Coeficiente de fricción transversal, 194, 1195, 196
 Coeficiente de tracción, 21
 Cómoda, 1, 2
 Comodidad en la marcha, 385
 Comodidad, 1, 174, 177
 Compensación de volúmenes, 463, 467
 Compensadora, 465, 467
 Configuración topográfica, 175
 Contra-azimut, 106
 Control de accesos, 175
 Control parcial de accesos, 7
 Control primario, 18, 19, 24
 Control secundario, 18, 19
 Control total de accesos, 7
 Coordenadas cartesianas, 238, 239, 242, 244, 246, 247, 256, 257, 258, 262, 263, 264
 Coordenadas planas, 55, 56
 Coordenadas polares, 55, 56
 Coordenadas topográficas planas, 258, 259, 261, 263, 264
 Corona, 406, 407
 Corrección de pendiente, 314, 317
 Corredores, 7, 15, 16
 Corredor de ruta, 175, 176
 Corte, 406, 407, 409, 410, 411, 420, 421, 425, 426, 428, 431, 432, 438, 440
 Corte en banco, 467, 468
 Cota, 8
 Cota de trabajo, 421, 423
 Cotas, 25, 26
 Cotas negras, 410, 421
 Cotas rojas, 330, 331, 333, 410, 421
 Criterio de apariencia, 386
 Criterio de comodidad, 386
 Criterio de drenaje, 387
 Criterio de operación, 387
 Criterio de seguridad, 376, 383, 386
 Cubicación, 447
 Cuerda equivalente, 47, 48
 Cuerda-grado, 45, 46
 Cuerda larga, 38, 59, 63, 244, 247, 248

Cuerda unidad, 42, 45, 47, 50, 51, 52, 58, 61, 63
 Cunetas, 406, 407, 408, 409, 425
 Curva circular compuesta, 145, 146, 148, 149, 159, 160, 163, 166, 167
 Curva circular simple, 38, 39, 42, 48
 Curva compuesta, 145, 147, 149, 151, 153, 158, 159, 162, 166, 170, 173
 Curva de transición, 233, 234, 242, 248, 249, 253, 266
 Curva masa, 465, 467, 468, 469, 472, 473, 476
 Curvas circulares compuestas, 145, 159, 165, 169, 171
 Curvas circulares simples, 38, 48
 Curvas de distinto sentido, 267, 268
 Curvas de igual sentido, 267, 268
 Curvas espirales, 230
 Curvas verticales, 307, 308, 313, 320, 321, 322, 323
 Curvas verticales asimétricas, 323
 Curvas verticales cóncavas, 380, 382, 383, 385, 386
 Curvas verticales convexas, 376, 378, 383, 384, 387
 Curvas verticales simétricas, 313
 Curvatura, 42, 43, 44, 45, 47, 174, 230, 231, 233, 234, 235, 236, 242, 244, 326

D

Deflexión de una curva, 48, 50, 51, 52, 54
 Deflexión por cuerda, 52, 61
 Deflexión por metro, 52, 53, 61
 Deflexión por subcuerda, 53, 61, 62
 Deflexión, 38, 46, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 61, 62, 63
 Deflexiones, 50, 52, 53, 58, 61, 63, 258, 260, 262, 263, 264
 Derecho de vía, 1, 405, 409, 410
 Diagrama de masas, 462, 463, 464, 465, 466, 468, 470, 472, 474
 Diseños definitivos, 8, 16, 17

Diseño en perfil, 12, 13
 Diseño en planta, 11, 12
 Diseño geométrico, 1, 4, 8, 11, 12, 17, 37, 38
 Diseño geométrico de carreteras, 37
 Diseño geométrico en planta, 38
 Diseño geométrico horizontal, 8, 11, 37
 Diseño geométrico transversal, 405
 Diseño geométrico vertical, 8, 307
 Disloque, 244, 253
 Distancia de acarreo gratis, 474, 475
 Distancia de frenado, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366
 Distancia de percepción-reacción, 359, 364, 366
 Distancia de visibilidad, 358, 359, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 375
 Distancia de visibilidad de adelantamiento, 358, 367, 368, 369, 370, 371, 373, 375, 383, 384
 Distancia de visibilidad de encuentro, 358, 371
 Distancia de visibilidad de parada, 358, 359, 364, 365, 366, 367, 373, 375, 376, 378, 380
 Distancia media de acarreo, 472, 473, 474, 476

E

Económica, 1, 2, 15, 16, 19, 20
 Ecuación de la Clotoide, 235
 Ecuaciones de la Clotoide, 236, 241
 Efecto centrífugo, 189, 385
 Eje real, 9, 38, 307
 Elementos geométricos, 38, 39, 58, 62, 63, 64, 67, 68, 69, 308
 Entretangencia horizontal, 187, 268
 Entretangencia máxima, 268
 Entretangencia mínima, 267
 Entretangencias horizontales, 267
 Equidistancia, 23, 24, 29, 32, 33, 34
 Error de cierre, 55
 Espacio tridimensional, 8, 9, 10

Espiral de Euler, 233, 235
 Espiral-circular, 243
 Espiral-circular-espiral, 242, 243, 244, 247, 254, 256, 263, 264
 Espirales de transición, 230, 242
 Espiral-tangente, 244
 Estabilidad en la marcha, 174
 Estacas de cerros, 420, 421
 Estación, 62, 63
 Estética, 1, 2, 20, 253, 265, 266, 276
 Estudio de planos, 18, 19
 Estudio de rutas, 24, 25, 32, 33
 Evaluación de la visibilidad, 372
 Evaluación de rutas, 21
 Evaluación del trazado, 20
 Evaluación económica, 15, 16
 Excavación, 410, 420
 Explanación, 406, 409, 421
 Externa vertical, 314
 Externa, 38, 314, 323

F

Factibilidad, 8, 16
 Factor de compensación, 467, 468
 Factores externos, 2, 7
 Factores internos, 2
 Faja de terreno, 1
 Fases del proyecto, 15
 Fase 1, 7, 15, 16
 Fase 2, 8, 16
 Fase 3, 8, 17
 Fin de la curva compuesta, 145
 Fórmula de Barnett, 251
 Fórmula de Shortt, 251
 Fórmula de Smirnof, 251
 Franja de terreno, 18
 Frenado, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 371
 Fricción lateral, 192
 Fricción longitudinal, 360, 362, 364
 Fricción transversal, 192, 193, 194, 195, 196, 197
 Fuerza centrífuga, 188, 189, 190, 191, 195, 197, 232, 249

Fuerza de fricción, 189, 192, 193, 195
 Fuerza de fricción longitudinal, 362
 Fuerza de fricción transversal, 192, 193, 195
 Funcional, 1

G

Grado de curvatura, 42, 43, 44, 45, 47
 Grados sexagesimales, 43

H

Homogeneidad, 175, 178
 Homogéneos, 3, 20

I

Impacto ambiental, 463
 Impactos ambientales, 2
 Inclinación máxima, 4
 Inclinación transversal, 190, 192, 195, 249, 252

L

Levantamiento topográfico, 20
 Línea base, 465, 469, 474
 Línea de cerros, 19, 20, 21, 23, 24, 29, 34
 Línea de chaflanes, 421
 Línea de equilibrio, 470, 472
 Línea de máxima pendiente, 4
 Línea de pendiente, 21, 22
 Líneas de pendiente, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35
 Localización de la curva, 62
 Localización directa, 17, 48, 53
 Longitud crítica, 311, 312
 Longitud de aplanamiento, 200
 Longitud de curva circular, 38
 Longitud de la curva, 43, 46, 47, 48, 50, 52, 59, 314, 323, 376, 379, 387
 Longitud de la curva vertical, 314
 Longitud de la espiral, 239, 244, 245

Longitud de transición, 200, 250, 251, 267
 Longitud máxima de la espiral, 254, 266
 Longitud mínima de las curvas verticales, 376, 383, 385, 386
 Longitud mínima de la espiral, 248, 249, 251, 253, 265, 266
 Longitud mínimum, 387
 Longitud resistente, 21
 Longitud virtual, 21
 Longitudes resistentes, 28, 29

M

Masa del vehículo, 188
 Material de desperdicio, 462
 Material de préstamo, 462
 Medio ambiente, 1, 2
 Método de Bruce, 21
 Método de la cartera de chaflanes, 442
 Método de las coordenadas, 433, 439, 444
 Método de las deflexiones, 50, 141, 145
 Método de las figuras geométricas, 432, 435, 441
 Método del planímetro, 432
 Mixtas, 420, 421
 Movimiento de tierras, 467, 471, 474
 Movimiento uniformemente desacelerado, 360, 361, 362

N

Niveles de mano, 20
 Normales a la tangente, 141, 142

O

Ordenada masa, 469, 475
 Ordenada media, 38, 60, 63
 Otros métodos de localización de curvas, 141

P

Parábola, 313, 314, 315, 316, 322,
 Parada, 358, 359, 364, 365, 366, 367, 372, 373, 375
 Parámetro de espiral, 235, 245, 248
 Parámetro K, 235, 236, 239, 240, 241, 245, 246
 Pendiente, 4, 5, 9, 15, 21, 22, 23, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 308, 310, 311, 312, 313, 314, 316, 322
 Pendiente de la tangente, 312, 313, 314, 322, 326, 327, 328,
 Pendiente máxima, 23, 31, 32, 309, 310, 311
 Pendiente media máxima, 309, 310
 Pendiente mínima, 312
 Pendiente relativa, 202, 252, 253, 265, 267
 Pendiente uniforme, 21, 22, 23, 29, 34, 35
 Pendientes, 3, 4, 5, 9, 13, 19, 20, 21, 28, 30, 35, 309, 310, 311, 313, 314, 319, 320
 Pendientes máximas, 309, 310
 Peralte, 174, 177 189, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 233, 249, 250, 251, 252, 265, 266, 267, 431, 441
 Peralte máximo, 195, 196, 197
 Percepción reacción, 359, 364, 366, 367, 371
 Percepción y estética, 253, 265, 266
 Perfil longitudinal, 8, 9, 16, 25, 26, 31, 32, 462, 463, 464, 465, 468, 482, 491
 Peso del vehículo, 188, 249
 Pirámide, 449, 450
 Planos verticales, 9
 Planta, 8, 11, 12, 37, 38
 Plataforma, 406, 409, 421, 423, 425
 Poligonal, 9, 11, 46
 Poligonal espacial, 9, 11
 Poligonales de estudio, 18, 20
 Polígono, 38
 Posición de los chaflanes, 423, 424

Prefactibilidad, 7, 15
 Principio de curva, 38
 Principio de curva vertical, 314
 Principio de la curva compuesta, 145
 Principio de tangente, 38
 Principio de tangente vertical, 314
 Prismoide, 447, 448, 449, 450
 Proyección horizontal, 11, 38
 Proyecto integral, 1
 Punto común de curvas, 145
 Punto de intersección, 38, 242
 Punto de intersección vertical, 314
 Punto máximo, 322, 323, 325, 326, 335, 336
 Punto mínimo, 322, 323, 325, 326, 337, 338
 Punto paramétrico, 231
 Puntos de control, 18, 19, 23
 Puntos de paso, 24
 Puntos obligados, 18, 19, 21, 23, 30

R

Radio, 38, 42, 43, 44, 45, 46
 Radio mínimo, 188, 195, 196, 197
 Radios mínimos, 188, 196, 197
 Rasante, 307, 312, 405, 409
 Reconocimiento, 20
 Reconocimientos aéreos, 18, 19
 Regla de las cruces, 443, 446
 Relleno, 410, 420
 Rumbo, 9, 11, 55, 56, 57, 63
 Ruta, 15, 18, 19, 20, 21, 25, 26, 27, 28, 29
 Rutas, 7, 15, 18, 19, 20, 21, 24, 25, 26, 28, 32, 33
 Rutas alternas, 18, 19

S

Sección balanceada, 465, 469, 471, 472, 473, 475
 Sección homogénea, 431, 432, 434, 441, 442, 443, 444, 445
 Sección mixta, 430, 431, 438, 439, 440, 446, 447

Sección transversal, 405, 406, 410, 420, 423, 425, 431, 432, 439, 441, 444
 Secciones transversales, 5, 9, 420, 424, 431, 441
 Segmento recto, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185
 Segura, 1, 2, 358
 Seguridad, 1, 2, 37, 174, 175, 177, 178, 180, 187, 188, 195, 197
 Selección de ruta, 18
 Selección de rutas, 18
 Sistema arco-grado, 42
 Sistema cuerda-grado, 45
 Sobre-acarreo, 474, 475, 476
 Sobre-ancho, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 425, 428, 441
 Subcuerda, 53, 61, 62
 Subcuerdas, 52, 54, 55, 62
 Sub-rasante, 307, 409, 410, 421, 425, 441
 Subtangente, 38

T

Taludes, 406, 407, 409, 411, 420, 423, 425
 Tangente, 38, 48, 58, 59, 60, 63
 Tangente corta, 146, 147, 150, 159, 161, 166, 170, 244
 Tangente de entrada, 38, 58, 63, 162, 168, 173, 313, 314, 319
 Tangente de salida, 38, 65, 162, 164, 168, 173
 Tangente larga, 146, 147, 150, 159, 161, 166, 170, 244
 Tangente-espiral, 243
 Tangente vertical, 308, 309, 310, 311, 312, 314
 Tangentes, 38, 62
 Tangentes verticales, 308, 310, 311, 313, 314
 Terraplén, 406, 407, 409, 410, 420, 421, 425, 427, 429, 430, 431, 438, 440, 441, 442
 Terraplén compactado, 467, 468

Tipo de carreteras, 3
Tipo de terreno, 3, 4, 176
Tipos de curvas verticales, 321
Tipos de terreno, 3, 4, 5, 6
Transición de peraltado, 200
Transición del peralte, 199, 200, 201, 202, 251, 265, 366
Transición del sobre-ancho, 416, 417
Trazado de una línea de pendiente, 22
Trazado espiralizado, 245
Tridimensional, 1, 7, 8, 9, 10
Tronco de pirámide, 449, 450

U

Usos de la tierra, 16, 175
Usos del suelo, 2

V

Vehículos articulados, 413, 414
Vehículos rígidos, 411, 412
Velocidad de diseño, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 358, 364, 371
Velocidad de diseño del tramo, 175, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 186, 309, 310
Velocidad de equilibrio, 190, 192, 194, 413
Velocidad de operación, 1, 358
Velocidad de proyecto, 174
Velocidad del vehículo, 188, 196
Velocidad específica, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 307, 310, 311
Velocidades de operación, 177
Visibilidad en carreteras, 358, 374
Visibilidad en perfil, 375
Visibilidad en planta, 373
Visibilidad nocturna, 380, 385
Volcamiento, 190, 191, 195
Volumen de acarreo gratis, 475
Volumen de sobre-acarreo, 475
Volúmenes de excavación, 471, 476
Volúmenes de tierra, 447, 462

Otros títulos de interés:

Ecourbanismo

Gabriel Leal del Castillo

Presupuesto y su control en un proyecto
arquitectónico

Hernando González Forero

Gerencia de la construcción

Miguel David Rojas López

Administración para ingenieros

Miguel David Rojas López

Hidráulica de ríos

Tomás Ochoa

Guía práctica de dibujos para ingeniería

Germán Valencia García

Planimetría

Mario Arturo Rincón

Evaluación de proyectos para ingenieros

Miguel David Rojas López

Diseño geométrico de carreteras



Mediante su presentación didáctica, esta obra está dirigida a estudiantes universitarios de ingeniería, profesores y profesionales practicantes del diseño geométrico de carreteras. En ella encontrarán las bases necesarias, los fundamentos teóricos y los criterios de soporte aceptados universalmente y, que con el desarrollo de una gran cantidad de ejemplos de casos típicos y la presentación de una serie de problemas propuestos, les permitirá afianzar su aprendizaje y dar solución a problemas específicos.

De esta manera, el libro puede ser utilizado como texto guía en cualquier centro de educación superior nacional o extranjero, y como documento de consulta o de referencia en empresas consultoras y oficinas estatales que realicen proyectos viales.

El lector encontrará en forma secuencial todos los elementos que permiten definir la concepción tridimensional del diseño geométrico de una carretera. Para tal efecto, el texto, partiendo de la definición de las carreteras y del estudio de rutas y líneas de pendiente, presenta el diseño geométrico horizontal o en planta, el diseño geométrico vertical o rasante y el diseño geométrico transversal o secciones, áreas y volúmenes.

Área: Ingeniería

Colección: Ingeniería y arquitectura

ECOE
EDICIONES

